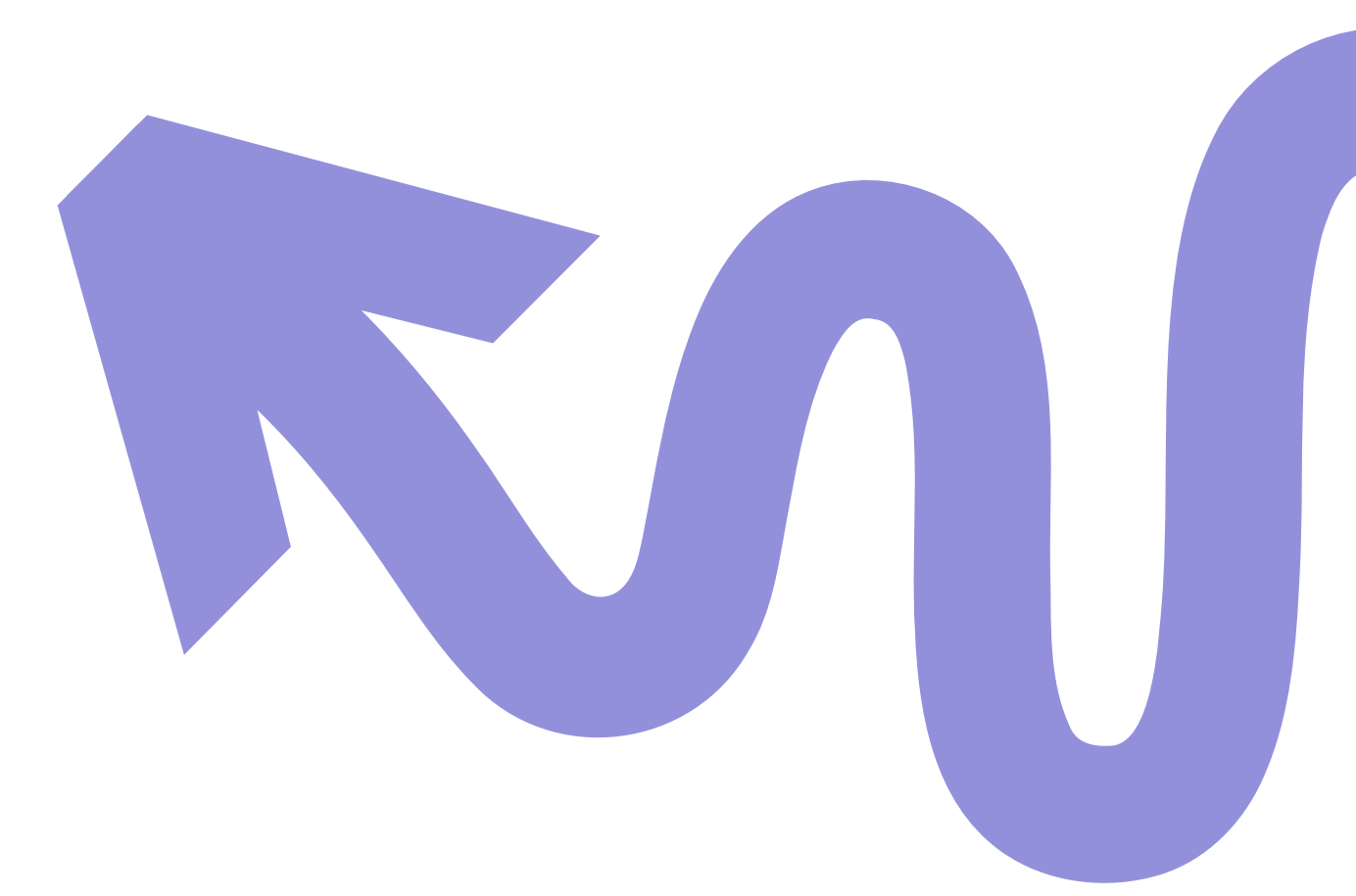


Баллистика

простыми словами — это про движение брошенных тел



Баллистика — раздел физики, изучающий то, как летят тела, в зависимости от того, как их бросить. Здесь мы не учитываем форму и размер тела, т.е. считаем его материальной точкой.

Главное правило баллистики — разбиваем движение тела на две составляющие:

- **горизонтальная** (помним, что по горизонтали тело движется равномерно, если нет сопротивления воздуха (а в задачах его обычно нет));
- **вертикальная** (движение происходит вверх/вниз равноускоренно (с ускорением свободного падения g)).

!ПОМНИ!

