Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

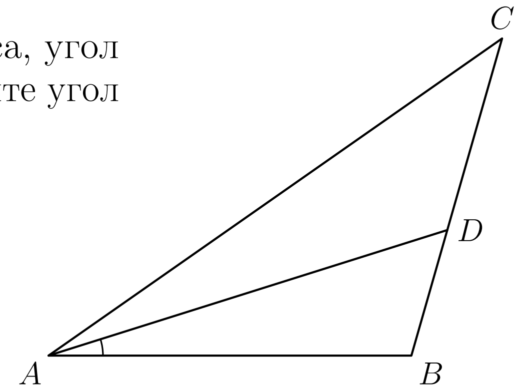
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

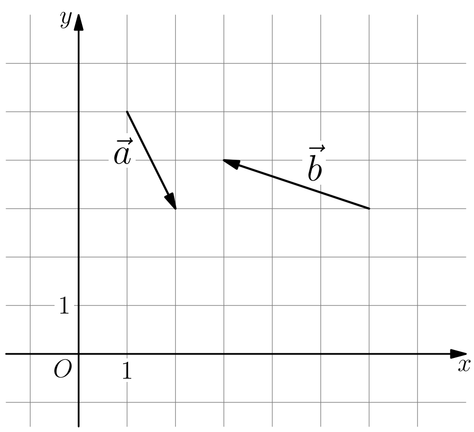
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен $30°$, угол BAD равен $22°$. Найдите угол ADB. Ответ дайте в градусах.



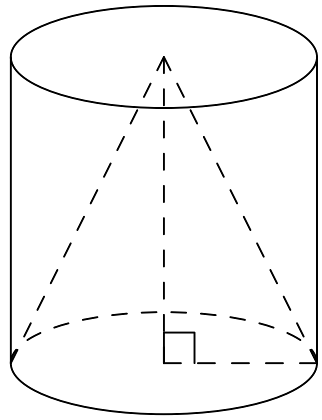
Ответ:__________________________.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину вектора $\vec{a}+2\vec{b}$.



Ответ:__________________________.

3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Найдите объем конуса, если объем цилиндра равен 150.



Ответ:__________________________.

4 Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ:__________________________.

5 В коробке 8 синих, 6 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ:__________________________.

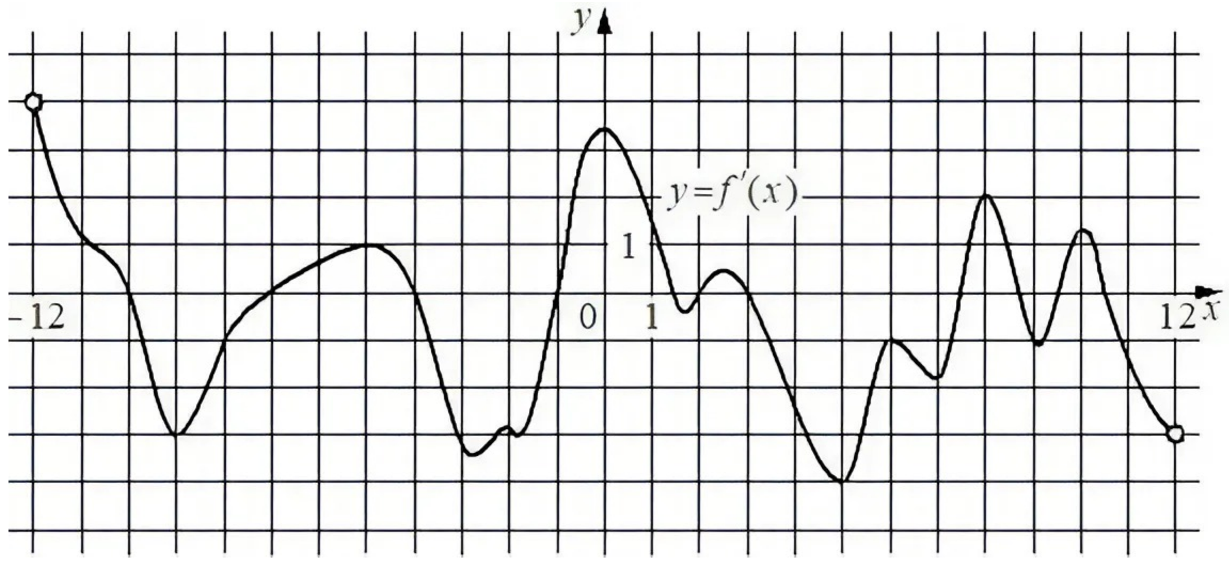
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{2x+73}=9$.

