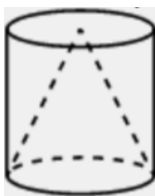


- 3 Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 57.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,82. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\sqrt{28 - 2x} = 2.$$

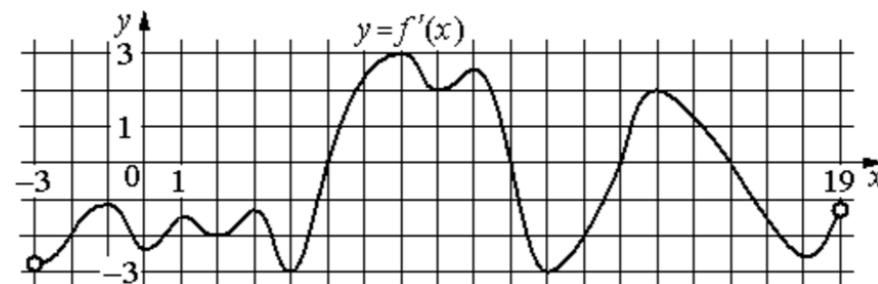
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 15]$.



Ответ: _____.

- 9 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения P (в ваттах) нагретого тела прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ – постоянная, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{18} \cdot 10^{21}$ м², а излучаемая ею мощность P равна $4,104 \cdot 10^{27}$ Вт. Определите температуру этой звезды. Дайте ответ в градусах Кельвина.

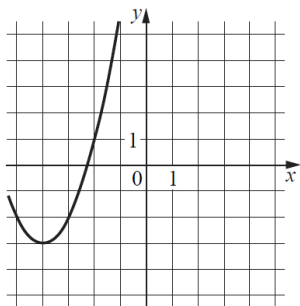
Ответ: _____.

- 10 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.



- 11** На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c – целые. Найдите значение $f(-12)$.



Ответ: _____.

- 12** Найдите точку минимума функции $y = 1,5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение

$$\sin^2 x + \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2}.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{13\pi}{2}; \frac{15\pi}{2} \right]$.

- 14** В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 6. Точка K – середина ребра $B_1 C_1$.

- а) Докажите, что сечение призмы плоскостью BKD является равнобедренной трапецией.
 б) Найдите расстояние от точки C до плоскости BKD .

- 15** Решите неравенство

$$\frac{4}{\log_2 x} - \log_2 \left(\frac{4}{x} \right) \leq \frac{38}{\log_2 x^2}.$$

- 16** В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 160 000 рублей, а во второй год – 240 000 рублей.



17 В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N – середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

- а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.
б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{|x|} + 6|x| + 7 = 5y + 6x^2 - a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Шесть различных натуральных чисел таковы, что никакие два из них не имеют общего делителя, большего 1.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равной 39?
б) Может ли сумма этих чисел быть равной 34?
в) Какова их минимальная сумма?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	52
2	11
3	171
4	0,11
5	0,22
6	12
7	2
8	1
9	6000
10	30
11	61
12	8
13	а) $\pi n, \frac{\pi}{4} + \pi n; n \in Z$ б) $7\pi; \frac{29\pi}{4}$
14	4
15	$\left(0; \frac{1}{8}\right] \cup (1; 32]$
16	20
17	$\frac{25}{36}$
18	-7
19	а) да б) нет в) 29

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



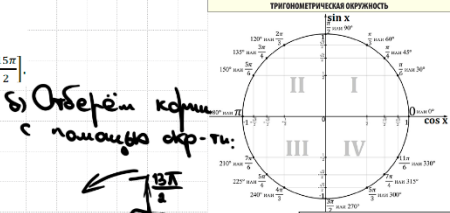


13 а) Решите уравнение $\sin^2 x + \cos^2(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$

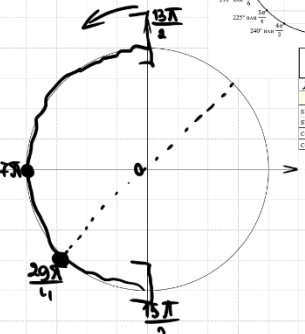
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{13\pi}{2}; \frac{15\pi}{2}]$.

а) $\sin^2 x + (\cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2 - \frac{1}{2} = 0$
 $\sin^2 x + \frac{1}{2} \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x + \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0$
 $\sin^2 x + \frac{1}{2} (\sin^2 x + \cos^2 x) - \frac{1}{2} - \sin x \cdot \cos x = 0$
 $\sin x \cdot (\sin x - \cos x) = 0$
 $\sin x = 0$
 $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$\sin x = \cos x \mid \cos x \neq 0$
 $\operatorname{tg} x = 1$
 $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$



б) Ответим криво с помощью окр-ти.