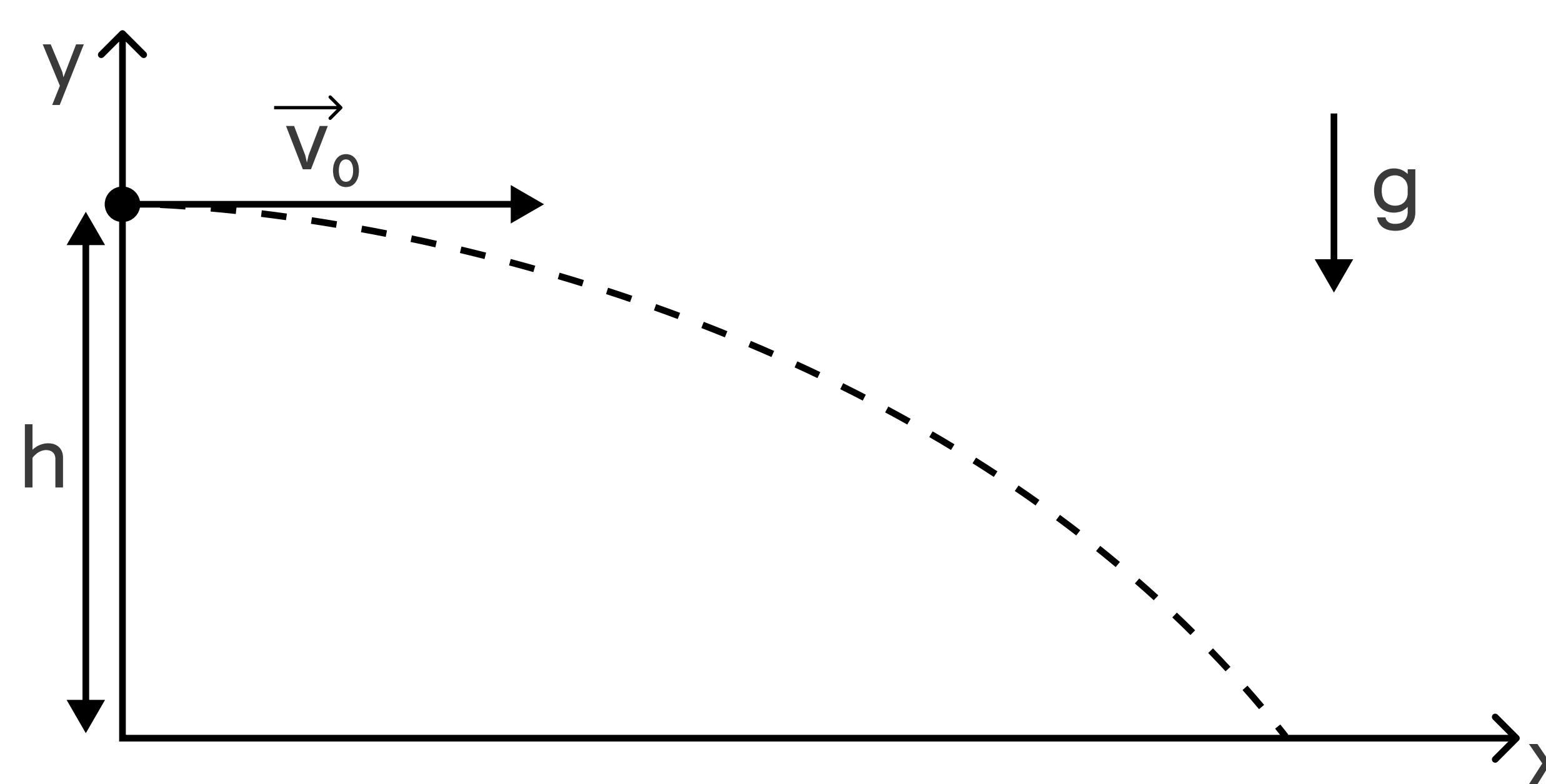
при решении задач ЕГЭ всегда берем значение ускорения свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ БРОСОК

Рассмотрим бросок тела с начальной скоростью v_0 с некоторой высоты h .
Запишем уравнения проекций координат на оси O_x и O_y :

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \\ x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \end{cases}$$



Проанализируем начальные условия:

- $x_0 = 0$ начальная координата по x равна 0, т.к. начинаем отсчет из начала координат;
- $y_0 = h$ начальная высота, откуда бросают тело;
- $v_{0x} = v_0$ горизонтальная составляющая скорости;
- $v_{0y} = 0$ вертикальная составляющая скорости;
- $a_x = 0$ по горизонтали ускорения нет;
- $a_y = -g$ ускорение свободного падения.

Подставим эти данные в уравнения проекций координат:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = h - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Найдем время полета $t_{\text{пол}}$:

За время полета тело упадет на землю, значит его координата по оси Oy будет равна $y = 0$:

$$0 = h - \frac{gt^2}{2} \rightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \rightarrow t_{\text{пол}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Заметим!

Время полета зависит только от высоты h и ускорения свободного падения g , и не зависит от начальной скорости v_0 .

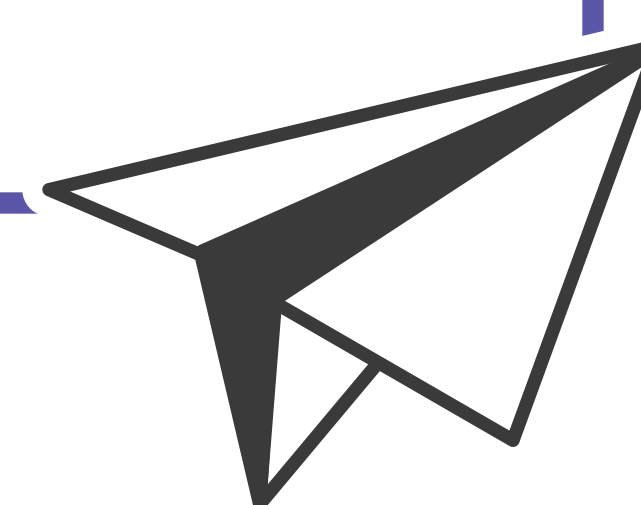
Найдем дальность полета L :

$$L = x = v_0 \cdot t_{\text{пол}} = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$



Изобразим графики зависимости всех величин от времени:

