ПАМЯТКА + ТРЕНИРОВКА

Арифметическая прогрессия

От закономерности в последовательности — к формуле и сумме. Записывайте основные шаги решения.

Имя: _____ Дата: _____

Вспомните главное

Арифметическая прогрессия — последовательность, в которой каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом — разностью d.

$d = a_{n+1} - a_n$. Если $d > 0$, прогрессия возрастает; если $d < 0$ — убывает; если $d = 0$ — постоянна.

Формулы-помощники

Член с номером n

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Сумма первых n членов

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Если последний член неизвестен: $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$.

Проверка: номер члена и количество слагаемых — натуральные числа.

01 Узнайте прогрессию

Старт

Какие из последовательностей являются арифметическими прогрессиями? Для каждой найденной прогрессии укажите разность.

А. $3;\ 7;\ 11;\ 15;\ldots$

Б. $2;\ 4;\ 8;\ 16;\ldots$

В. $9;\ 6;\ 3;\ 0;\ldots$

02 Найдите члены прогрессии

База

В арифметической прогрессии $a_1 = -5$, $d = 3$. Найдите a_2, a_5 и a_{12}.

03 Восстановите разность

База

Дано: $a_1 = 7$, $a_{15} = 49$. Найдите разность арифметической прогрессии и её двадцать пятый член.

04 Два известных члена

Следующий шаг

В арифметической прогрессии $a_4 = 11$, $a_{10} = 29$. Найдите d, a_1 и a_{20}.

05 Сложите без перебора

База

Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии, если $a_1 = 4$, $d = 2$.

06 Принадлежит ли число прогрессии?

Проверка

Прогрессия задана условиями $a_1 = 5$, $d = 4$. Являются ли числа 81 и 82 её членами? Если да, укажите номер. Оба ответа обоснуйте.

07 Места в зрительном зале

Применение

В первом ряду зала 18 мест, а в каждом следующем — на 2 места больше, чем в предыдущем. Всего в зале 15 рядов. Сколько мест в последнем ряду? Сколько мест во всём зале?

08 Найдите число слагаемых

Вызов

Сумма нескольких первых последовательных положительных чётных чисел равна 210. Сколько чисел сложили? Начните с числа 2.

ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Ответы и ориентиры решения

Сначала выполните задания самостоятельно. При несовпадении проверьте разность, число шагов и номер члена.

№	Ответ и ключевой шаг
01	А: да, $d = 4$. Б: нет, разности соседних членов неодинаковы. В: да, $d = -3$.
02	$a_2 = -2$; $a_5 = 7$; $a_{12} = 28$.
03	$d = \dfrac{49 - 7}{15 - 1} = 3$; $a_{25} = 7 + 24 \cdot 3 = 79$.
04	$d = \dfrac{29 - 11}{10 - 4} = 3$; $a_1 = 11 - 3 \cdot 3 = 2$; $a_{20} = 59$.
05	$a_{20} = 4 + 19 \cdot 2 = 42$; $S_{20} = \dfrac{4 + 42}{2} \cdot 20 = 460$.
06	Для числа 81: $n = \dfrac{81 - 5}{4} + 1 = 20$ — да, двадцатый член. Для числа 82: $n = \dfrac{82 - 5}{4} + 1 = 20{,}25$ — нет, номер не натуральный.
07	$a_{15} = 18 + 14 \cdot 2 = 46$ мест; $S_{15} = \dfrac{18 + 46}{2} \cdot 15 = 480$ мест.
08	$a_1 = 2$, $d = 2$, поэтому $S_n = n(n + 1)$. $n(n + 1) = 210$, откуда $n = 14$ (отрицательный корень -15 не подходит). Сложили 14 чисел.

Три типичные ошибки

В формуле члена прогрессии множитель при d — это $n - 1$, а не n. Между членами a_k и a_m — $m - k$ шагов. Найденный номер обязательно проверяют: он должен быть натуральным.