

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 515

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

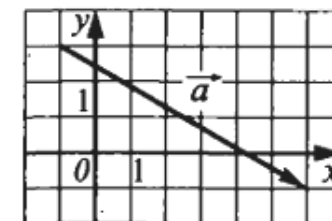
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC на сторонах AC и BC взяты соответственно точки D и E так, что $AD : CD = 2 : 3$, а прямая DE параллельна стороне AB. Площадь треугольника ABC равна 24. Найдите площадь треугольника CDE.

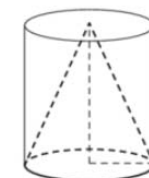
Ответ: _____.

2. Вектор \vec{b} получается поворотом на 90° по часовой стрелке вектора \vec{a} , изображенного на рисунке. Найдите координату вектора \vec{b} вдоль оси ординат.



Ответ: _____.

3. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра в три раза больше радиуса основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $20\sqrt{10}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: _____.

4. Пункт контроля качества бракует партию деталей в том случае, если вероятность того, что выбранная наугад деталь окажется бракованной, превышает 0,013. Какое наибольшее число бракованных деталей могло быть в партии из 1300 деталей, если она успешно прошла контроль?

Ответ: _____.

5. Для некоторого стрелка вероятность попадания в мишень при каждом выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что, сделав четыре выстрела, стрелок попадёт в мишень не менее трёх раз.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\sqrt{400 - x^2} = x \cdot \sqrt{x + 20}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите сумму всех его корней.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $20^{5 - \log_{20} 100}$.

Ответ: _____.

8. Прямая, проходящая через точку $A(-6; 1)$, касается графика функции $y = f(x)$ в точке $B(-2; -4)$. Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке с абсциссой $x = -2$.

Ответ: _____.

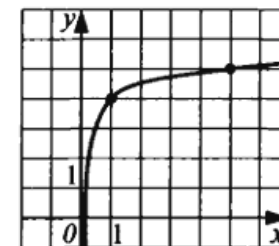
9. Наблюдатель находится на высоте h (в км). Расстояние l (в км) от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = 2Rh$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 112 км? Ответ дайте в км.

Ответ: _____.

10. За несколько дней до соревнований спортсмен стал «сбрасывать» вес, уменьшая каждые сутки вес своего тела на одно и то же число процентов от предыдущего значения. Определите, на сколько процентов в сутки спортсмен уменьшал свой вес, если известно, что за последние двое суток до соревнований его вес уменьшился с 78,4 кг до 72,9 кг. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(625)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^3 - 3x^2 + 13}$ на отрезке $[-2; 12]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $4 \sin^2 x - 2 \cos x \sin 2x + 3 \sin x - 1 = 0$.

Б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{6}\right)$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение плоскостью α через точку M на ребре AS параллельно плоскости SBD . Сечение пирамиды плоскостью α является прямоугольным треугольником.

А) Докажите, что $\angle ASB = 60^\circ$

Б) Найдите отношение $SM : MA$, если объём пирамиды $SABCD$ равен 675, а объём пирамиды, отсекаемой плоскостью α от пирамиды $SABCD$, равен 100.

15. Решите неравенство:

$$\log_2(3^{2x-1} - 1) \cdot \log_3(2^{3x-4} + 5) - 2 \log_2(3^{2x-1} - 1) - 3 \log_3(2^{3x-4} + 5) \geq -6$$

16. Курс акций компании «Минус-плюс» в течение 6 дней колебался следующим образом:

– в первый, третий и пятый дни акции упали на p процентов, по сравнению с предыдущим днём;

– во второй, четвёртый и шестой дни акции выросли на p процентов, по сравнению с предыдущим днём.

Найдите p , если за эти 6 дней стоимость акций упала на 11,5264%?

17. Окружность с центром O , расположенном внутри прямоугольной трапеции $ABCD$, проходит через вершины B и C большей боковой стороны этой трапеции и касается боковой стороны AD в точке K . При этом отрезок AB пересекает окружность в точке T .

А) Докажите, что $\angle KCB = \angle AKB$.

Б) Найдите AB , если перпендикуляр KH к стороне BC равен 10, а $DC=25$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{x(y+1) - |x|(y-1)}{2x} \\ ax - y + 2a = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня

А) Найдите все p , если $q = 36$.

Б) Найдите все q , если $q + 2p = 37$.

В) Найдите все корни уравнения, если $q^3 - p^3 = 3887$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.