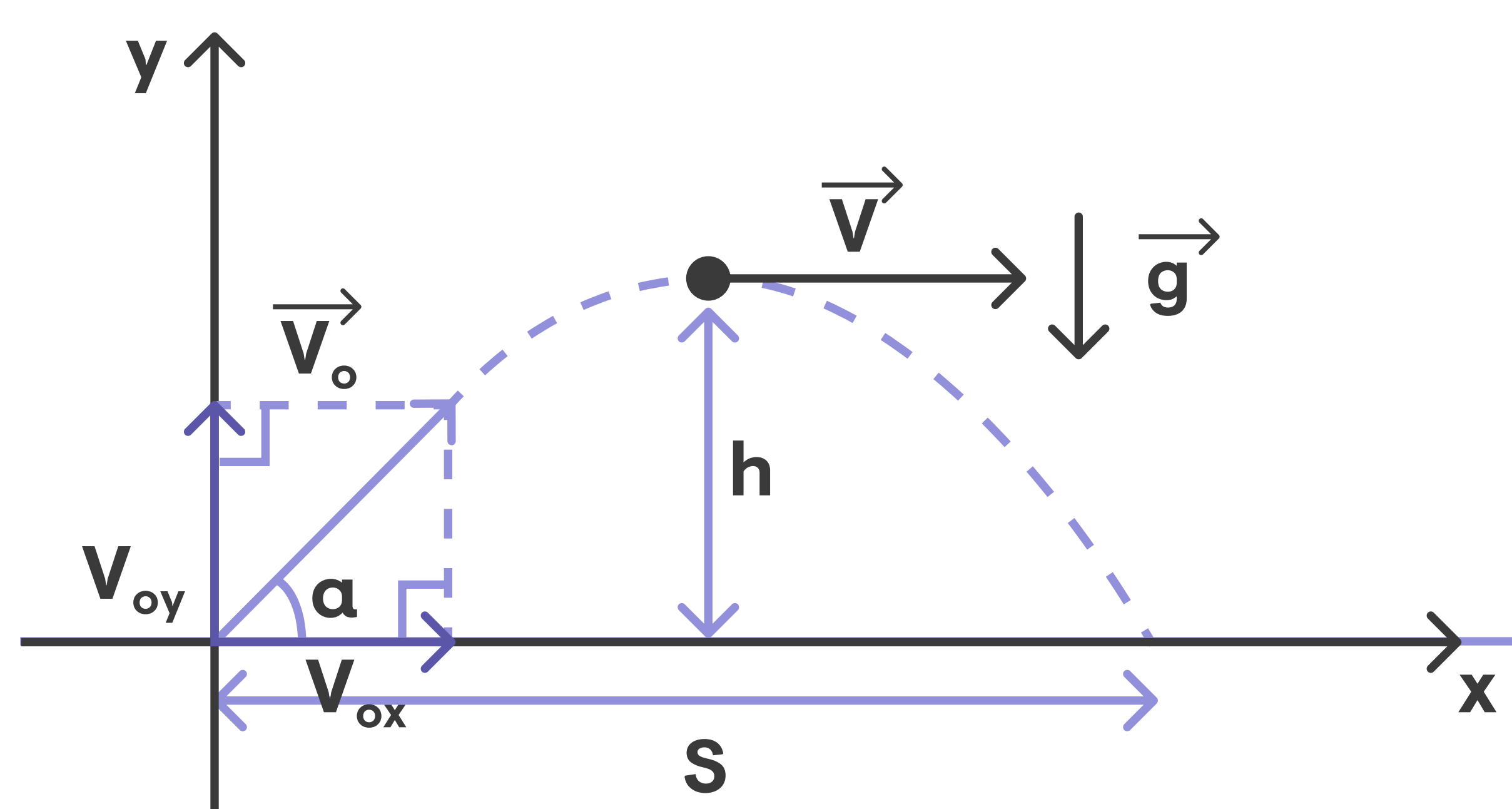
Равномерное движение	Равноускоренное движение
<p>$a_x = 0$</p>	<p>$a_y = -g$</p>
<p>$v_x = v_0 = \text{const}$</p>	<p>$v_y = -gt$</p>
<p>$x = v_0 t$</p>	<p>$y = H - \frac{gt^2}{2}$</p>



БРОСОК ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

Представим, что тело брошено под каким-то углом к горизонту, тогда траектория его движения будет выглядеть как парабола.

Нам даны следующие величины: g , v_0 , a .



Определим высоту h , дальность S и время t полета тела

- по горизонтали — скорость не меняется (нет сил, тормозящих движение) $a_x = 0$ равномерное движение;
- по вертикали — тело замедляет ускорение свободного падения g , направленное вниз $\rightarrow a_y = -g \neq 0$ равноускоренное движение.

Запишем формулы кинематики равноускоренного движения, учитывая, что начальные координаты равны 0 (движение начинается из начала координат):

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2} \\ x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \\ x = v_{0x}t \end{cases}$$

Прделаем тоже самое со скоростями. Учтем, что проекция вектора начальной скорости v_0 на ось Oy равна $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$, а на ось Ox равна $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$. Запишем уравнения:

$$\begin{cases} v_y = v_{0y} + a_y t \\ v_x = v_{0x} + a_x t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_y = v_0 \sin\alpha - gt \\ v_x = v_0 \cos\alpha \end{cases}$$

Рассмотрим верхнюю точку траектории, поскольку там вектор скорости направлен горизонтально по касательной к движению тела. Значит, вертикальная составляющая скорости равна 0. Определим время подъема тела:

