

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

|    |   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 10 | - | 0 | , | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

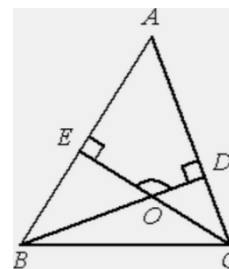
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $56^\circ$ , углы  $B$  и  $C$  — острые, высоты  $BD$  и  $CE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

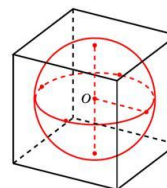
**2**

Даны векторы  $\vec{a} (0; 3)$ ,  $\vec{b} (-2; 4)$  и  $\vec{c} (4; -1)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

Шар, объем которого равен  $35\pi$ , вписан в куб. Найдите объем куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.





- 4 Вероятность того, что новый тостер прослужит больше года, равна 0,93. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,82. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$(x + 9)^2 = 36x.$$

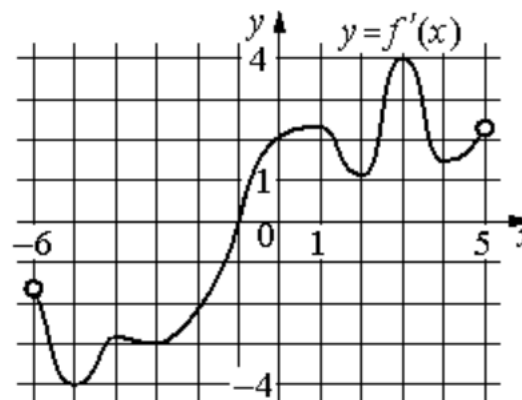
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{\log_2 729}{\log_2 9}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-5; -1]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 3$  м – начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{768}$  м/мин<sup>2</sup> и  $b = -\frac{1}{8}$  м/мин – постоянные,  $t$  – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

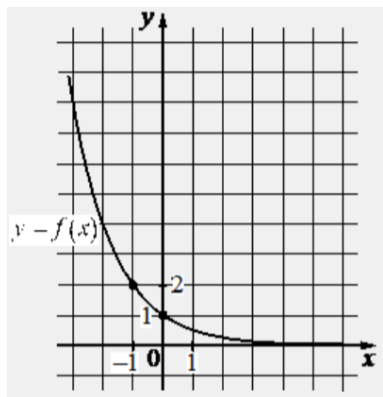
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции  $y = 11 \cdot \ln(x + 4) - 11x - 5$  на отрезке  $[-3, 5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13 а) Решите уравнение  $\log_6(2\sin^2 x - 3\sin x - 1) = 0$ .  
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .
- 14 Точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , в основании которой лежит треугольник  $ABC$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $B$  и  $B_1$  перпендикулярно прямой  $C_1M$ .  
а) Докажите, что одна из диагоналей грани  $ACC_1A_1$  равна одному из рёбер этой грани.  
б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ , если плоскость  $\alpha$  делит ребро  $AC$  в отношении 1:5, считая от вершины  $A$ ,  $AC = 20$ ,  $AA_1 = 32$ .

- 15 Решите неравенство

$$\frac{2^{x+1} - 17 \cdot 2^{2-x}}{2^x - 2^{6-x}} \geq 1.$$





- 16** В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в конце 2030 года долг составит 200 тыс. руб;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите  $r$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей.

- 17** В треугольник  $ABC$  с углом  $A$  равным  $60^\circ$  вписана окружность, касающаяся стороны  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что  $AM$  не больше утроенного радиуса вписанной окружности.  
б) Найдите синус большего из углов  $BAM$  и  $CAM$ , если  $AM$  равно 2,5 радиусам вписанной окружности.

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(\operatorname{tg} x + 6)^2 - (a^2 + 2a + 8)(\operatorname{tg} x + 6) + a^2(2a + 8) = 0$$

имеет на отрезке  $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$  ровно два решения.

- 19** Имеется 10 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел 1,  $-2$ ,  $-3$ , 4,  $-5$ , 7,  $-8$ , 9, 10,  $-11$ . Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1,  $-2$ ,  $-3$ , 4,  $-5$ , 7,  $-8$ , 9, 10,  $-11$ . После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?  
б) Может ли в результате получиться 1?  
в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

### Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

| Номер задания | Правильный ответ                                                                                  |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1             | 124                                                                                               |
| 2             | 10                                                                                                |
| 3             | 210                                                                                               |
| 4             | 0,11                                                                                              |
| 5             | 0,33                                                                                              |
| 6             | 9                                                                                                 |
| 7             | 3                                                                                                 |
| 8             | -5                                                                                                |
| 9             | 48                                                                                                |
| 10            | 27                                                                                                |
| 11            | 16                                                                                                |
| 12            | 28                                                                                                |
| 13            | а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$<br>б) $-\frac{13\pi}{6}$ |
| 14            | 10                                                                                                |
| 15            | $(-\infty; 1] \cup (3; +\infty)$                                                                  |
| 16            | 20                                                                                                |
| 17            | $\frac{37 + 3\sqrt{77}}{80}$                                                                      |
| 18            | $(-\sqrt{6}; -2) \cup (-2; -1) \cup \{4\}$                                                        |
| 19            | а) нет<br>б) нет<br>в) 4                                                                          |

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

**Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.**

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.





