

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 10 | - | 0 | , | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

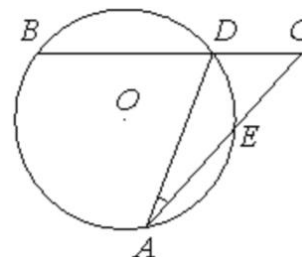
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

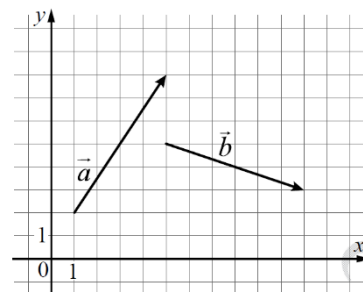
Угол ACB равен 54° . Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E равна 138° . Найдите угол DAE . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.





- 3 В цилиндрический сосуд налили 500 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,2 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.

Ответ: _____.

- 4 На олимпиаде по русскому языку 350 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 140 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

- 5 В коробке 12 синих, 6 красных и 7 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения

$$\sqrt{2x + 31} = 9.$$

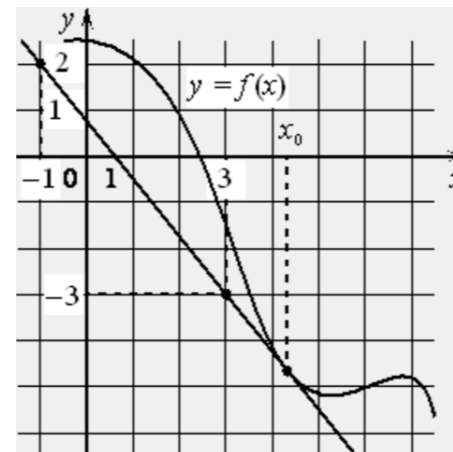
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{51 \cos 4^\circ}{\sin 86^\circ} + 8.$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

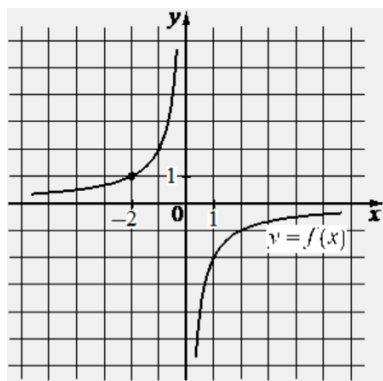
- 9 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 170$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 12$ м/с и $v = 6$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 180 Гц?

Ответ: _____.

- 10 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 42 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 8 \cos x + \frac{30}{\pi} x + 19 \text{ на отрезке } \left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right].$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$.

- 14 На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 6 : 1$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 3 : 4$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 30$, $AA_1 = 35$.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .

- 15 Решите неравенство

$$(3^{4x-x^2-3} - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) \geq 0.$$

- 16 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг (в млн рублей) | S | $0,7S$ | $0,4S$ | 0 |

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.





17 В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O .

- а) Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.
б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^\circ$, а основания равны 5 и 7.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 4, или на цифру 8. Сумма написанных чисел равна 2786.

- а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 4 и на 8?
б) Может ли ровно четыре числа на доске оканчиваться на 8?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 8, может быть на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

| Номер задания | Правильный ответ |
|---------------|---|
| 1 | 15 |
| 2 | 12 |
| 3 | 100 |
| 4 | 0,2 |
| 5 | 0,24 |
| 6 | 25 |
| 7 | 59 |
| 8 | -1,25 |
| 9 | 312 |
| 10 | 189 |
| 11 | -0,2 |
| 12 | -5 |
| 13 | а) 2; 5 б) 2 |
| 14 | 382,5 |
| 15 | $(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$ |
| 16 | 11 |
| 17 | 35 |
| 18 | $(-5; -4) \cup (-4; -3)$ |
| 19 | а) нет б) нет в) 9 |

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$.

