ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА

Пробник ОГЭ по математике

25 заданий · 235 минут · максимум 31 балл

Фамилия, имя _____ Дата _____

Инструкция

В заданиях 1–19 запишите только ответ. В заданиях 20–25 приведите полное решение с необходимыми пояснениями. Для развёрнутых решений используйте отдельные листы.

Можно пользоваться линейкой и справочными материалами ОГЭ. Калькулятор не используется. Если ответ — дробное число, запишите его десятичной дробью. Последовательность цифр записывайте без пробелов и запятых.

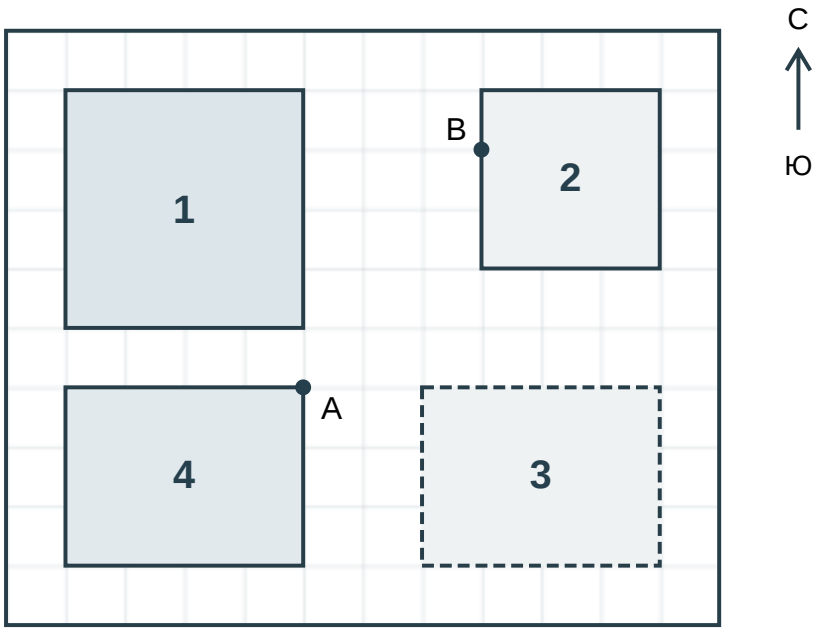
Каждое верно выполненное задание 1–19 оценивается в 1 балл, каждое задание 20–25 — максимум в 2 балла. Ключи и решения размещены в конце документа.

Часть 1. Краткий ответ

Практический блок: используйте план и описание для заданий 1–5.

План дачного участка

Участок прямоугольный. Сторона каждой клетки на плане соответствует 2 м. Нумерованные объекты расположены внутри участка. Объект 1 — жилой дом. К востоку от дома находится теплица, к югу от неё — огород. Объект к югу от дома — терраса. Точки A и B обозначают входы на террасу и в теплицу.



Границы объектов проходят по линиям сетки; расстояния определяйте по клеткам.

1. Объекты на плане 1 балл

Укажите номера объектов в порядке, заданном таблицей.

Жилой дом	Терраса	Теплица

Ответ: _____

2. Площадь дома 1 балл

Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____

3. Расстояние между входами

1 балл

Найдите расстояние по прямой между точками A и B. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

4. Покрытие террасы

1 балл

Всю террасу покрывают квадратной плиткой со стороной 50 см. Плитка продаётся упаковками по 8 штук. Одна упаковка стоит 1250 руб. Сколько рублей стоит минимальное необходимое количество упаковок? Запас на подрезку не учитывайте.

Ответ: _____

5. Покупка ограждения

1 балл

По периметру участка устанавливают ограждение, оставив проём для ворот шириной 4 м. Выберите более дешёвую покупку: сетку или панели. Материал одного вида приобретают целыми рулонами или панелями; сетку можно разрезать. Стоимость опор и монтажа не учитывайте.

Материал	Длина единицы	Цена единицы
Сетка в рулонах	10 м	1800 руб.
Панели	2 м	420 руб.

В ответе укажите стоимость более дешёвой покупки в рублях.

