### Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Профильный уровень

#### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: \_-0,8 \_\_.

10 - 0, 8

Бланк

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

### Желаем успеха!

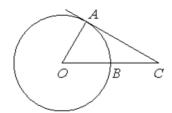
## Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta \end{aligned}$$

#### Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

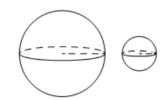
Угол ACO равен 27°, где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги АВ окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ:

Даны векторы  $\vec{a}$  (1; 1) и  $\vec{b}$  (0; 7). Найдите длину вектора  $8\vec{a} + \vec{b}$ . Ответ:

Дано два шара. Радиус первого шара в 13 раз больше радиуса второго. Во сколько раз объём первого шара больше объёма второго?



Ответ:



В чемпионате по гимнастике участвуют 70 спортсменок: 25 из США, 17 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

5 В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения

 $\sqrt[3]{x+3} = 5.$ 

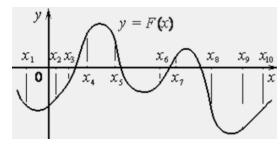
Ответ: .

7 Найдите значение выражения

 $\sqrt{108}\cos^2\frac{\pi}{12} - \sqrt{27}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

**8** На рисунке изображён график y = F(x) одной из первообразных некоторой функции f(x) и отмечены десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ . В скольких из этих точек функция f(x) положительна?



Ответ: \_\_\_\_\_

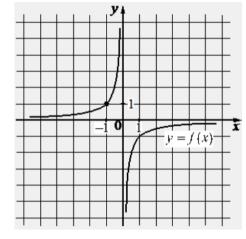
Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 494 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле  $v=c\cdot \frac{f-f_0}{f+f_0}$ , где c=1500 м/с – скорость звука в воде,  $f_0$  – частота испускаемых импульсов, f – частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 18 м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_\_.

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 22 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 20 км/ч больше скорости другого?

Ответ:

11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение f(10).



Ответ: \_\_\_\_\_\_.



12 Найдите наибольшее значение функции

 $y = 33x - 30 \sin x + 29$  на отрезке  $\left[ -\frac{\pi}{2}; 0 \right]$ .

Ответ:

He забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

#### Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

а) Решите уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin x} - 2 = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .
- В кубе  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  все рёбра равны 5. На его ребре  $BB_1$  отмечена точка K так, что KB=3. Через точки K и  $C_1$  проведена плоскость  $\alpha$ , параллельная прямой  $BD_1$ .
  - а) Докажите, что  $A_1P$ :  $PB_1=1$ : 2, где P точка пересечения плоскости  $\alpha$  с ребром  $A_1B_1$ .
  - б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью  $\alpha$ .
- 15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{3}} ((4-x)(x^2+29)) \le \log_{\frac{1}{3}} (x^2-10x+24) + \log_{\frac{1}{3}} (7-x).$$

- В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
  - в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;
  - в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
  - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
  - к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма выплат составит 435 тыс. рублей?



Тренировочный вариант №7

1/0

- 17
- В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L.
  - а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.
  - б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если  $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$ .
- **18** Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^2 - 2x - 6a + a^2 = |6x - 2a|$$

имеет ровно два различных корня.

- 19
- В каждой клетке квадратной таблицы 5×5 стоит натуральное число, меньшее 6. Вася в каждом столбце находит сумму чисел и из полученных сумм выбирает наименьшую. Петя в каждой строке находит сумму чисел и из полученных сумм выбирает наименьшую.
- а) Может ли число у Пети получиться в два раза больше, чем число у Васи?
- б) Может ли число у Пети получиться в пять раз больше, чем число у Васи?
- в) В какое наибольшее число раз число у Пети может быть больше, чем число у Васи?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



# Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1-12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	63
2	17
3	2197
4	0,4
5	0,22
6	122
7	4,5
8	7
9	506
10	33
11	-0,1
12	29
13	a) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ 6) $\frac{11\pi}{6}; \frac{5\pi}{2}$ 1075
14	$\frac{1075}{9}$
15	[1; 4)
16	12
17	$\frac{25}{36}$
18	$(2-2\sqrt{5};4-2\sqrt{5}) \cup (0;6) \cup (2+2\sqrt{5};4+2\sqrt{5})$
19	а) да б) нет в) <sup>21</sup> / <sub>5</sub>

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



Содержание критерия	Баллы	
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах		
Обоснованно получен верный ответ в пункте $a$ ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта $a$ и пункта $b$	1	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0	
Максимальный балл	2	

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 5. На его ребре $BB_1$ отмечена точка $K$ так, что $KB=3$ . Через точки $K$ и $C_1$ проведена плоскость $\alpha$ , параллельная прямой $BD_1$ .	ИСТОЧНИКИ  FIPI (старый банк) Досрочная возна 2015
а) Докажите, что $A_1P$ : $PB_1=1$ : $2$ , где $P$ — точка пересечения плоскости $\alpha$ с ребром $A_1B_1$ .	
б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью $lpha$ .	00 00
abharapeure cer. & Vue	474248 UKSA- ( 0 C FO
Δ BA.D.: 35-10,	- BACAP
Jost aun LK Takmo 770	53 3 2.5
LK 11BD. 125	$\frac{19}{9} = \frac{50}{9} = \frac{10-75}{9}$
CILN AIBA = P	, ,
kC <sub>1</sub>	
C.pk-covenue	
@ 48.LK ~ 588.D. no 2 yman	
5 - 512 ()	
2 = 6.L B.L = 212 D.L = 312	
D a C. D. L ~ aB,PL re 2 yman	
$\frac{5}{8.6} = \frac{312}{412}$ $B_4 \rho_{=} \frac{10}{3}$	
A1P= 5- 10 = 5	
$\frac{A_1P}{PB_2} = \frac{1}{2}$	
100	
()162: 4075	