$$\text{а) } \begin{cases} x+1 = 3\sqrt{x-1} \\ \sqrt{x-1} = \frac{x+1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} \geq 0 & 1.3 \\ x-1 = \left(\frac{x+1}{3}\right)^2 & 1.9 \end{cases}$$

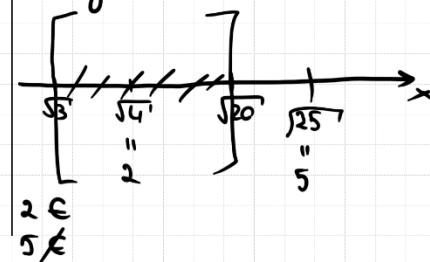
$$\text{① } \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{② } (x-1) \cdot 9 &= x^2 + 2x + 1 \\ x^2 - 7x + 10 &= 0 \\ x &= 5 \quad x = 2 \end{aligned}$$

Ответ: а) 2; 5.
б) 2.

$$\text{б) } \begin{cases} 2 = \sqrt{4} \\ 5 = \sqrt{25} \end{cases}$$

Получаем



ИСТОЧНИКИ

Основная школа (Резерв) 2018

14

На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1 E : EA = 6 : 1$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1 F : FB = 3 : 4$, а точка T — середина ребра $B_1 C_1$. Известно, что $AB = 4\sqrt{2}$, $AD = 30$, $AA_1 = 35$.

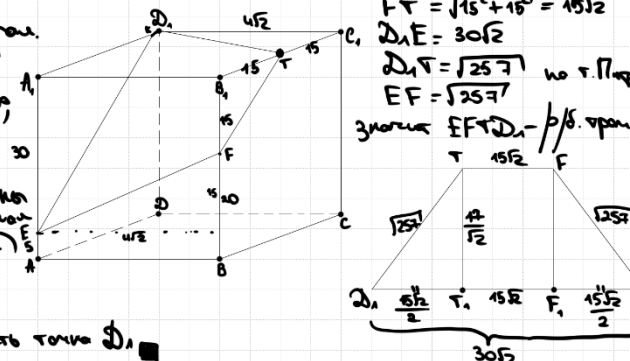
- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью EFT .

а) Сечение пересек. паралл. грани по паралл. пр.
Построим EK такую, что $EK \parallel FT$

$\Delta B_1 FT$ — п/б. $\Delta EA_1 K$ — п/б. $\Delta B_1 FT \sim \Delta EA_1 K$ по 2 углам т.е. $A_1 K = 30 = A_1 E$ (...

НО $A_1 D_1 = 30$

значит т. К — это и есть точка D_1



$$S = \frac{15\sqrt{2} + 30\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{17}{\sqrt{2}} = 382,5$$

Ответ: 382,5.

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Гордиш #14 2019

| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | 2 |

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше | 0 |
| Максимальный балл | 3 |



15 Решите неравенство
 $(3^{4x-x^2-3} - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) \geq 0$.

$$(3^{4x-x^2-3} - 3^0) \cdot (\log_{\frac{1}{2}}(x^2-4x+5) - \log_{\frac{1}{2}}1) \geq 0$$

$$3^{(3-1)(4x-x^2-3-0)} \cdot (\frac{1}{2}-1) \cdot (x^2-4x+5-1) \geq 0 \quad | \cdot (-2)$$

$$x^2-4x+5 > 0$$

$$\textcircled{1} \frac{(-x^2+4x-3)(x^2-4x+4)}{(x^2-4x+3)(x-2)^2} \geq 0 \quad | \cdot (-1)$$



$$\textcircled{2} \frac{x^2-4x+4}{(x-2)^2} + 1 > 0$$

$$(x-2)^2 + 1 > 0$$

x - любое

Ответ: $(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$

ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна (Резерв) 2016
 МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

| БЫЛО | СТАЛО |
|---------------------------|--------------|
| $\log_a f \cdot \log_a g$ | $(a-1)(f-g)$ |
| $a^f - a^g$ | $(a-1)(f-g)$ |
| $ f - g $ | $(f-g)(f+g)$ |
| $\sqrt{f} - \sqrt{g}$ | $(f-g)$ |

| ОС |
|--|
| $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ |
| $2(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ |
| $3(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ |
| $4a^2 - b^2 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ |
| $5a^2 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ |
| $6(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ |
| $7(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ |

16 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере 5 млн рублей, где 5 – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг (в млн рублей) | S | 0,7S | 0,4S | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

Пусть x – сумма долга

| Дата | Сумма долга |
|-------|----------------------------|
| 16.07 | S |
| 17.01 | 1,25 · S |
| 17.07 | 0,7 · S |
| 18.01 | 0,7 · S · 1,25 = 0,875 · S |
| 18.07 | 0,4 · S |
| 19.01 | 0,4 · S · 1,25 = 0,5 · S |
| 19.07 | 0 |

Решение:

$$\begin{cases} \frac{55}{100} S > 5 & | \cdot \frac{100}{55} \\ \frac{475}{1000} S > 5 & | \cdot \frac{1000}{475} \\ \frac{5}{10} S > 5 & | \cdot \frac{10}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S > \frac{5 \cdot 100}{55} = 9 \frac{1}{11} \\ S > \frac{5 \cdot 1000}{475} = 10 \frac{20}{19} \\ S > \frac{5 \cdot 10}{5} = 10 \end{cases}$$

Получаем $S_{\min} = 11$

Ответ: 11.

ИСТОЧНИКИ

ГРП (старый банк)
 ГРП (новый банк)
 Основная волна (Резерв) 2020
 СтатГрад 27.01.2022
 СтатГрад 29.01.2020
 Досрочная волна 2019
 СтатГрад 24.01.2019
 СтатГрад 26.01.2017
 Досрочная волна (Резерв) 2017
 Основная волна 2016

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | 2 |

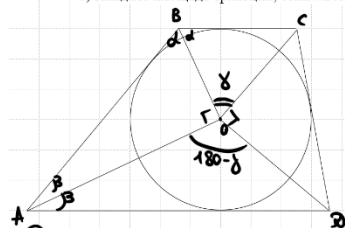
| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 2 |
| Верно построена математическая модель | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | 2 |



17 В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O .

а) Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.

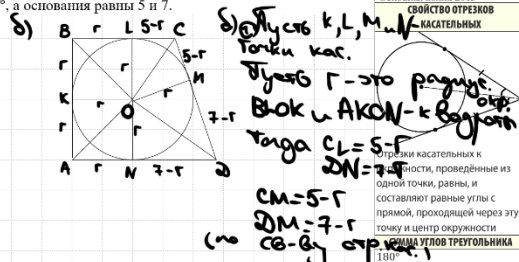
б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^\circ$, а основания равны 5 и 7.



а) AO, BO, CO, DO — биссектрисы
но св-ву стр. кас., пров. l одной
точкой.

Пусть $\angle ABO = \alpha = \angle CBO$
 $\angle BAO = \beta = \angle DAO$
 $2\alpha + 2\beta = 180$ (по св-ву трап.)
 $\alpha + \beta = 90$
 $\angle AOB = 180 - (\alpha + \beta) = 90$
Аналогично $\angle COD = 90^\circ$

б) Пусть $\angle BOC = \gamma$
 $\text{Tanga } \angle AOD = 180 - \gamma$
 $\sin \gamma = \sin (180 - \gamma)$
 $\sin \angle BOC = \sin \angle AOD$



б) Пусть k, l, m, n — касательные
Точки кас. — точки кас.
Пусть r — это радиус.
Вок. $AKOM$ — квадрат
 $\text{Tanga } CL = 5 - r$
 $DN = 7 - r$
 $CM = 5 - r$
 $DM = 7 - r$
св-ву стр. кас.