Ответ: _____

6. Числовое выражение

1 балл

Найдите значение выражения $\left(-\frac{3}{4}+\frac{5}{6}\right):\frac{5}{12}$.

Ответ: _____

7. Сравнение чисел

1 балл

Какому из промежутков принадлежит число $\sqrt{37}$? Укажите номер верного ответа.

1) $(4;5)$
2) $(5;6)$
3) $(6;7)$
4) $(7;8)$

Ответ: _____

8. Квадратные корни

1 балл

Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{75}-\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$.

Ответ: _____

9. Уравнение

1 балл

Решите уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$. Если корней несколько, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____

10. Вероятность

1 балл

В коробке лежат 7 красных, 5 синих и 8 белых шаров. Случайно выбирают один шар. Найдите вероятность того, что он окажется не синим.

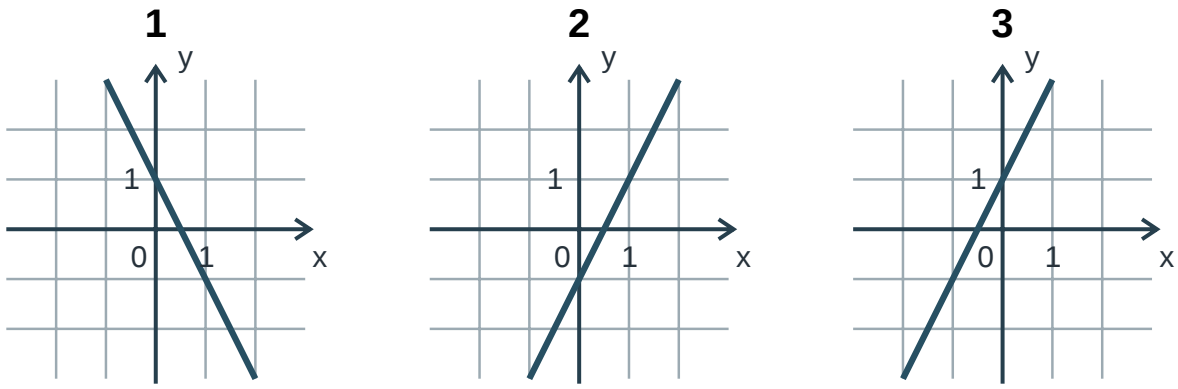
Ответ: _____

11. Функции и графики

1 балл

Установите соответствие между формулами и графиками.

А) $y = 2x + 1$; Б) $y = -2x + 1$; В) $y = 2x - 1$.



Цена деления на обеих осях каждого графика — одна единица.

Запишите номера графиков в порядке А, Б, В.

Ответ: _____

12. Вычисление по формуле

1 балл

Путь при равномерном движении вычисляют по формуле $S = vt$, где S — путь в километрах, v — скорость в километрах в час, t — время в часах. Найдите скорость автомобиля, если за $1{,}5$ часа он проехал 126 км.

Ответ: _____

13. Система неравенств

1 балл

Укажите номер промежутка, являющегося решением системы $\begin{cases} x - 3 \geq 1, \\ 2x + 1 < 13. \end{cases}$

1) $[4; 6)$

2) $(4; 6]$

3) $(-\infty; 6)$

4) $[4; +\infty)$

Ответ: _____

14. Арифметическая прогрессия

1 балл

В первом ряду зрительного зала 12 мест, а в каждом следующем — на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в десятом ряду?

Ответ: _____

15. Углы треугольника

1 балл

В треугольнике ABC стороны AB и AC равны, а угол BAC равен 40°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

16. Вписанный угол

1 балл

Точки A, B, C лежат на окружности с центром O. Центральный угол AOB равен 124°. Точка C лежит на большей дуге AB. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

17. Описанная окружность

1 балл

Катеты прямоугольного треугольника равны 9 и 12. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ: _____

18. Площадь ромба

1 балл

Диагонали ромба равны 12 и 16. Найдите его площадь.

Ответ: _____

19. Геометрические утверждения

1 балл

Какие из следующих утверждений верны?