Содержание критерия	Баллы			
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и	3			
обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$	,			
Получен обоснованный ответ в пункте $\delta$				
ИЛИ				
имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при	2			
обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ из-за				
арифметической ошибки				
Имеется верное доказательство утверждения пункта а,				
или				
при обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ				
из-за арифметической ошибки,				
ИЛИ				
обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$ с использованием				
утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен				
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0			
приведённых выше	U			
Максимальный балл	3			





источники

Основная волна 2021

Ященко 2022 (36 вар)

Ū

ЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №

Содержание критерия			
Обоснованно получен верный ответ	2		
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1		
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0		
Максимальный балл	2		

В иполе 2025 года планпруется взять кредит в банке на 300 гыс даблей. Устояния его возврата таковы:

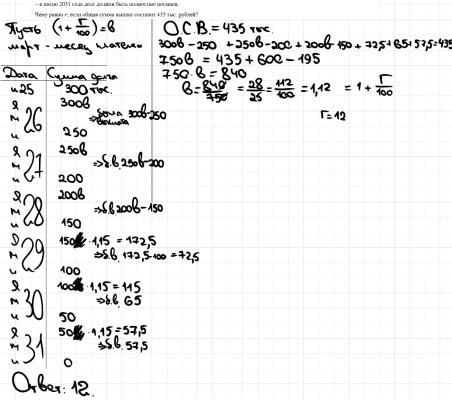
– в янвире 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает ня т<sup>45</sup> и орбиненню с концом предъдущего года;

– в инвере 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает и 15% по сравнению с концом предъдущего года;

– с февраля по попъ въебкодимо выплатить часть долга;

– в иносъ каждого тода долг должен быть во для уп ут уже величнум меньше долга на иноль предъдущего года;

– к инопо 2031 года долг должен быть по для уп ут уже величнум меньше долга на иноль предъдущего года;

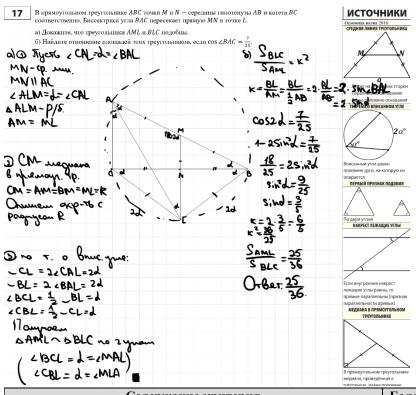


Содержание критерия					
Обоснованно получен верный ответ	2				
Верно построена математическая модель					
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0				
Максимальный балл					

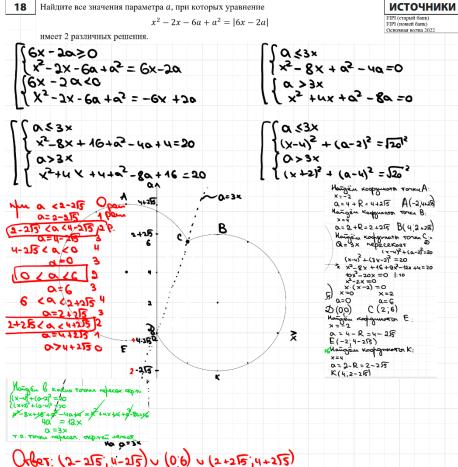


РЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №

တ



Содержание критерия	Баллы				
Имеется верное доказательство утверждения пункта $a$ , и	3				
обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$					
Получен обоснованный ответ в пункте $\delta$					
ИЛИ					
имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при	2				
обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ из-за					
арифметической ошибки					
Имеется верное доказательство утверждения пункта а,					
ИЛИ					
при обоснованном решении пункта $\delta$ получен неверный ответ					
из-за арифметической ошибки,					
или					
144.11					
обоснованно получен верный ответ в пункте $\delta$ с использованием					
утверждения пункта $a$ , при этом пункт $a$ не выполнен					
Решение не соответствует ни одному из критериев,	0				
перечисленных выше	U				
Максимальный балл	3				



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



19	9	нах	одит	сум	му чисе	ел и из получен		ральное число, меньшее 6. Вася в каждом столбце нагменьшую. Петя в каждой строке находит ощую.
		б) І	мом	ет ли	число	у Пети получит	гься в пять раз болы	пе, чем число у Васи? ше, чем число у Васи? быть больше, чем число у Васи?
٥	١	١	ı	4	3	<b>®</b>		Situeno Boen = 5 egunco Benno
١	١	١	ı	4	3	<b>③</b>		Source Boen = 5 - connectament There = 25 - control orment There = 25 - control orment
	١	١	١	ч	3	() () () () () () () () () () () () () (		
	١	1	١	4	3	<b>@</b>		Otroso Pers normun 25, mm, roch
	١	١	١	L	3	@		bee were to shings som 5, no top
								Turcuo Boca ne 5, a 25
(	3)	3	3	6	63			Or Bez: SI MET
в) В	какс 1 1	\$ \$ \$ \$ \$	5 5 5	55555	число 5 5 5	Or su		© Ecun Tucho Bacu = 6 rm sowne, To orwane < $\frac{25}{6}$
								Choram 52 < 21 3 norm 22 - nonsomme or man 8 21 Orber: 6,21

Содержание критерия	Баллы		
Обоснованно получены верные ответы в пунктах $a$ , $\delta$ и $\epsilon$			
Обоснованно получен верный ответ в пункте $\epsilon$ и обоснованно получен верный ответ в пункте $a$ или $\delta$			
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>а</i> и <i>б</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i>			
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1		
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0		
Максимальный балл	4		