б) ΔCOD :
 $OM^2 = CM \cdot DM$
 $r^2 = (5 - r)(7 - r)$
 $r^2 = 35 - 12r + r^2$
 $12r = 35$
 $r = \frac{35}{12}$
 $S_{\text{трап}} = \frac{5+7}{2} \cdot \frac{2 \cdot 35}{12} = 35$

О — вер. 35

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017

Основная волна 2015

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

Свойства отрезков касательных к окружности

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4 \\ |y| = -\frac{1}{4}x^2 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4 \\ y \geq 0 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x \\ y < 0 \\ y = \frac{1}{4}x^2 + 2x \end{cases}$$

Найдём A для прямой k :

$$\begin{aligned} y &= -x + a - 4 \text{ звл. касат. для } y = \frac{1}{4}x^2 + 2x \\ \begin{cases} -1 = \frac{x}{2} + 2 \\ -x + a - 4 = \frac{1}{4}x^2 + 2x \end{cases} \\ 6 + a - 4 &= \frac{1}{4}36 - 12 \\ a &= 9 - 12 - 2 = -5 \end{aligned}$$

Найдём A для прямой l :

$$\begin{aligned} y &= x - a - 4 \text{ проходит через т. } A(-4; -4) \\ -4 &= -4 - a - 4 \\ a &= -4 \end{aligned}$$

Найдём A для прямой m :

$$\begin{aligned} y &= x - a - 4 \text{ звл. касат. для } y = \frac{1}{4}x^2 + 2x \\ \begin{cases} 1 = \frac{x}{2} + 2 \\ x - a - 4 = \frac{1}{4}x^2 + 2x \end{cases} \\ -2 - a - 4 &= 1 - 4 \\ -6 + 3 &= a \\ a &= -3 \end{aligned}$$

Ответ: $(-5; -4) \cup (-4; -3)$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

Основная волна 2024

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b | 3 |
| Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | 3 |

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получен верный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a | 2 |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | 4 |



19

На доске написано 30 различных натуральных чисел, десятичная запись каждого из которых оканчивается или на цифру 4, или на цифру 8. Сумма написанных чисел равна 2786.
а) Может ли на доске быть поровну чисел, оканчивающихся на 4 и на 8?
б) Может ли ровно четыре числа на доске оканчиваться на 8?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 8, может быть на доске?

а) 15 чисел оканч. на 4
15 чисел, оканч. на 8

В таком случае сумма 30 чисел оканчивалась бы на 0, а не на 6, значит нет

Ответ: а) нет.

б) Может ли 23 числа оканч. на 4 и 7 чисел ок. на 8?

$$S \geq \frac{8+28}{2} \cdot 7 + \frac{4+24}{2} \cdot 23$$
$$S \geq 2888$$

⇒ Если больше 23 чисел, оканч. на 4 и < 7 чисел, ок. на 8, то $S > 2888$.

Может ли 22 числа ок. на 4 и 8 чис. ок. на 8?

$$S \geq \frac{8+28}{2} \cdot 8 + \frac{4+24}{2} \cdot 22$$
$$S \geq 2742$$

Но 8 чисел, оканч. на 8 быть не может, т.к. тогда сумма 30 чисел оканчивалась бы на 2, а не на 6, как 2786.

⇒ Наименьшее число ≥ 9

в) Покажем, что 9 чисел, оканч. на 8, может быть:

$$S \geq \frac{8+28}{2} \cdot 9 + \frac{4+20}{2} \cdot 21$$
$$S \geq 2616$$

8 18 28 38 48 58 68 78 88

4 14 24 34 44 54 64 74 84 94 104 114 124 134 144 154 164 174 184 194

Вычисл. сумму: $S = \frac{8+28}{2} \cdot 9 + 252 + \frac{4+20}{2} \cdot 21 = 344 + 252 + 2184 = 2780$

Ответ: в) 9.

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Основная волна 2017

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в | 4 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б | 3 |
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| Максимальный балл | 4 |