1. Диагонали любого прямоугольника равны.
2. Любые два прямоугольных треугольника подобны.
3. Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

Запишите номера верных утверждений в порядке возрастания.

Ответ: _____

Часть 2. Развёрнутый ответ

Записывайте решения на отдельных листах. Одного верного ответа без обоснования недостаточно для получения полного балла.

20. Система уравнений

2 балла

Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x + y = 7. \end{cases}$$

21. Движение по реке

2 балла

Моторная лодка прошла 24 км по течению реки и вернулась обратно, затратив на весь путь 5 часов. Скорость течения равна 2 км/ч. Найдите собственную скорость лодки.

22. График и параметр

2 балла

Постройте график функции

$$y = \frac{|x^2 - 4x + 3|}{x - 1}.$$

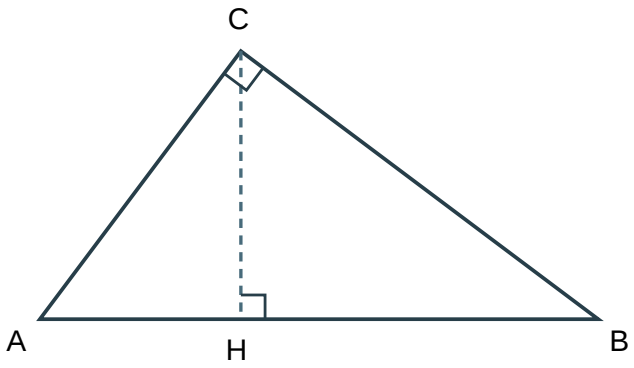
Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с этим графиком ровно две общие точки. Все исключённые точки явно отметьте на чертеже.

Для построения используйте отдельный лист в клетку.

23. Доказательство

2 балла

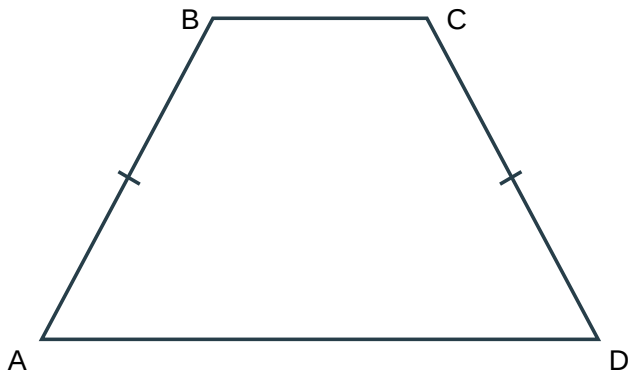
В прямоугольном треугольнике ABC угол C прямой. Высота CH проведена к гипотенузе AB. Докажите, что $CH^2 = AH \cdot HB$.



24. Равнобедренная трапеция

2 балла

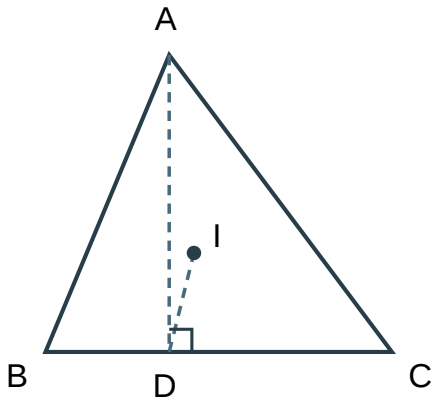
Основания равнобедренной трапеции равны 10 и 26, а боковая сторона равна 17. Найдите площадь трапеции.



25. Центр вписанной окружности

2 балла

В треугольнике ABC известно, что $AB = 13$, $AC = 15$, $BC = 14$. Точка I — центр вписанной окружности, AD — высота к стороне BC. Найдите расстояние DI.



Вспомогательные построения добавьте в своём решении.

ДЛЯ ПРОВЕРКИ

Ответы и решения

Сначала завершите работу самостоятельно, затем сверяйтесь с ключами.

