

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 1

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

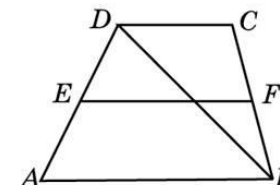
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.



2. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с основанием AD и прямым углом A известно, что $AB = 8$ и $\angle D = 30^\circ$. Найдите длину вектора $\overrightarrow{CD}$.

3. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.

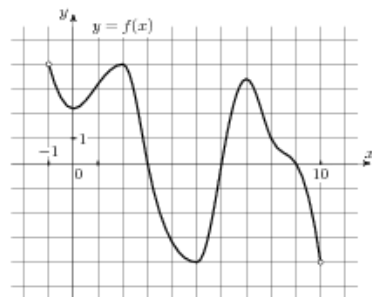
4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 3 прыгуна из Украины и 8 прыгунов из Бразилии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать прыгун из Бразилии.

5. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40% этих стекол, вторая — 60%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 5%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

6. Найдите корень уравнения $\log_5(9+x) = \log_5 7$.

7. Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4}$ при $b = 5$

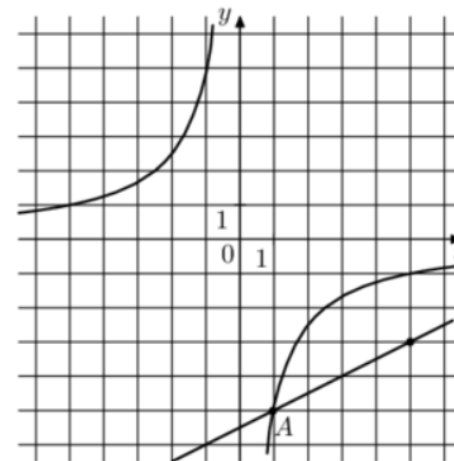
8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -3$.



9. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

10. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



12. Найдите точку минимума функции $y = 7 + 12x - x^3$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точка O — центр грани $A_1 B_1 C_1 D_1$. Сечения параллелепипеда плоскостями AOB и BOC являются прямоугольниками, AB и BC — их меньшие стороны соответственно. Известно, что AB и BC в 2 раза меньше соответственных больших сторон прямоугольников.

а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите угол между прямой $A_1 C$ и плоскостью BOC .

15. Решите неравенство:

$$\left(4^{x^2-x-6} - 1\right) \cdot \log_{0,25} \left(4^{x^2+2x+2} - 3\right) \leq 0$$

16. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 10% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает

одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита (в млн рублей), при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 8 млн.

17. В треугольнике ABC известно, что $AB = AC = 10$, $BC = 12$. На стороне AB отметили точки M_1 и M_2 так, что $AM_1 < AM_2$. Через точки M_1 и M_2 провели прямые, перпендикулярные стороне AB и отсекающие от треугольника ABC пятиугольник, в который можно вписать окружность.

а) Докажите, что $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$.

б) Найдите площадь данного пятиугольника.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 12x + a \leq 0, \\ x \leq 2 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

19. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 46%.

а) Может ли в этом классе быть 9 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 55% девочек, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	5
2	16
3	360
4	0,32
5	0,042
6	– 2
7	25
8	4
9	50
10	17
11	– 0,5
12	– 2

13	а) $\pi k; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in Z;$ б) $2\pi; \frac{8\pi}{3}; 3\pi; \frac{10\pi}{3}.$
14	$\arcsin \frac{\sqrt{345}}{92}.$
15	$(-\infty; -2] \cup \{-1\} \cup [3; \infty).$
16	5.
17	$\frac{282}{7}.$
18	$(-\infty; 20].$
19	а) да; б) нет; в) 50.