Получим:
 $x = \pm \pi$
 $x = \frac{7\pi}{4} + \pi$
 $x = \frac{7\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{20\pi}{4}$

Ответ: а) $\pi n, \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $7\pi, \frac{20\pi}{4}$

ИСТОЧНИКИ
 Досрочная волна 2026
ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

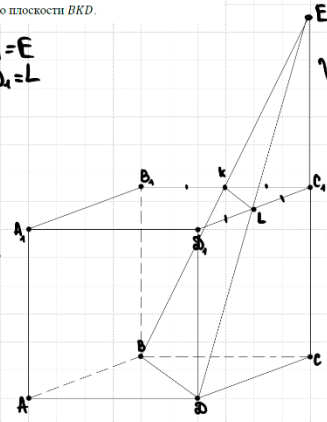
14 В кубе ABCDA₁B₁C₁D₁ все ребра равны 6. Точка K – середина ребра B₁C₁.
 а) Докажите, что сечение призмы плоскостью BKD является равнобедренной трапецией.
 б) Найдите расстояние от точки C до плоскости BKD.

ИСТОЧНИКИ
 Досрочная волна 2026

а) Пусть BK ∩ CC₁ = E
 DE ∩ C₁D₁ = L
 BKLD – сечение

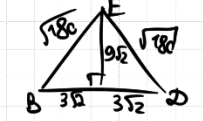
① BD ∥ KL т.к. на-то сеч. пересек. паралл. граней по паралл. прямым.
 BKLD – трап.

② Δ B₁C₁D₁:
 K – середина B₁C₁
 KL ∥ B₁D₁
 значит KL – ср. линия
 L – ср. C₁D₁
 Δ BB₁K = Δ DD₁L по 2 катетам
 значит BK = DL
 BKLD – р/б трап.



б) ① Рассмотрим EBCD – трапецию
 $S_{EBCD} = \frac{1}{2} S_{BCD}$
 $CE = \frac{1}{3} S_{EBCD} \cdot h$
 где h – расстояние от т.с. до (BKD)

② $S_{BCD} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$
 $CE = 2 \cdot CC_1 = 12$
 (т.к. LC₁ – ср. линия Δ ECD, значит C₁ – ср. CE)
 $DE = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$
 $BD = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$



$S_{EBCD} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 9\sqrt{2} = 54$
 $h = \frac{S_{EBCD} \cdot CE}{S_{BCD}} = \frac{18 \cdot 12}{54} = 4$
 Ответ: 4.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



15 Решите неравенство

$$\frac{4}{\log_2 x} - \log_2 \left(\frac{4}{x}\right) \leq \frac{38}{\log_2 x^2}$$

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2026

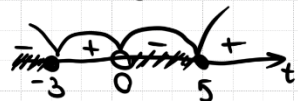
$$\frac{4}{\log_2 x} - \log_2 4 + \log_2 |x| - \frac{38}{2 \log_2 |x|} \leq 0$$

$2 \log_2 |x| = x$, т.к. $x > 0$

Пусть $\log_2 x = t$

$$\frac{4^{1-t}}{t} - \frac{2^{1-t}}{1} + \frac{t^{1-t}}{1} - \frac{19^{1-t}}{t} \leq 0$$

$$\frac{t^2 - 2t - 15}{t} \leq 0$$



$$\begin{cases} t \leq -3 \\ 0 < t \leq 5 \end{cases}$$

$$\log_2 x \leq \log_2 \frac{1}{8}$$

$$0 < x \leq \frac{1}{8}$$

$$\log_2 1 < \log_2 x \leq \log_2 32$$

$$1 < x \leq 32$$

Ответ: $(0; \frac{1}{8}] \cup (1; 32]$.

16

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите r , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 160 000 рублей, а во второй год - 240 000 рублей.

Пусть m - месячная плата

$$\left(1 + \frac{r}{100}\right) = b$$

$$15b^2 - 8b - 12 = 0$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-12) = 784 = 28^2$$

$$b = \frac{8 \pm 28}{30}$$

$$b = \frac{36}{30}$$

$$1 + \frac{r}{100} = \frac{12}{10}$$

$$\frac{r}{100} = \frac{2}{10}$$

$$r = 20.$$

$$b = -\frac{2}{3}$$

$$1 + \frac{r}{100} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{r}{100} = -\frac{5}{3}$$

$$r = -\frac{500}{3}$$

пост. коэф.

Дата	Сумма долга
и 20	300 тыс.
я 21	300 б
м 21	300 · b - 160
я 22	300 · b ² - 160b
м 22	300b ² - 160 · b - 240 = 0 :20

Ответ: 20.

