
Тренажёр по решению кубических уравнений методом группировки

ФИО: _____

Класс: _____

Краткая теоретическая справка

1. Уравнение приводят к виду $= 0$;
2. Группируют: $(x^3 + ax^2) + (bx + c)$;
3. Выносят общий множитель из каждой скобки;
4. Выносят общий двучлен;
5. Оставшийся квадратный множитель — разность квадратов: $x^2 - d^2 = (x - d)(x + d)$;
6. Решают три линейных уравнения $= 0$.

Образец решения (①)

$$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$(x^3 - 3x^2) + (-4x + 12) = 0$$

$$x^2(x - 3) - 4(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x - 3)(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$$x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$$

Ответ: $-2; 2; 3$

Задания для самостоятельного решения

Решите уравнения методом группировки. Ответ — в порядке возрастания.

① $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

② $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$

③ $x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = 0$

④ $x^3 + 4x^2 - 25x - 100 = 0$

⑤ $x^3 - 6x^2 - 9x + 54 = 0$

⑥ $x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0$

⑦ $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$

⑧ $x^3 + 5x^2 - 36x - 180 = 0$

⑨ $x^3 - 8x^2 - 9x + 72 = 0$

⑩ $x^3 + 6x^2 - 49x - 294 = 0$

Решения (для учителя)**②**

$$\begin{aligned}x^3 + 2x^2 - 9x - 18 &= 0 \\(x^3 + 2x^2) + (-9x - 18) &= 0 \\x^2(x + 2) - 9(x + 2) &= 0 \\(x + 2)(x^2 - 9) &= 0 \\(x + 2)(x - 3)(x + 3) &= 0 \\x + 2 = 0 &\Rightarrow x = -2 \\x - 3 = 0 &\Rightarrow x = 3 \\x + 3 = 0 &\Rightarrow x = -3\end{aligned}$$

Ответ: $-3; -2; 3$ **③**

$$\begin{aligned}x^3 - 5x^2 - 4x + 20 &= 0 \\(x^3 - 5x^2) + (-4x + 20) &= 0 \\x^2(x - 5) - 4(x - 5) &= 0 \\(x - 5)(x^2 - 4) &= 0 \\(x - 5)(x - 2)(x + 2) &= 0 \\x - 5 = 0 &\Rightarrow x = 5 \\x - 2 = 0 &\Rightarrow x = 2 \\x + 2 = 0 &\Rightarrow x = -2\end{aligned}$$

Ответ: $-2; 2; 5$ **④**

$$\begin{aligned}x^3 + 4x^2 - 25x - 100 &= 0 \\(x^3 + 4x^2) + (-25x - 100) &= 0 \\x^2(x + 4) - 25(x + 4) &= 0 \\(x + 4)(x^2 - 25) &= 0 \\(x + 4)(x - 5)(x + 5) &= 0 \\x + 4 = 0 &\Rightarrow x = -4 \\x - 5 = 0 &\Rightarrow x = 5 \\x + 5 = 0 &\Rightarrow x = -5\end{aligned}$$

Ответ: $-5; -4; 5$

⑤

$$\begin{aligned}x^3 - 6x^2 - 9x + 54 &= 0 \\(x^3 - 6x^2) + (-9x + 54) &= 0 \\x^2(x - 6) - 9(x - 6) &= 0 \\(x - 6)(x^2 - 9) &= 0 \\(x - 6)(x - 3)(x + 3) &= 0 \\x - 6 = 0 &\Rightarrow x = 6 \\x - 3 = 0 &\Rightarrow x = 3 \\x + 3 = 0 &\Rightarrow x = -3\end{aligned}$$

Ответ: $-3; 3; 6$

⑥

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 - 16x - 48 &= 0 \\(x^3 + 3x^2) + (-16x - 48) &= 0 \\x^2(x + 3) - 16(x + 3) &= 0 \\(x + 3)(x^2 - 16) &= 0 \\(x + 3)(x - 4)(x + 4) &= 0 \\x + 3 = 0 &\Rightarrow x = -3 \\x - 4 = 0 &\Rightarrow x = 4 \\x + 4 = 0 &\Rightarrow x = -4\end{aligned}$$

Ответ: $-4; -3; 4$

⑦

$$\begin{aligned}x^3 - 7x^2 - 4x + 28 &= 0 \\(x^3 - 7x^2) + (-4x + 28) &= 0 \\x^2(x - 7) - 4(x - 7) &= 0 \\(x - 7)(x^2 - 4) &= 0 \\(x - 7)(x - 2)(x + 2) &= 0 \\x - 7 = 0 &\Rightarrow x = 7 \\x - 2 = 0 &\Rightarrow x = 2 \\x + 2 = 0 &\Rightarrow x = -2\end{aligned}$$

Ответ: $-2; 2; 7$

⑧

$$\begin{aligned}x^3 + 5x^2 - 36x - 180 &= 0 \\(x^3 + 5x^2) + (-36x - 180) &= 0 \\x^2(x + 5) - 36(x + 5) &= 0 \\(x + 5)(x^2 - 36) &= 0 \\(x + 5)(x - 6)(x + 6) &= 0 \\x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= -5 \\x - 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= 6 \\x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= -6\end{aligned}$$

Ответ: $-6; -5; 6$

⑨

$$\begin{aligned}x^3 - 8x^2 - 9x + 72 &= 0 \\(x^3 - 8x^2) + (-9x + 72) &= 0 \\x^2(x - 8) - 9(x - 8) &= 0 \\(x - 8)(x^2 - 9) &= 0 \\(x - 8)(x - 3)(x + 3) &= 0 \\x - 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= 8 \\x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= 3 \\x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= -3\end{aligned}$$

Ответ: $-3; 3; 8$

⑩

$$\begin{aligned}x^3 + 6x^2 - 49x - 294 &= 0 \\(x^3 + 6x^2) + (-49x - 294) &= 0 \\x^2(x + 6) - 49(x + 6) &= 0 \\(x + 6)(x^2 - 49) &= 0 \\(x + 6)(x - 7)(x + 7) &= 0 \\x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= -6 \\x - 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= 7 \\x + 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad x &= -7\end{aligned}$$

Ответ: $-7; -6; 7$

Ответы

№	Ответ
①	$-2; 2; 3$
②	$-3; -2; 3$
③	$-2; 2; 5$
④	$-5; -4; 5$
⑤	$-3; 3; 6$
⑥	$-4; -3; 4$
⑦	$-2; 2; 7$
⑧	$-6; -5; 6$
⑨	$-3; 3; 8$
⑩	$-7; -6; 7$