

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 2

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

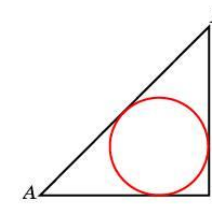
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

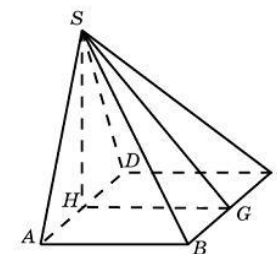
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



2. Найдите координаты вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$, если $\vec{a}(-1; 2)$, $\vec{b}(2; -5)$. В ответ запишите сумму координат вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$.

3. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.



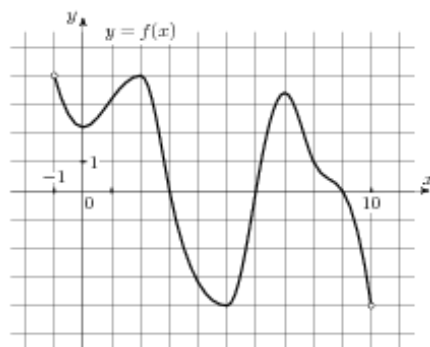
4. Какова вероятность того, что последние три цифры номера случайно выбранного паспорта различны?

5. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 4».

6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 5$.

7. Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$

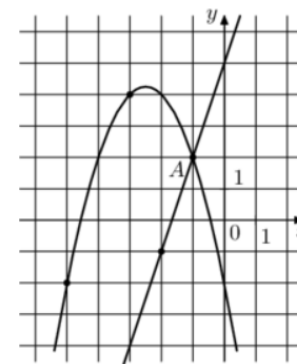
8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



9. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = 1$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

10. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 3x + 5$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



12. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14. Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$ с вершиной S .

а) Докажите, что плоскость α , проходящая через ребро AB и середину ребра SE , делит ребро SC в отношении $2 : 1$, считая от вершины S .

б) Найдите расстояние от точки S до плоскости α , если сторона основания пирамиды равна $2\sqrt{3}$, а угол между боковой гранью и плоскостью основания пирамиды равен 60° .

15. Решите неравенство:

$$25^{\sqrt{x}} \leq 4 \cdot 25^x - 3 \cdot 5^{\sqrt{x}} \cdot 5^x$$

16. 15 декабря планируется взять кредит в банке на 950 тысяч рублей на $(n + 2)$ месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа последние два месяца долг должен уменьшаться на 300 тысяч рублей, все остальные месяцы долг

должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на a тысяч рублей.

Найдите n , если всего было выплачено банку 1188,5 тысяч рублей?

17. Дан треугольник ABC со сторонами $AB = 20$, $AC = 12$ и $BC = 16$. Точки M и N — середины сторон AB и AC соответственно.

а) Докажите, что окружность, вписанная в треугольник ABC , касается одной из средних линий.

б) Найдите общую хорду окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC , а вторая описана около треугольника AMN .

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений системы неравенств

$$\begin{cases} ax \geq 8, \\ \sqrt{x-4} \geq 2a, \\ 3x \leq 8a + 44 \end{cases}$$

является отрезок числовой прямой, длина которого равна 4.

19. Длины сторон прямоугольника — натуральные числа, а его периметр равен 4000. Известно, что длина одной стороны прямоугольника равна $n\%$ от длины другой стороны, где n — также натуральное число.

а) Какое наибольшее значение может принимать площадь прямоугольника?

б) Какое наименьшее значение может принимать площадь прямоугольника?

в) Найдите все возможные значения, которые может принимать площадь прямоугольника, если дополнительно известно, что $n < 100$.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 2

1	1
2	15
3	48
4	0,72
5	0,12
6	0,5
7	2
8	4
9	90
10	4
11	− 7
12	12

13	а) $\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in Z;$ б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi.$
14	3.
15	$\{0\} \cup [1; \infty).$
16	14.
17	$\frac{8\sqrt{21}}{5}.$
18	$\sqrt{7} - 2; \frac{5}{3}.$
19	а) 1 000 000; б) 1999; в) 937 500 или 640 000.