**13** а) Решите уравнение  $\log_6 (2\sin^2 x - 3\sin x - 1) = 0$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$ .

**ИСТОЧНИКИ**  
 ЕГЭ (старый базис)  
 ЕГЭ (новый базис)  
 Основная волна (Резерв) 2022  
 Янтарек 2018  
 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА  
 Если  $\log_a b = c$ , то  $a^c = b$

**Решение:**  
 а)  $2\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 1$   
 $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$   
 Пусть  $\sin x = t$   
 $2t^2 - 3t - 2 = 0$   
 $t = 2$   $t = -\frac{1}{2}$   
 $\sin x = 2$   $\sin x = -\frac{1}{2}$   
 нет реш.   
 $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б) Отберём корни с помощью окружности  
 Получим  $x = -\frac{2\pi}{1} - \frac{\pi}{6} = -\frac{13\pi}{6}$

**Ответ:** а)  $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-\frac{13\pi}{6}$

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                             | Баллы |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах                                                                                                                                                              | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а<br>ИЛИ<br>получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                             | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                               | 2     |

**14** Точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , в основании которой лежит треугольник  $ABC$ . Плоскость  $\alpha$  проходит через точки  $B$  и  $B_1$  перпендикулярно прямой  $C_1M$ .

**ИСТОЧНИКИ**  
 Основная волна (Резерв) 2022

а) Докажите, что одна из диагоналей грани  $ACC_1A_1$  равна одному из рёбер этой грани.  
 б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\alpha$ , если плоскость  $\alpha$  делит ребро  $AC$  в отношении 1:5, считая от вершины  $A$ ,  $AC = 20$ ,  $AA_1 = 32$ .

**Решение:**  
 а)  $BB_1 \perp C_1M$   
 $BB_1 \parallel AA_1$   
 значит  $C_1M \perp AA_1$   
 значит  $\triangle AC_1A_1$   
 $C_1M$  — медиана и вис.  
 значит  $\triangle AC_1A_1$  — р/б.  
 $A_1C_1 = AC$   
 б)  $BB_1 \perp C_1M$   
 $BB_1 \parallel AA_1$   
 значит  $C_1M \perp AA_1$   
 значит  $\triangle AC_1A_1$   
 $C_1M$  — медиана и вис.  
 значит  $\triangle AC_1A_1$  — р/б.  
 $A_1C_1 = AC$   
 б)  $BB_1 \perp C_1M$   
 $BB_1 \parallel AA_1$   
 значит  $C_1M \perp AA_1$   
 значит  $\triangle AC_1A_1$   
 $C_1M$  — медиана и вис.  
 значит  $\triangle AC_1A_1$  — р/б.  
 $A_1C_1 = AC$

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                                                                           | Баллы |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б                                                                                                                                                                             | 3     |
| Получен обоснованный ответ в пункте б<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                    | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта а,<br>ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше                                                                                                                                                                                                             | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                                                             | 3     |

15 Решите неравенство  

$$\frac{2^{x+1} - 17 \cdot 2^{2-x}}{2^x - 2^{6-x}} \geq 1.$$

$$\frac{2 \cdot 2^x - 17 \cdot \frac{2^2}{2^x}}{2^x - \frac{2^6}{2^x}} - \frac{1}{1} \geq 0 \quad \left( 2^x - \frac{64}{2^x} \right)$$

$$\frac{2 \cdot 2^x - \frac{68}{2^x} - 2^x + \frac{64}{2^x}}{2^x - \frac{64}{2^x}} \geq 0$$

$$\frac{2^x - \frac{4}{2^x}}{2^x - \frac{64}{2^x}} \geq 0 \quad \left| \cdot \frac{2^x}{2^x} \right|$$

$$\frac{4^x - 4}{4^x - 64} \geq 0$$

Пусть  $4^x = t$   

$$\frac{t - 4}{t - 64} \geq 0$$



$$\begin{cases} t \leq 4 \\ t \geq 64 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4^x &\leq 4 & 4^x &> 64 \\ x &\leq 1 & 4^x &> 4^3 \\ & & x &> 3 \end{aligned}$$

Ответ:  $(-\infty; 1] \cup (3; \infty)$

# ИСТОЧНИКИ

Основная школа (Резерв) 2022  
 Досрочная школа 2019

## СТЕПЕНИ

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^m \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

16 В июле 2025 года планируется взять кредит на сумму 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июлю каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в конце 2030 года долг составит 200 тыс. руб;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите  $r$ , если общая сумма выплат после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей.

