

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 3

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

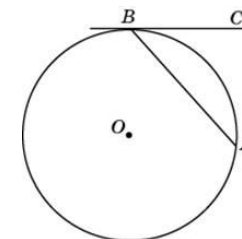
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

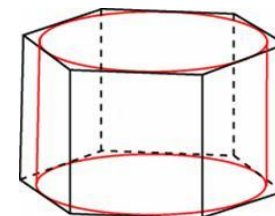
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



2. При каком значении x векторы $\vec{a}(12; -7)$ и $\vec{b}(x; -14)$ коллинеарны?

3. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



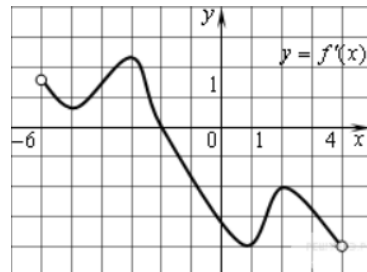
4. Какова вероятность того, что в случайном телефонном номере три последние цифры одинаковые?

5. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

6. Решите уравнение $\sqrt{\frac{3}{20-5x}} = 0,2$.

7. Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-6; 4)$. На рисунке изображен график её производной. Найдите абсциссу точки, в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.

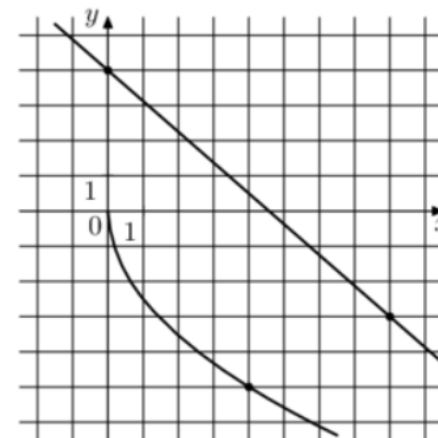


9. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид $R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$. Каким должно

быть число A , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

10. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x-2)^2 e^x$ на отрезке $[-5; 1]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\cos x(2 \cos x + \operatorname{tg} x) = 1$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M – середина ребра $C_1 D_1$, а точка K делит ребро AA_1 в отношении $AK : KA_1 = 1 : 3$. Через точки K и M проведена плоскость α , параллельная прямой BD и пересекающая диагональ $A_1 C$ в точке O .

а) Докажите, что плоскость α делит диагональ $A_1 C$ в отношении $A_1 O : OC = 3 : 5$.

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ABC , если $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб.

15. Решите неравенство:

$$\log_{\frac{1}{3}} \left(\log_5 \left(\log_2 \frac{7x-3}{x-4} \right) \right) \geq 0$$

16. Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то

есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернет банку в течение первого года кредитования?

17. Квадрат $ABCD$ вписан в окружность. Хорда CE пересекает его диагональ BD в точке K .

а) Докажите, что $CK \cdot CE = AB \cdot CD$.

б) Найдите отношение CK и KE , если $\angle ECD = 15^\circ$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых существует хотя бы одно число $x \in (1; 2)$, не являющееся решением неравенства

$$a + \sqrt{a^2 - 2ax + x^2} \leq 3x - x^2.$$

19. Возрастающая конечная арифметическая прогрессия состоит из различных целых неотрицательных чисел. Математик вычислил разность между квадратом суммы всех членов прогрессии и суммой их квадратов. Затем математик добавил к этой прогрессии следующий её член и снова вычислил такую же разность.

а) Приведите пример такой прогрессии, если во второй раз разность оказалась на 40 больше, чем в первый раз.

б) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Могла ли прогрессия сначала состоять из 13 членов?

в) Во второй раз разность оказалась на 1768 больше, чем в первый раз. Какое наибольшее количество членов могло быть в прогрессии сначала?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	46
2	24
3	24
4	0,01
5	0,156
6	– 11
7	– 16
8	– 2
9	35
10	5
11	– 10
12	4

13	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{13\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}.$
14	$\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2}.$
15	$(-\infty; -1) \cup [5; \infty).$
16	822 000.
17	2 : 1.
18	$(1, 5; \infty).$
19	а) 2, 3; б) нет; в) 8.