

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 537

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

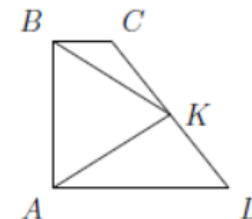
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В трапеции ABCD с основаниями AD и BC биссектрисы углов A и B пересекаются в точке K, лежащей на боковой стороне CD. Найдите боковую сторону AB, если AD = 19, BC = 7.

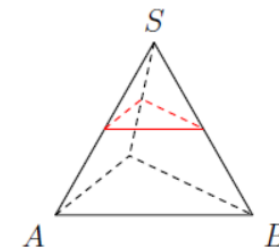


Ответ: _____.

2. Даны векторы \vec{a} и \vec{b} . Известно, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, а $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{13}$. Найдите скалярное произведение $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$.

Ответ: _____.

3. Площадь поверхности правильного тетраэдра равна 28. Тетраэдр пересекают плоскостью, проходящей через середины трех ребер, исходящих из одной вершины. Найдите площадь поверхности отсеченного тетраэдра.



Ответ: _____.

4. В школе проводится турнир по шахматам. В классе 21 ученик, среди которых два друга — Олег и Михаил. Класс случайным образом делят на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Олег и Михаил окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

5. Школа закупает мел у двух поставщиков. 60% мела от первого поставщика не крошится при письме, а у второго поставщика качественным является 40% мела. Всего не крошится 45% закупленного мела. Найдите вероятность того, что случайно взятый кусок мела оказался от первого поставщика.

Ответ: _____.

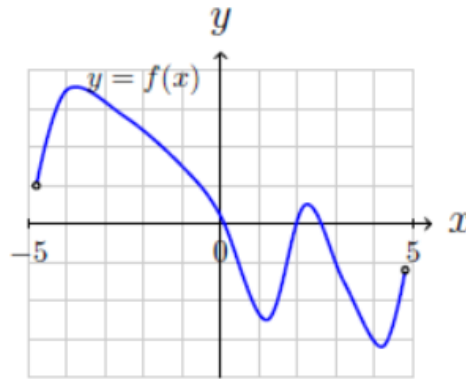
6. Найдите корень уравнения $\log_{x-1}(x^2 - 6x + 9) = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения: $\frac{7^{\log_7 3} + \log_2 16}{\sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{9\pi}{8}}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

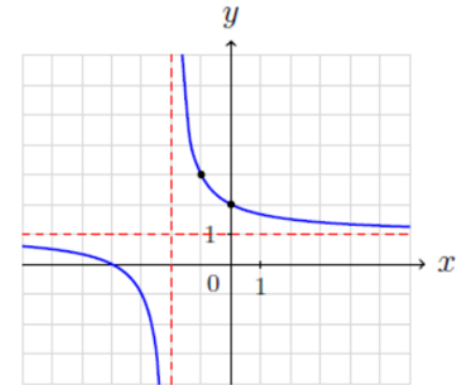
9. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $p_1 V_1^{1.4} = p_2 V_2^{1.4}$, где p_1 и p_2 — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях, а V_1 и V_2 — объем газа (в литрах). Изначально объем газа равен 256 л, а давление равно 1 атм. До какого наименьшего объема (в литрах) нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало не более 128 атм?

Ответ: _____.

10. Три бегуна — А, В и С — стартуют одновременно из одной точки кольцевой дорожки и бегут в одном направлении с постоянными скоростями. Бегун А обгоняет В каждые 12 минут. Бегун В обгоняет С каждые 20 минут. Через сколько минут бегун А обгонит бегуна С?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x+a} + b$. Найдите значение $f(18)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\log_{-\sin x} (4\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x - 2\cos^2 x) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $AA_1 = 8$. На ребрах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $AP = 2$, $CQ = 2$. Плоскость α проходит через прямую PQ параллельно диагонали призмы BD_1 .

А) Докажите, что плоскость α делит ребро DD_1 в отношении $2 : 1$, считая от вершины D .

Б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α .

15. Решите неравенство: $\log_{x^2-4x+5} (4 - |x-2|) \leq \log_{x^2-4x+5} \left(\frac{3}{x}\right)$.

16. В июле 2026 года планируется взять кредит на сумму 1,5 млн рублей на 10 лет (до июля 2036 года). Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в нечетные годы погашения (2027, 2029, 2031, 2033, 2035) долг должен уменьшаться на одну и ту же величину X по сравнению с предыдущим годом;

- в четные годы погашения (2028, 2030, 2032, 2034, 2036) долг должен уменьшаться на одну и ту же величину Y по сравнению с предыдущим годом;

- известно, что X в два раза больше Y ;

- к июлю 2036 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 2,3 млн рублей.

17. В треугольнике ABC проведена медиана AM . На продолжении медианы AM за точку M отложена точка D так, что $AM = MD$.

На отрезке CD взята точка P так, что $CP : PD = 1 : 2$. Прямая BP пересекает прямую AC в точке E , а прямую AD — в точке O . Прямая CO пересекает прямую AB в точке K .

А) Докажите, что $AK : KB = 3 : 1$.

Б) Найдите площадь треугольника KOE , если известно, что площадь треугольника ABC равна 160.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - ax + a)^2 + (1 - a)x + a = 0$$

имеет ровно три различных действительных корня.

19. По кругу расставили N попарно различных натуральных чисел. Известно, что сумма любых трех подряд идущих чисел делится на 5, а сумма любых четырех подряд идущих чисел делится на 7.

А) Может ли N быть равным 2026?

Б) Может ли N быть равным 10, если известно, что ни одно из чисел не превосходит 100?

В) Какое наименьшее значение может принимать сумма всех расставленных чисел, если $N = 10$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.