Пусть  $(1 + \frac{r}{100}) = b$   
 январь – месяц уплаты  
 x – величина уменьшения  
 долг первой 5 лет  
 y – величина уменьшения  
 долг след. 5 лет

Первые 5 и последние 5 выплат обр. арифм.  
 Восстанавливаем 9-ю  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$   
 О.С.В. = 1480  

$$\frac{800b - 680 + 320b - 200}{2} \cdot 5 + \frac{800b - 160 + 40b}{2} \cdot 5 = 1480$$

$$(560b - 440) \cdot 5 + (120b - 80) \cdot 5 = 1480$$

$$2800b - 2200 + 600b - 400 = 1480$$

$$3400b = 4080$$

$$b = \frac{4080}{3400} = 1,2 = 1 + \frac{r}{100}$$

$$r = 20$$

$$800 - 2x = 560$$

$$800 - 3x = 440$$

$$800 - 4x = 320$$

$$800 - 5x = 200$$

$$200b - y = 160$$

$$200 - 2y = 120$$

$$200 - 3y = 80$$

$$200 - 4y = 40$$

$$200 - 5y = 0$$

$$y = 40$$

Ответ: 20.

# ИСТОЧНИКИ

ВШШ (старый банк)  
 ЕГЭ (новый банк)  
 Демо 2025  
 Демо 2024  
 Основная школа 2023

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                        | Баллы |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                                                                                                                                           | 2     |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек<br>ИЛИ<br>получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                        | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                          | 2     |

| Содержание критерия                                                 | Баллы |
|---------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                    | 2     |
| Верно построена математическая модель                               | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0     |
| Максимальный балл                                                   | 2     |

17 В треугольник  $ABC$  с углом  $A$  равным  $60^\circ$  вписана окружность, касающаяся стороны  $BC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что  $AM$  не больше утроенного радиуса вписанной окружности.

б) Найдите синус большего из углов  $BAM$  и  $CAM$ , если  $AM$  равно  $2,5$  радиусам вписанной окружности.

а) Пусть  $K, L$  - точки кас. с  $AB$  и  $AC$  соотв.  
 ①  $AO$  - бисс.  $\angle BAC$   
 (по св-ву ор-кас. из одн.  $r$ )  
 $\angle BAO = 30^\circ = \angle CAO$

②  $\triangle KAO$ :  
 $OK \perp r$   
 $\angle AKO = 90^\circ$   
 (по св-ву кас.)  
 $AO = 2r$   
 (т.к. касет., тем. и.  $30^\circ$ )

③  $\triangle AOM$ :  
 $AO + OM > AM$   
 $AM < r + 2r$   
 $AM < 3r$

б) ①  $\triangle AOM$ :  
 $\angle OAM = d$

по т. кос.:  
 $\cos d = \frac{4r^2 + 6,25r^2 - r^2}{2 \cdot 2r \cdot 2,5r} = \frac{9,25r^2}{10r^2} = \frac{37}{40}$   
 $\sin d = \frac{\sqrt{37}}{40}$

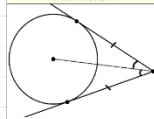
②  $\angle BAM = 30 + d$   
 $\sin(30 + d) = \sin 30 \cdot \cos d + \cos 30 \cdot \sin d$   
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{37}{40} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{37}}{40} = \frac{37 + 3\sqrt{37}}{80}$

Отв.:  $\frac{37 + 3\sqrt{37}}{80}$

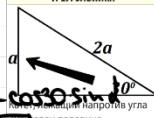
#### ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)  
 ГПР (новый банк)  
 Досрочная волна (Резерв) 2024  
 Основная волна 2016

#### СВОЙСТВО ОТРЕЗКОВ КАСАТЕЛЬНЫХ



Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямыми, проходящими через эту точку и центр окружности



свойство прямоугольного треугольника



Касательные и радиусы

18 Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение

$$(\lg x + 6)^2 - (a^2 + 2a + 8)(\lg x + 6) + a^2(2a + 8) = 0$$

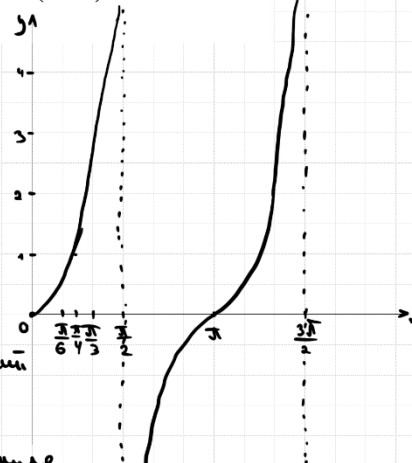
имеет на отрезке  $[0; \frac{3\pi}{2}]$  ровно два решения.