Задание	Ответ	Краткое обоснование
1	**142**	Дом — 1, терраса — 4, теплица — 2.
2	**64**	Дом занимает квадрат со стороной 8 м: $8 \cdot 8 = 64$.
3	**10**	Смещения: 6 м и 8 м; $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.
4	**30000**	Площадь 48 м^2; 192 плитки; 24 упаковки по 1250 руб.
5	**16200**	Нужно 84 м ограждения. Сетка: $9 \cdot 1800 = 16200$; панели: $42 \cdot 420 = 17640$.
6	**0,2**	$\frac{1}{12} \cdot \frac{12}{5} = \frac{1}{5}$.
7	**3**	$36 < 37 < 49$, поэтому $6 < \sqrt{37} < 7$.
8	**3**	$\frac{5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$.
9	**5**	$(x - 2)(x - 5) = 0$.
10	**0,75**	$\frac{7 + 8}{7 + 5 + 8} = \frac{15}{20}$.
11	**312**	Сопоставляются знак углового коэффициента и точка пересечения с осью ординат.
12	**84**	$v = 126 : 1{,}5 = 84$ км/ч.
13	**1**	$x \geq 4$ и $x < 6$.
14	**30**	$a_{10} = 12 + 9 \cdot 2 = 30$.
15	**70**	$(180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$.
16	**62**	Вписанный угол равен половине соответствующего центрального.
17	**7,5**	Гипотенуза 15, радиус $15 : 2 = 7{,}5$.
18	**96**	$S = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96$.
19	**13**	Второе утверждение неверно: острые углы могут различаться.

20. Решение системы

Возведём второе равенство в квадрат: $x^2 + 2xy + y^2 = 49$. Так как $x^2 + y^2 = 25$, получаем $2xy = 24$, то есть $xy = 12$.

Подставим $y = 7 - x$: $x(7 - x) = 12$, откуда $x^2 - 7x + 12 = 0$ и $(x - 3)(x - 4) = 0$.

Если $x = 3$, то $y = 4$; если $x = 4$, то $y = 3$. Обе пары удовлетворяют исходной системе.

Ответ: $(3; 4)$ и $(4; 3)$.

21. Движение по реке

Пусть v км/ч — собственная скорость лодки, $v > 2$. Тогда скорости по течению и против течения равны $v + 2$ и $v - 2$ км/ч.

По условию $\dfrac{24}{v + 2} + \dfrac{24}{v - 2} = 5$. Умножим на $v^2 - 4$, не равное нулю при $v > 2$:

$$48v = 5(v^2 - 4), \qquad 5v^2 - 48v - 20 = 0.$$

Дискриминант $D = 48^2 + 400 = 2704 = 52^2$. Корни: $v = 10$ и $v = -0{,}4$. Второй корень не соответствует условию.

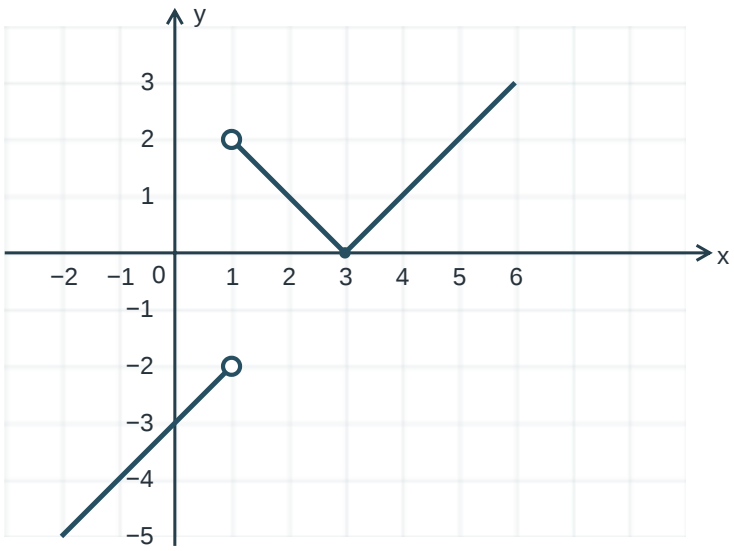
Ответ: 10 км/ч.