ИСТОЧНИКИ

ГРП (старый банк)
ГРП (новый банк)
Основная волна 2020
Основная волна 2017
Основная волна 2015
Досрочная волна 2026

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2





18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 5 \cdot 2^{|x|} + 6|x| + 7 = 5y + 6x^2 - a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

ИСТОЧНИКИ

Досрочный экзамен 2026

имеет единственное решение.

Заметим, что если (x_0, y_0) - решение системы, то $(-x_0, y_0)$ - тоже.

Тогда единств. р-н. система может быть только при $x=0$

Если $x=0$, то $\begin{cases} 5 + 7 = 5y - a \\ y^2 = 1 \end{cases}$

Если $y=1$, то $a = -7$
 Если $y=-1$, то $a = -17$.

Получаем при $a = -7$ $(0; 1)$ - решение системы
 при $a = -17$ $(0; -1)$ - р-н. система

Проверим, будут ли эти р-н. ед. при данных a

Проверим $a = -7$
 $\begin{cases} 5 \cdot 2^{|x|} + 6|x| = 5y + 6x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Если $x=0$, то $\begin{cases} 5 = 5y \\ y^2 = 1 \end{cases}$

$(0, 1)$ - решение системы

Если $x \in (0, 1]$, то $\begin{cases} 5 \cdot 2^x + 6x = 5y + 6x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 5y = 5 \cdot 2^x + 6x - 6x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2^x + \frac{6}{5}x - \frac{6}{5}x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Заметим, что $2^x > 1$ при $x \in (0; 1]$
 $\frac{6}{5}x - \frac{6}{5}x^2 \geq 0$ при $x \in (0; 1]$
 Получаем $y > 1$, т.е. при $x \in (0; 1]$ нет р-н.

Если $x \in [-1, 0)$, то $\begin{cases} 5 \cdot 2^{-x} - 6x = 5y + 6x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 5y = 5 \cdot 2^{-x} - 6x - 6x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2^{-x} - \frac{6}{5}x - \frac{6}{5}x^2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Заметим, что $\frac{1}{2^x} > 1$ при $x \in [-1, 0)$
 $-\frac{6}{5}(x+x^2) \geq 0$

Получаем, что $y > 1$
 значит при $x \in [-1, 0)$ нет р-н.

ЗНАЧИТ
 при $a = -7$ будет ед. р-н. система $(0, 1)$

Ответ: -7 .

Проверим $a = -17$
 $\begin{cases} 5 \cdot 2^{|x|} + 6|x| = 5y + 6x^2 + 10 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Если $x=0$, то $\begin{cases} 5 = 5y + 10 \\ y^2 = 1 \end{cases}$

$(0, -1)$ - р-н. система

Если $x \in (0, 1]$, то $\begin{cases} 5 \cdot 2^x + 6x = 5y + 6x^2 + 10 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} 5y = 5 \cdot 2^x + 6x - 6x^2 - 10 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2^x + \frac{6}{5}x - \frac{6}{5}x^2 - 2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Заметим, что $x=1$
 $y=0$
 т.е. $(1, 0)$ - решение системы
 $(-1, 0)$ - тоже

Значит при $a = -17$ будет более одного р-н.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4



19 Шесть различных натуральных чисел таковы, что никакие два из них не имеют общего делителя, большего 1.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равной 39?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равной 34?
- в) Какова их минимальная сумма?

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2019
Досрочная волна 2026

Можно использовать:
1 2 3 5 7 11 13 17 19 23 ...

а) $1 + 2 + 3 + 5 + 11 + 17 = 39$
 Ответ: а) да

б) Среди данных чисел не может быть два и более четных, т.к. у них есть общ. делитель?

в) Одно четное число тоже быть не могло
 $7 + n + n + n + n + n = \text{нечётн. резу-т.}$
 значит среди чисел нет четных

г) $S \geq 1 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13$
 $S \geq 40$
 $S \neq 34$
 Ответ: б) нет

д) Сумма первых пяти нечетных = $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$
 Шестым числом можно взять следующее нечетное 11 или одно четное число
 Берём 2 — самое маленькое натуральное четное число
 Тогда $S \geq 1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 9$
 $S \geq 27$

е) И 3 и 9 имеют общий делитель 3 $\Rightarrow S \neq 27$
 $S \geq 28$

ж) Может ли S быть 28?
 Для этого надо, чтобы четных чисел было 0 или 2, 4, 6
 (тогда сумма первых шести нечетных чисел превзойдет 28)
 (тогда, получим условие про делитель > 1)
 $\Rightarrow S \neq 28$
 $S \geq 29$

з) Попробем, что $S = 29$ можно быть:
 $1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 11 = 29$
 Ответ: в) 29

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4