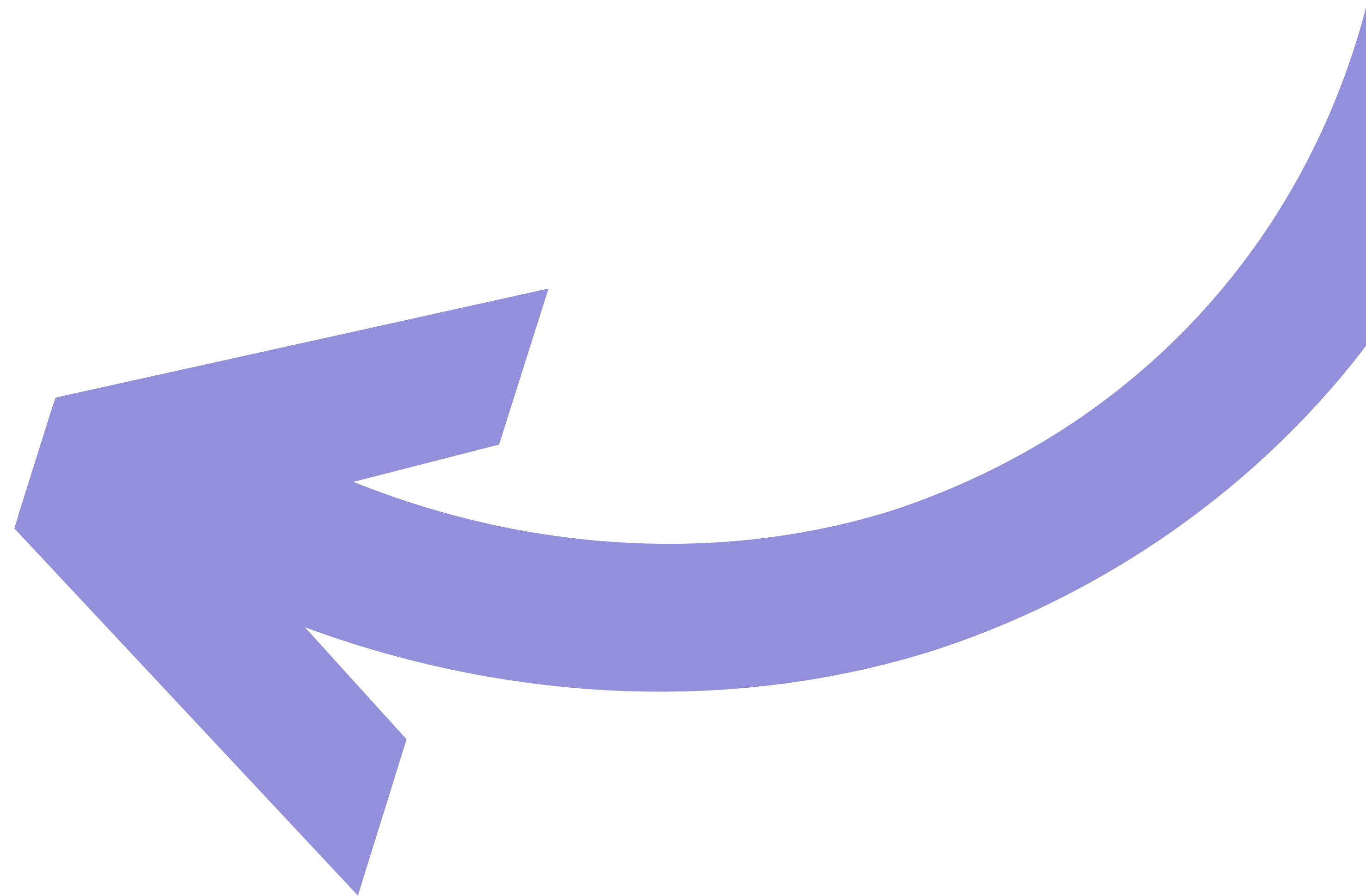
$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt = 0 \rightarrow t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

Теперь найдем все время полета — от броска, до падения на землю. В конце полета полета координата тела по вертикали равна $y = 0$:

$$v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

Вынесем t за скобки:

$$t(v_0 \sin\alpha - \frac{gt}{2}) = 0$$



Произведение равно 0, если:

- $t = 0$, что соответствует началу движения;
- $v_0 \cdot \sin \alpha - \frac{gt}{2} = 0$ выразим время: $t_{\text{под}} = \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$ - это общее время полета.

! Заметим, что разделив время полета на 2, получим время подъема. Следовательно, время подъема = время падения: $t_{\text{под}} = t_{\text{пад}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$.

Теперь найдем максимальную высоту и дальность полета тела.

Для того, чтобы найти **дальность полета** S , в уравнение зависимости горизонтальной координаты от времени подставим время полета:

$$x = v_{0x} t \rightarrow S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g}$$

! Из тригонометрии вспомним, что $2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$

Упростив, получим следующее выражение:

$$S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

Заметим!

Длина полета будет максимальной при броске тела под углом 45° к горизонту ($\sin(2 \cdot 45^\circ) = \sin 90^\circ = 1$).