22. Построение графика

Область определения: $x \neq 1$. Разложим числитель: $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$. Учитывая знаки множителей, получаем:

$$y = \begin{cases} x - 3, & x < 1, \\ 3 - x, & 1 < x \leq 3, \\ x - 3, & x > 3. \end{cases}$$

На графике выколоты точки $(1; -2)$ и $(1; 2)$. Точка $(3; 0)$ принадлежит графику.



Показаны видимые участки лучей; крайние точки рисунка не являются концами графика.

Левый луч принимает только значения $y < -2$. Правая ломаная имеет две точки на горизонтали $y = m$ ровно при $0 < m < 2$. При $m = 0$ точки её ветвей совпадают, а при $m = 2$ одна точка выколота.

Ответ: $m \in (0; 2)$.

23. Доказательство

Треугольники ACH и CBH прямоугольные, поскольку $CH \perp AB$. Кроме того, $\angle CAH = \angle BCH$: каждый из этих углов дополняет угол ABC до 90°.

Следовательно, $\triangle ACH \sim \triangle CBH$ по двум углам. Соответствующие стороны пропорциональны:

$$\frac{AH}{CH} = \frac{CH}{HB}.$$

Перемножив крайние и средние члены пропорции, получаем $CH^2 = AH \cdot HB$, что и требовалось доказать.

24. Площадь трапеции

Опустим высоты из концов меньшего основания на большее. В равнобедренной трапеции отрезки большего основания по краям равны, поэтому каждый равен $(26-10):2=8$.

В получившемся прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 17, один катет — 8. По теореме Пифагора высота трапеции:

$h=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15.$

Площадь $S=\dfrac{10+26}{2}\cdot 15=270.$

Ответ: 270.

25. Расстояние до центра окружности

Полупериметр треугольника $p=(13+15+14):2=21$. По формуле Герона:

$S=\sqrt{21\cdot 8\cdot 6\cdot 7}=84.$

Следовательно, $AD=2S:BC=12$. В прямоугольном треугольнике ABD получаем $BD=\sqrt{13^2-12^2}=5$.

Обозначим точку касания вписанной окружности со стороной BC через K. По свойству касательных $BK=p-AC=21-15=6$. Поэтому $DK=6-5=1$.

Радиус вписанной окружности $IK=r=S:p=84:21=4$. Так как $IK\perp BC$, треугольник DIK прямоугольный.

$DI=\sqrt{DK^2+IK^2}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}.$

Ответ: $\sqrt{17}$.

Оценивание и самоанализ

Ниже — учебная схема проверки этого варианта, а не официальные критерии ФИПИ. Перевод баллов в школьную отметку сверяйте с действующими региональными рекомендациями.

Задание	2 балла	1 балл
20	Обоснованно найдены обе пары решений.	Верный способ доведён до квадратного уравнения; затем допущена вычислительная ошибка или потеряна одна пара.
21	Составлено уравнение, найден и обоснован ответ.	Правильно составлено уравнение времени; дальнейшее решение содержит вычислительную ошибку.
22	Верный график с выколотыми точками и верный промежуток для параметра.	График построен верно, но ответ для параметра неверен или отсутствует.
23	Доказано подобие и выведено требуемое равенство.	Подобие нужных треугольников обосновано, но вывод равенства не завершён.

Задание	2 балла	1 балл
24	Площадь найдена с обоснованием высоты.	Верно найдены отрезок 8 и высота 15, но площадь вычислена неверно или не найдена.
25	Обоснованно найдено расстояние $\sqrt{17}$.	Верно найдены радиус 4 и расстояние $DK = 1$, но заключительный расчёт не завершён или содержит ошибку.

В заданиях 1–19: 1 балл за точный ответ, иначе 0. В заданиях 20–25: 0 баллов, если не выполнены условия для 1 или 2 баллов. Любой другой математически верный способ решения также принимается.

Мой результат: часть 1 _____ из 19; часть 2 _____ из 12.

Всего: _____ из 31 балла.

Какие темы повторить в первую очередь?