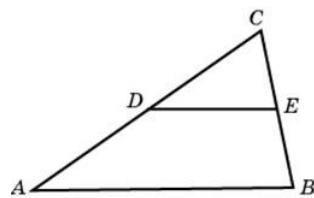


## Часть 1

**1**

Площадь треугольника  $ABC$  равна 24,  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

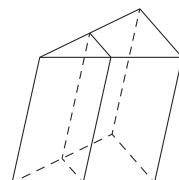
**2**

Длины векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равны 3 и 5, а угол между ними равен  $60^\circ$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4**

На олимпиаде по математике 550 участников разместили в четырёх аудиториях. В первых трёх удалось разместить по 110 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5**

В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6**

Найдите корень уравнения  $\sqrt{9x - 47} = 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7**

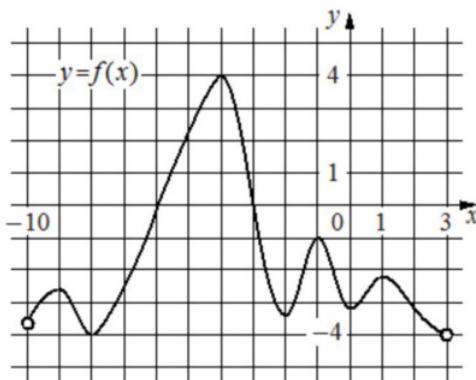
Найдите значение выражения  $(\sqrt{96} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8**

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 3)$ . Найдите количество корней уравнения  $f'(x) = 0$ , принадлежащих отрезку  $[-7; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,4 + 9t - 5t^2$ , где  $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10**

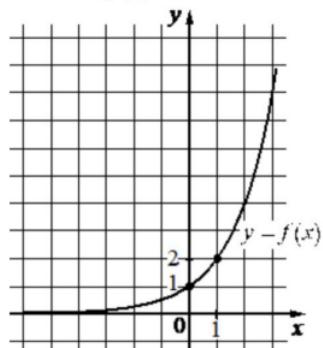
Первые 120 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 200 км – со скоростью 100 км/ч, а затем 160 км – со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11**

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(3)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите точку максимума функции  $y = 0,5x^2 - 21x + 110 \cdot \ln x + 43$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**13**

а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$ .

**14**

В основании правильной треугольной пирамиды  $ABCD$  лежит треугольник  $ABC$  со стороной, равной 6. Боковое ребро пирамиды равно 5. На ребре  $AD$  отмечена точка  $T$  так, что  $AT : TD = 2 : 1$ . Через точку  $T$  параллельно прямым  $AC$  и  $BD$  проведена плоскость.

- а) Докажите, что сечение пирамиды указанной плоскостью является прямоугольником.  
б) Найдите площадь сечения.

**15**

Решите неравенство

$$\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 4}{2^x - 5} + \frac{3 \cdot 2^{x+1} - 46}{2^x - 8} \leqslant 2^x + 5.$$

**16**

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга. Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите  $r$ .

**17**

Окружность с центром в точке  $O$  касается сторон угла с вершиной  $N$  в точках  $A$  и  $B$ . Отрезок  $BC$  – диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что прямая  $AC$  параллельна биссектрисе угла  $ANB$ .  
б) Найдите длину отрезка  $NO$ , если известно, что  $AC = 10$  и  $AB = 24$ .

**18**

Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$(2x + a + 1 - \operatorname{tg} x)^2 = (2x + a - 1 + \operatorname{tg} x)^2$$

имеет единственное решение на отрезке  $[0; \pi]$ .

**19**

По кругу расположено  $N$  различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 365. Сумма любых четырёх идущих подряд чисел делится на 4, а сумма любых трёх идущих подряд чисел нечётна.

- а) Может ли  $N$  быть равным 200?  
б) Может ли  $N$  быть равным 109?  
в) Найдите наибольшее значение  $N$ .