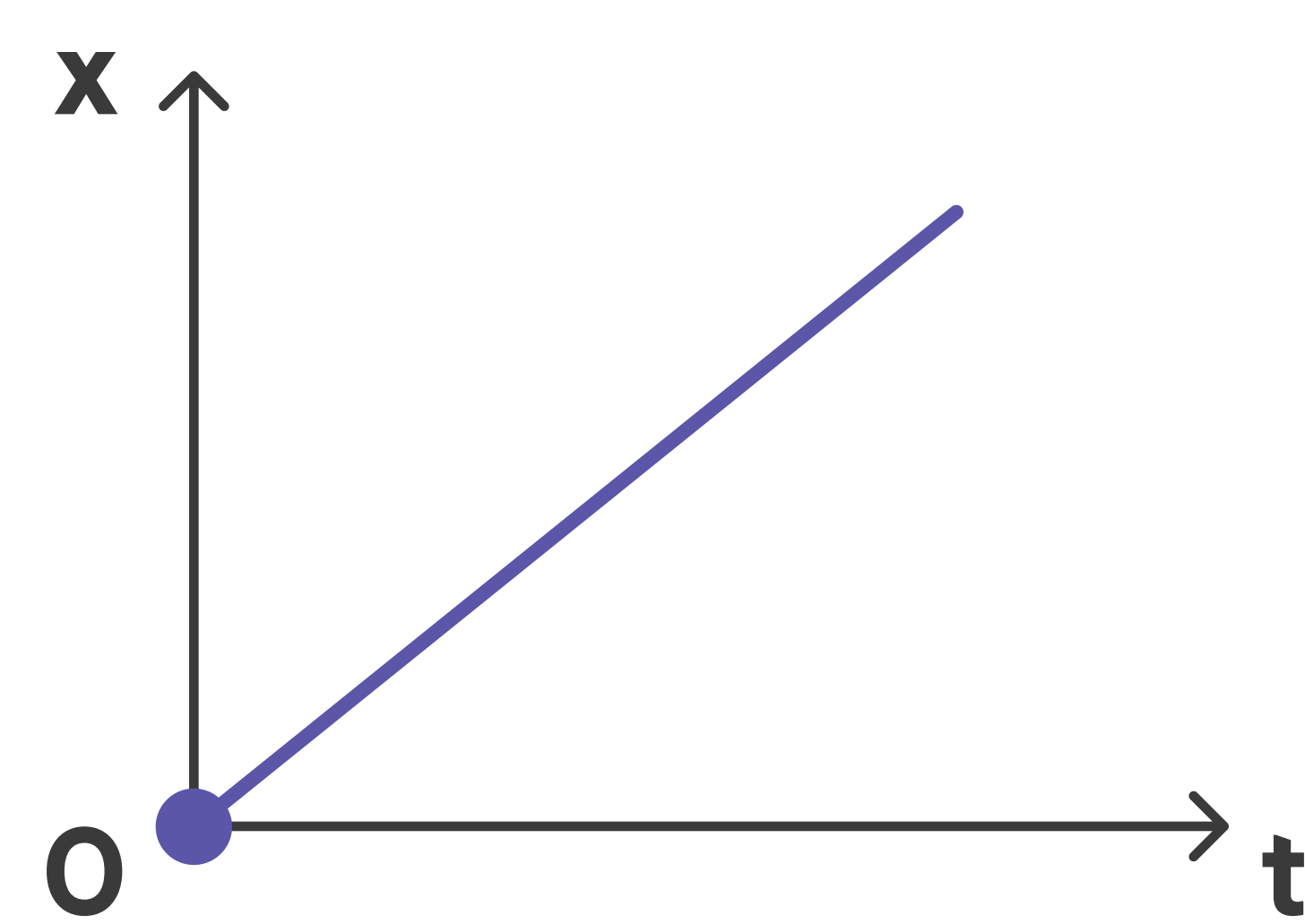
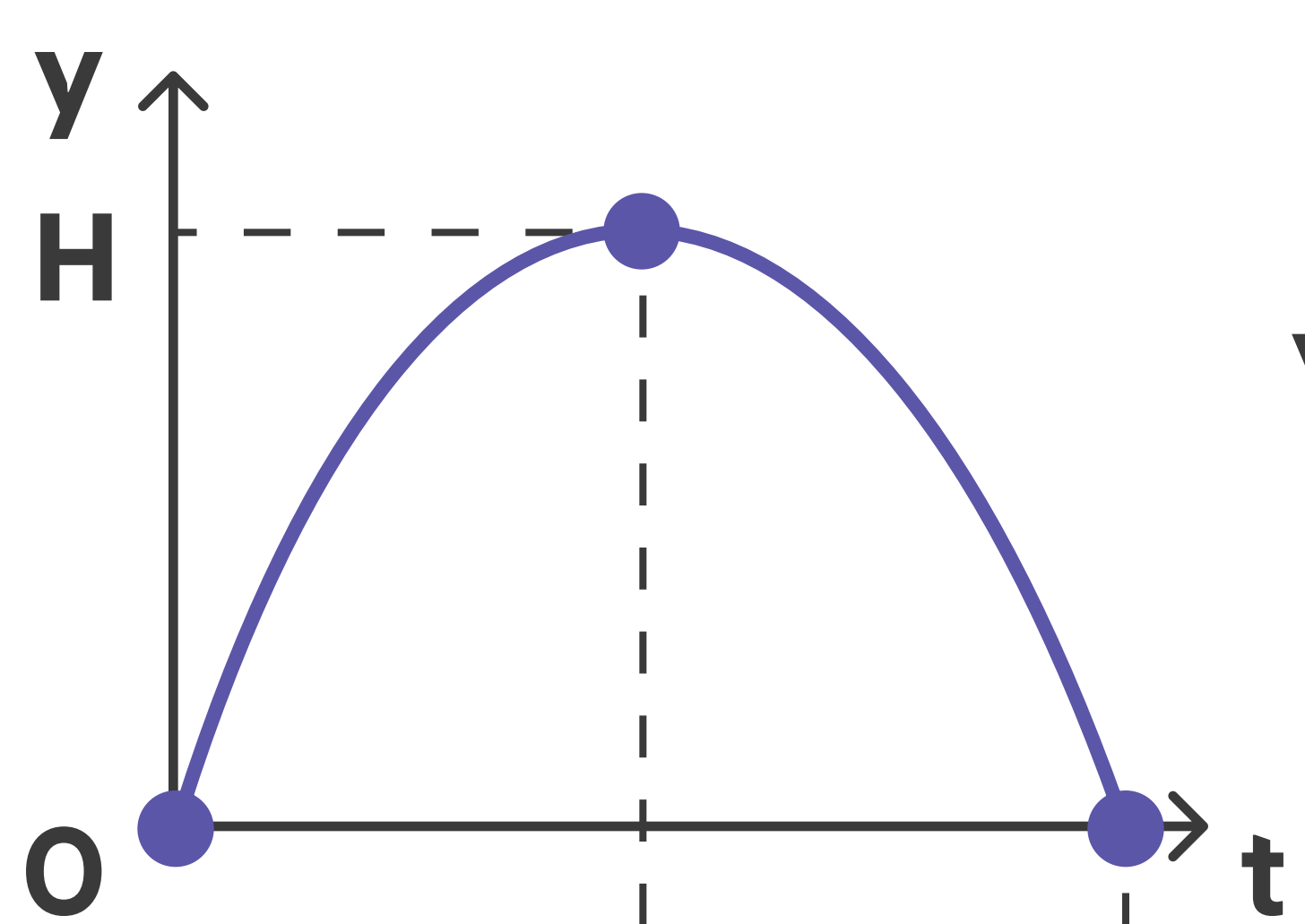
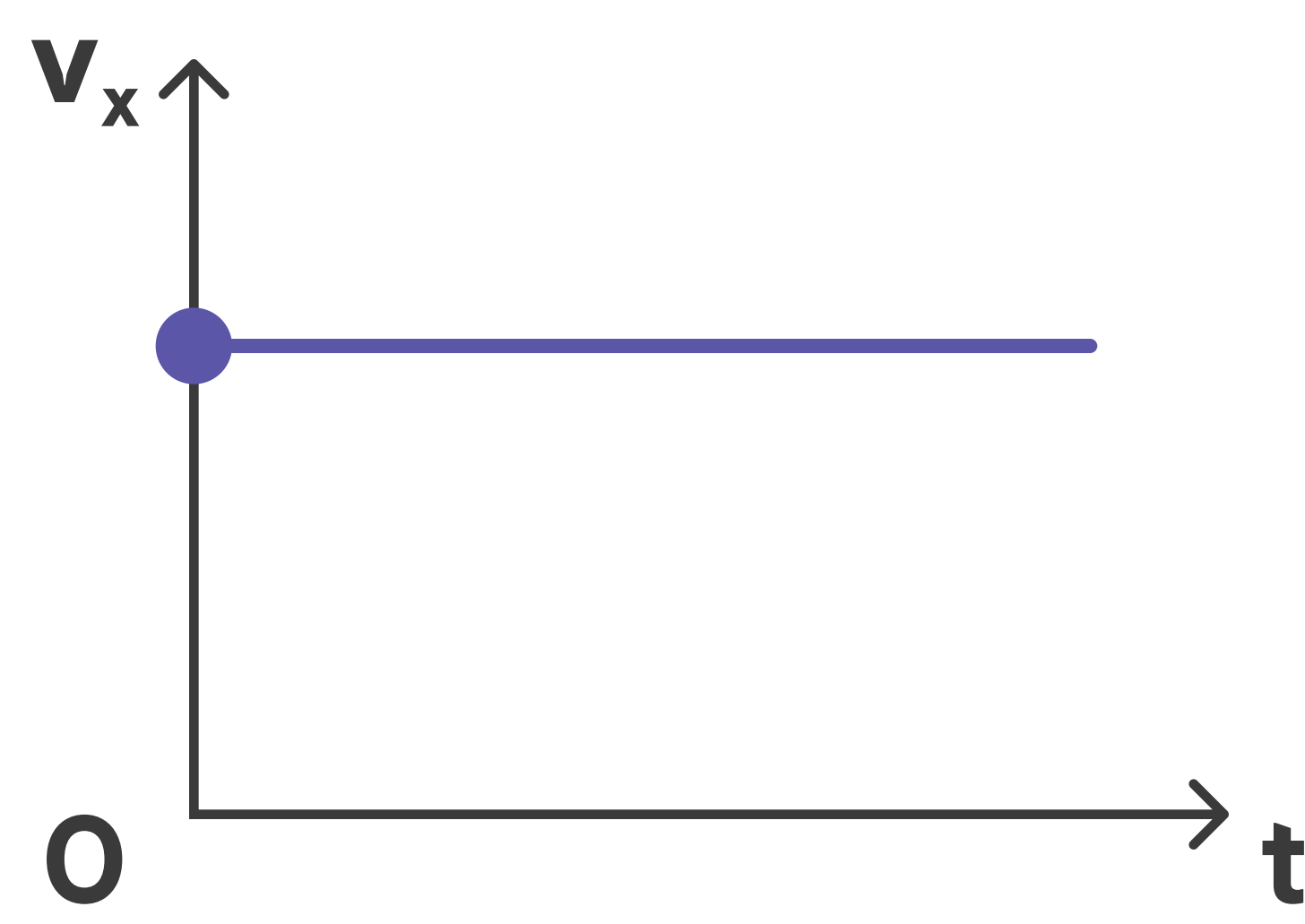
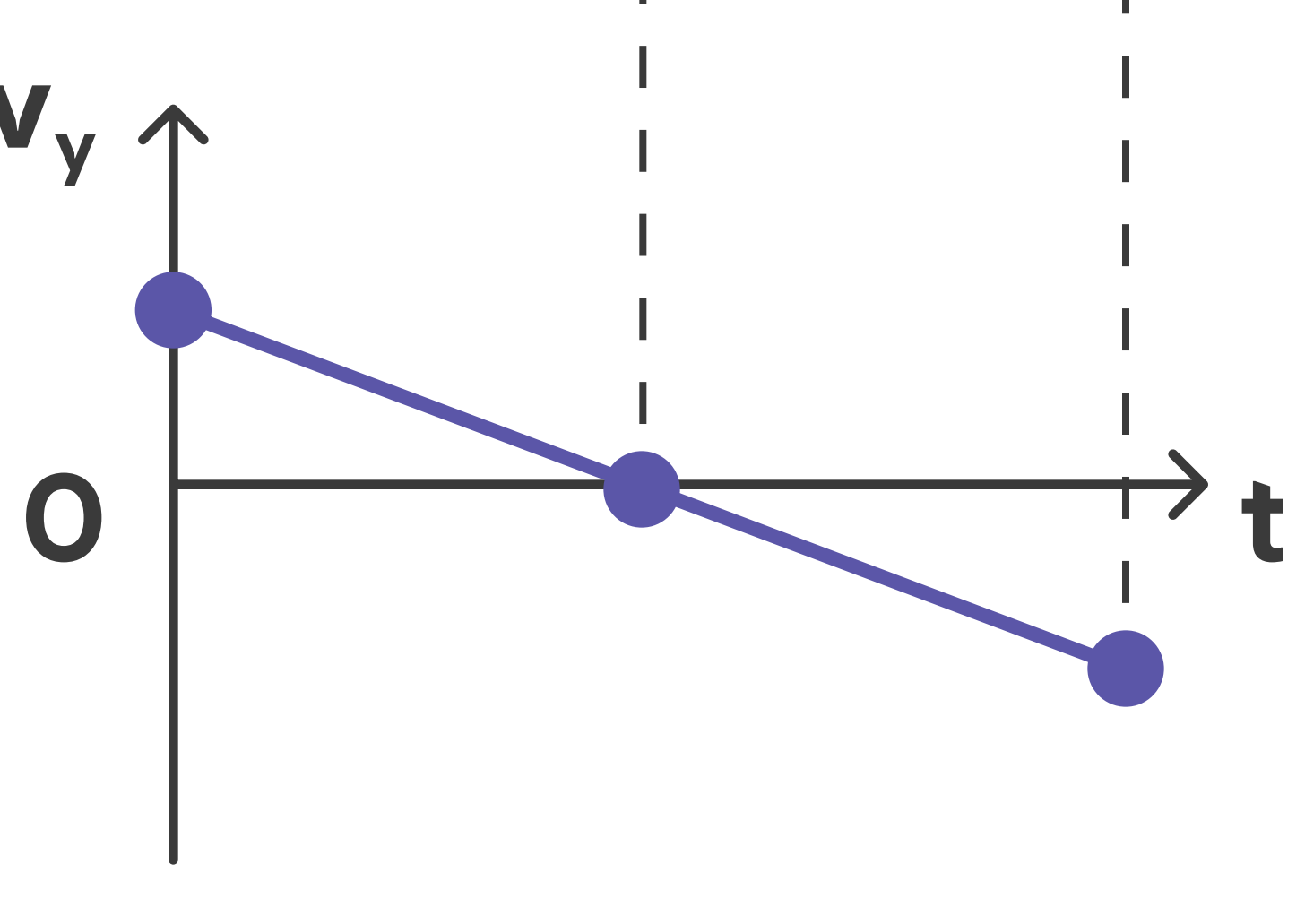
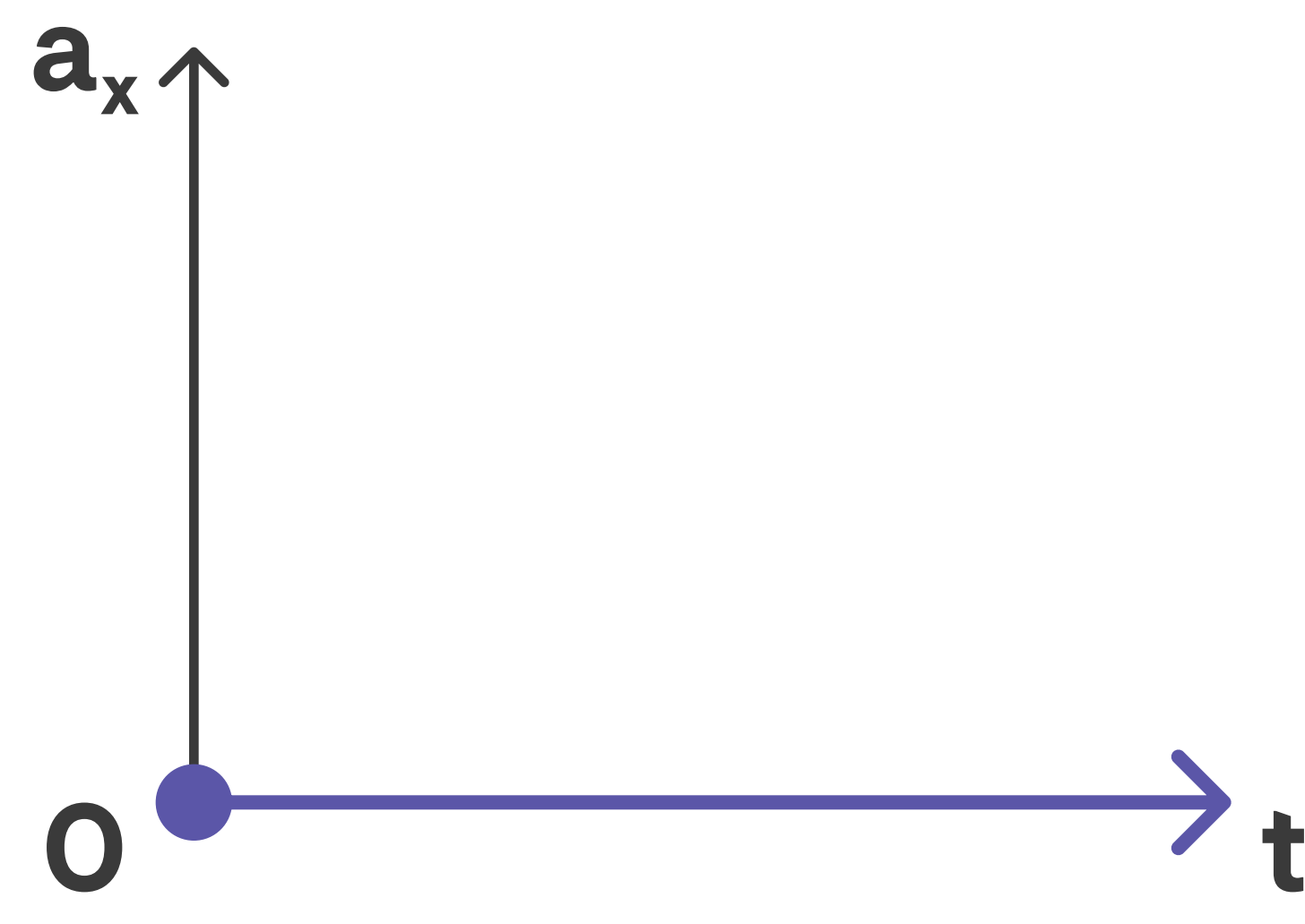
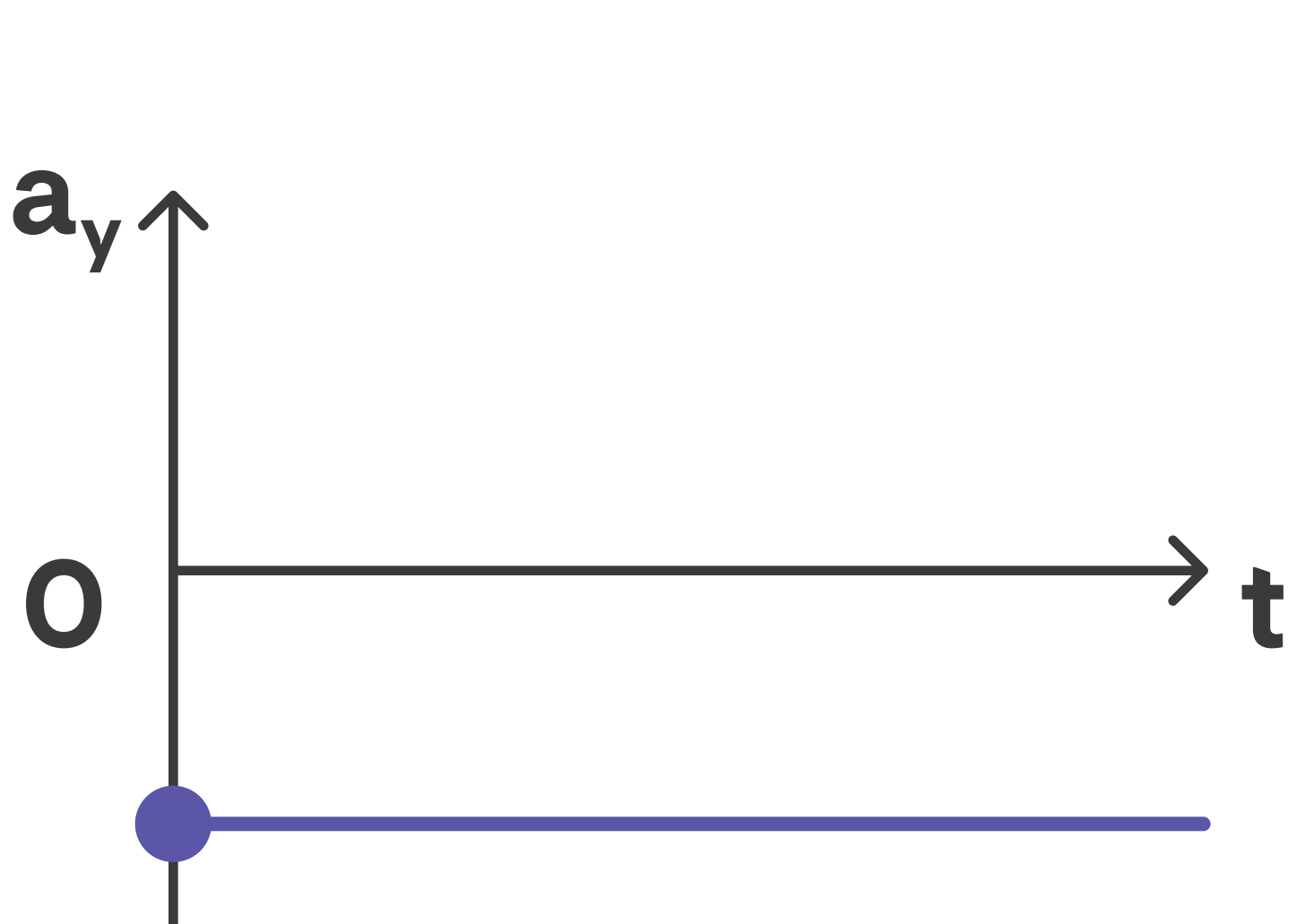
Найдем **высоту подъема** h . Для этого в уравнение зависимости вертикальной координаты от времени подставим время подъема тела:

$$y = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} \rightarrow h = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \right)^2$$

Упростив, получим следующее выражение:

$$h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

Изобразим графики зависимости всех величин от времени:

Равномерное движение	Равноускоренное движение
 $x = v_0 \cos \alpha t$	 $y = v_0 \sin \alpha \frac{gt^2}{2}$
 $v_x = v_0 \cos \alpha$	 $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$
 $a_x = 0$	 $a_y = -g$

!ВАЖНО!

Полученных формул нет в кодификаторе. Их вывод на экзамене обязателен!