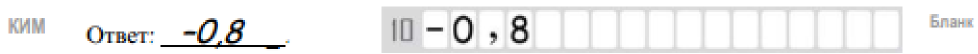
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 536

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

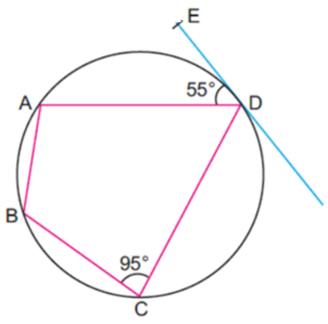
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Четырехугольник ABCD вписан в окружность, $\angle BCD = 95^0$, DE - касательная к окружности, $\angle ADE = 55^0$ Найдите градусную меру дуги AB.

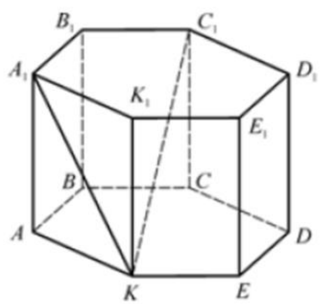


Ответ: ________________________.

2. Даны два единичных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Известно, что векторы $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Найдите угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ в градусах.

Ответ: ________________________.

3. В правильной шестиугольной призме $ABCDEKA_1B_1C_1D_1E_1K_1$ $KC_1 = \sqrt{7}$, $A_1K = 2$. Найдите объём призмы $ABCDEKA_1B_1C_1D_1E_1K_1$.



Ответ: ________________________.

4. В настольной игре используется стандартный игральный кубик и две монеты. Первая монета — «Счастливая», на ней орел выпадает с вероятностью 0,6. Вторая монета — «Несчастливая», на ней орел выпадает с вероятностью 0,2.
Правила хода следующие: игрок сначала бросает кубик. Если выпадает четное число очков, он подкидывает «Счастливую» монету, а если нечетное — «Несчастливую». Игрок сделал ход, и на монете выпал орел. Найдите вероятность того, что игрок подкидывал «Счастливую» монету.

Ответ: ________________________.

5. В непрозрачном мешочке лежат 10 игральных кубиков. Из них 9 кубиков — абсолютно стандартные (на гранях числа от 1 до 6), а один кубик — бракованный, на всех его шести гранях нанесено число «6». Ведущий наугад достает из мешочка один кубик и бросает его дважды. Оба раза выпадает шестерка. Найдите вероятность того, что ведущий достал бракованный кубик.

Ответ: ________________________.

6. Решите уравнение $x^x+139x^{-x}-108x^{-2x}=32$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите их произведение.

Ответ: ________________________.

7. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{\log_2 48-4\sqrt{\log_2 3}}-3}{\sqrt{\log_2 6+2\sqrt{\log_2 3}}}+2$.

Ответ: ________________________.

8. Найдите ординату точки касания графиков функций $y=ax^2$ и $y=\ln x$.

Ответ: ________________________.

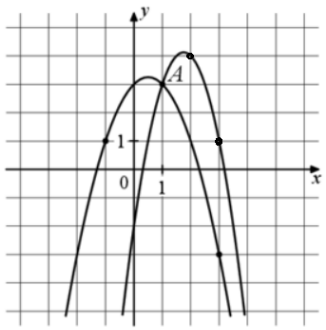
9. Подъемная сила крыла самолета (в ньютонах) вычисляется по формуле $F=\frac{1}{2}C_y\rho v^2 S$, где C_y — безразмерный коэффициент подъемной силы, ρ — плотность воздуха (в кг/м³), υ — скорость самолета (в м/с), S — площадь крыла (в м²). Для легкого пассажирского самолета площадь крыла $S=20$ м², а коэффициент $C_y=1{,}2$. Плотность воздуха на взлетно-посадочной полосе равна $\rho=1{,}2$ кг/м³.
Самолет оторвется от земли, когда подъемная сила F станет равна силе тяжести mg, где m — масса самолета, а $g=10$ м/с² — ускорение свободного падения.
Какую минимальную скорость (в км/ч) должен набрать этот самолет для взлета, если его масса составляет 1296 кг?

Ответ: ________________________.

10. Есть три сосуда с раствором соли. Концентрации в них образуют арифметическую прогрессию. Если смешать 1-й и 2-й в равных пропорциях, получим 10% раствор. Если 2-й и 3-й в равных пропорциях — 30% раствор. Какая концентрация получится, если смешать все три сосуда в равных пропорциях?

Ответ: ________________________.

11. На рисунке представлены графики двух функций $f(x)=ax^2+bx+c$ и $g(x)=kx^2+mx+n$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Ответ: ________________________.

12. Найдите наименьшее значение функции $y=2^{x^2-4x+5}+\log_2(x^2-4x+5)$ на отрезке $[1;4]$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\dfrac{2^{\sin 2x}-2^{\sqrt{3}\cos x}}{\sqrt{\operatorname{tg}x-1}}=0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AA_1=AB=\sqrt{2};\quad BC=2$. Через точку B и середину AD проведена плоскость α перпендикулярно диагонали AC_1, а через точку D и середину ребра BC проведена плоскость β параллельно плоскости α.

А) Докажите, что плоскость α проходит через точку A_1.

Б) Найдите объем части параллелепипеда, заключенный между плоскостями α и β.

15. Решите неравенство: $\dfrac{\log_2^2 x-\log_2\left(2x^3\right)+2}{\log_2^2 x-4}\le 1$

16. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 1 100 000 рублей на срок 4 года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года.
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.
- в первые три года (2027, 2028 и 2029 гг.) заемщик выплачивает только начисленные проценты, оставляя тело кредита неизменным.

В 2030 году заемщик выбирает одну из двух стратегий погашения остатка:

1)Стратегия «*Рассрочка*»: Погасить весь оставшийся долг двумя равными платежами в 2030 и 2031 годах.

2) Стратегия «*Досрочный рывок*»: Выплатить в 2030 году фиксированную сумму, чтобы остаток долга на начало 2031 года (сразу после начисления процентов в январе) стал ровно в два раза меньше, чем он был бы при стратегии «Рассрочка» в тот же момент времени.

На сколько рублей общая сумма выплат по второй стратегии будет меньше, чем по первой, если во втором случае кредит также будет полностью погашен в 2031 году?

17. В остроугольном треугольнике ABC $\angle ABC=60^0$ проведены высоты AA_1 и CC_1. Известно, что $AC=12\sqrt{3}$, а площадь треугольника A_1BC_1 равна $20\sqrt{3}$.

А) Докажите, что касательная, проведенная к описанной около треугольника ABC окружности в точке B, параллельная прямой A_1C_1.

Б) Найдите площадь треугольника HA_1C_1, где H – ортоцентр треугольника ABC.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{a^2-a-2a\sin x+\sin^2 x+\sin x}{\sqrt{\frac{3}{4}-\left|\sin x+a-\frac{5}{4}\right|}}=0$$

имеет ровно два различных корня на отрезке $[0;\pi]$.

19. Дано натуральное число n. За один ход разрешается либо прибавить к числу его наибольший делитель, не равный самому числу ($d_{\max}<n$), либо вычесть из числа его наименьший делитель больший 1 ($d_{\min}>1$).

А) Можно ли за несколько таких ходов из числа 4 получить число 15?

Б) Можно ли за несколько таких ходов из числа 10 получить число 13?

В) Какое наименьшее количество ходов потребуется, чтобы из числа 2 получить число 60?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.