Ответ:__________________________.

7 Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{8})^2}{6}$.

Ответ:__________________________.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12; 12)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-6; 11]$.



Ответ:__________________________.

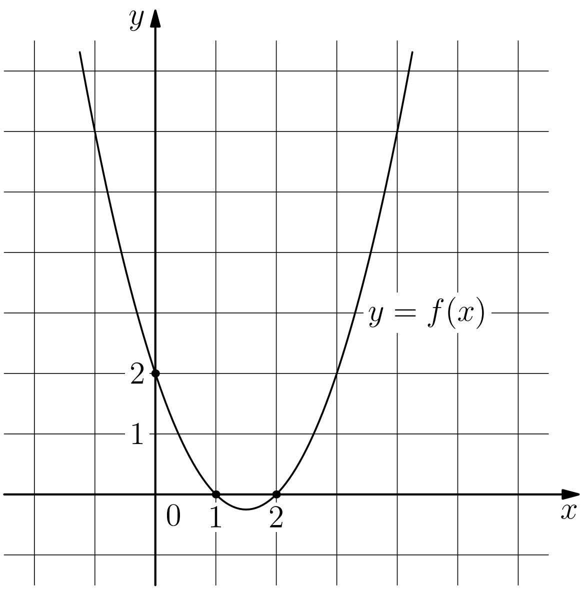
9 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в Вт), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в м^2), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{16} \cdot 10^{20}$ м^2, а мощность её излучения равна $9{,}12 \cdot 10^{25}$ Вт. Найдите температуру этой звезды. Ответ дайте в кельвинах.

Ответ:__________________________.

10 Имеется два сплава. Первый содержит 15% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 140 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ:__________________________.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-3)$.



Ответ:__________________________.

12 Найдите точку максимума функции $y = \log_2(2 + 2x - x^2) - 2$.

Ответ:__________________________.

!

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\cos^2 x + \sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi; 4\pi]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ точка K– середина ребра A_1B_1.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью AKC является равнобедренной трапецией.
б) Найдите расстояние от точки B до плоскости сечения, если все рёбра призмы равны 6.

15 Решите неравенство

$$\frac{9}{\log_3 x} - \log_3\left(\frac{9}{x}\right) \leqslant \frac{34}{\log_3 x^2}.$$

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере 6,6 млн рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 6,6 млн рублей;

– выплаты в 2030 и 2031 годах равны;

– к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 12,6 млн рублей. Найдите r.

17.1 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L.

а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.

б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos\angle BAC = \dfrac{7}{25}$.

17.2 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AC и катета BC соответственно. Точка K лежит на катете BC так, что $BK : KC = 1 : 3$.

а) Докажите, что $AN = 2KM$.
б) Пусть P – точка пересечения отрезков AN и KM. Найдите длину отрезка BP, если $AB = 10$.

18 Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{|x|} + 5|x| + 4 = 3y + 5x^2 + 3a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

19

а) Можно ли представить число 2032 в виде суммы двух различных натуральных чисел, сумма цифр которых одинакова?
б) Можно ли представить число 799 в виде суммы двух различных натуральных чисел, сумма цифр которых одинакова?
в) Найдите наименьшее число, которое можно представить в виде суммы шести различных натуральных чисел, сумма цифр которых одинакова.

! ***Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.***