Пусть  $(\lg x + 6) = t$   
 $t^2 - (a^2 + 2a + 8)t + a^2(2a + 8) = 0$   
 $t_1 + t_2 = a^2 + 2a + 8$   
 $t_1 \cdot t_2 = a^2(2a + 8)$   
 $t_1 = a^2$   $t_2 = 2a + 8$

$\begin{cases} \lg x + 6 = a^2 \\ \lg x + 6 = 2a + 8 \end{cases}$   
 1 случай

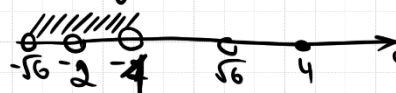
$a^2 = 2a + 8$   
 $a^2 - 2a - 8 = 0$   
 $x = 4$   $\lg x = 10$ , то 2 решения  
 $a = -2$   $\lg x = -2$ , то 1 реш.

когда обе функции имеют общее значение  
 $\begin{cases} a^2 - 6 < 0 \\ 2a + 8 - 6 < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a - \sqrt{6})(a + \sqrt{6}) < 0 \\ a < -1 \end{cases}$



$(-\sqrt{6}, -1)$

Выводим:



Отв.:  $(-\sqrt{6}; -2) \cup (-2; -1) \cup \{4\}$

#### ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2014

| Содержание критерия                                                                                                                                                                                                                                                                    | Баллы |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и обоснованно получен верный ответ в пункте $b$                                                                                                                                                                                 | 3     |
| Получен обоснованный ответ в пункте $b$<br>ИЛИ<br>имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки                                                                                      | 2     |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , ИЛИ<br>при обоснованном решении пункта $b$ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте $b$ с использованием утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                                                                                                                                                                                                    | 0     |
| Максимальный балл                                                                                                                                                                                                                                                                      | 3     |

| Содержание критерия                                                                                            | Баллы |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получен верный ответ                                                                               | 4     |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек | 3     |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$                     | 2     |
| Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$                                    | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                            | 0     |
| Максимальный балл                                                                                              | 4     |





**19**

Каждое из чисел  $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$  по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел  $1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11$ . После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

**ИСТОЧНИКИ**

ГПР (старый банк)  
ГПР (новый банк)  
Досрочная волна 2012  
Янтарко 2022 (36 вар)  
Янтарко 2021 (36 вар)  
Янтарко 2020 (36 вар)  
Янтарко 2020 (36 вар)  
Янтарко 2020 (50 вар)  
Янтарко 2019 (36 вар)  
Янтарко 2019 (36 вар)  
Янтарко 2018  
Сейменов 2015

а)  $1 \cdot -2 \cdot -3 \cdot 4 \cdot -5 \cdot 7 \cdot -8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot -11 = 0$

Среди данных чисел нет противоположных  
значит их сумма не равна 0  
значит произв. не равно 0  
Ответ: а) нет.

б)  $1 \cdot -2 \cdot -3 \cdot 4 \cdot -5 \cdot 7 \cdot -8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot -11 = 0$

Из 10 сумм как минимум 2 четные  
невозможно получить 1, т.к. резу-т  
как минимум 4.  
Ответ: б) нет

в) Как минимум 2 суммы из 10  
сумм являются четными (ср. п. б)  
значит исконое число неопр. = 4  
Покажем, что 4 можно obter  

|    |    |   |    |    |    |    |   |     |     |
|----|----|---|----|----|----|----|---|-----|-----|
| 1  | -2 | 3 | 4  | -5 | 7  | -8 | 9 | 10  | -11 |
| -2 | 1  | 4 | -3 | 7  | -5 | 9  | 8 | -14 | 10  |

 $-1 \cdot -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot -1 \cdot -1 = 4$   
 Ответ: в) 4.

| Содержание критерия                                                                                      | Баллы |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в                                                    | 4     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б          | 3     |
| Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б<br>ИЛИ<br>обоснованно получен верный ответ в пункте в | 2     |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б                                                        | 1     |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                      | 0     |
| Максимальный балл                                                                                        | 4     |

