

# Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 5

### Профильный уровень

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

### Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

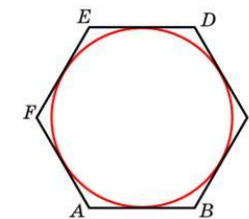
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

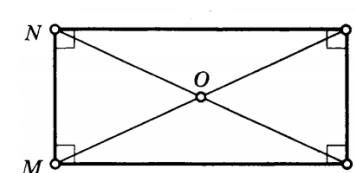
## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен  $\sqrt{3}$ .



2. По данным на рисунке найдите  $|\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{NE} - \overrightarrow{NO}|$ , если  $MN = 5$  и  $NE = 12$ .



3. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.

4. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8^{\circ}\text{C}$ , равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.

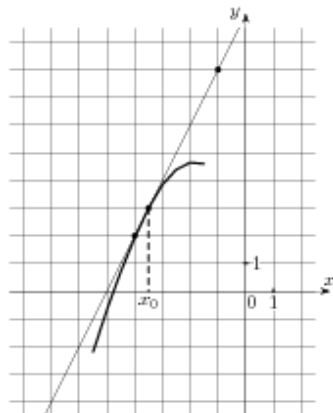
5. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 65% этих стекол, вторая — 35%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стекол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

6. Решите уравнение  $\cos \frac{\pi(8x+1)}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

В ответе запишите наименьший положительный корень.

7. Найдите значение выражения  $p(x-7) + p(13-x)$ , если  $p(x) = 2x + 1$

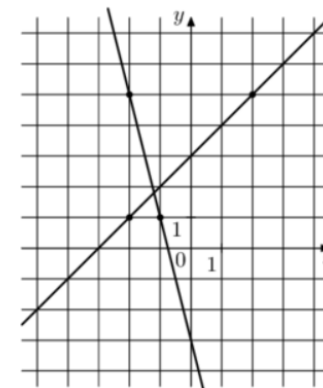
8. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



9. Катер должен пересечь реку шириной  $L = 100$  м и со скоростью течения  $u = 0,5$  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где  $\alpha$  — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

10. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



12. Найдите наименьшее значение функции  $y = 11 + \frac{7\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{7\sqrt{3}}{3}x - \frac{14\sqrt{3}}{3}\cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$8 \cdot 16^{\sin^2 x} - 2 \cdot 4^{\cos 2x} = 63$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{7\pi}{2}; 5\pi \right]$ .

14. На окружности основания конуса с вершиной  $S$  отмечены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  так, что  $AB$  — диаметр основания. Угол между образующей и плоскостью основания равен  $60^\circ$ .

а) Докажите, что  $\cos \angle ASC + \cos \angle CSB = 1,5$ ;

б) Найдите объём тетраэдра  $SABC$ , если  $SC = 1$  и  $\cos \angle ASC = \frac{2}{3}$ .

15. Решите неравенство:

$$\log_{x^2} \left( \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \leq 0$$

16. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 1 000 000 рублей на  $(n + 1)$  месяц. Условия его возврата таковы:

—1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего месяца;

—со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

—15-го числа каждого месяца с 1-го по  $n$ -й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

—15-го числа  $n$ -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

—к 15-му числу  $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

17. Дан ромб  $ABCD$ . Прямая, перпендикулярная стороне  $AD$ , пересекает его диагональ  $AC$  в точке  $M$ , диагональ  $BD$  — в точке  $N$ , причем  $AM : MC = 1 : 2$ ,  $BN : ND = 1 : 3$ .

а) Докажите, что  $\cos \angle BAD = 0,2$ .

б) Найдите площадь ромба, если  $MN = 5$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x - 2} \ln(x - a) = \sqrt{3x - 2} \ln(2x + a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

19. Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_6$  состоит из неотрицательных однозначных чисел. Пусть  $M_k$  — среднее арифметическое всех членов этой последовательности, кроме  $k$ -го. Известно, что  $M_1 = 7$ ,  $M_2 = 6$ .

а) Приведите пример такой последовательности, для которой  $M_3 = 6,4$ .

б) Существует ли такая последовательность, для которой  $M_3 = 5$ ?

в) Найдите наименьшее возможное значение  $M_3$ .

# ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

|           |       |
|-----------|-------|
| <b>1</b>  | 2     |
| <b>2</b>  | 6,5   |
| <b>3</b>  | 96    |
| <b>4</b>  | 0,19  |
| <b>5</b>  | 0,027 |
| <b>6</b>  | 1,25  |
| <b>7</b>  | 14    |
| <b>8</b>  | 2     |
| <b>9</b>  | 45    |
| <b>10</b> | 5     |
| <b>11</b> | 1,8   |
| <b>12</b> | 4     |

|           |                                                                                                           |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>13</b> | а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; \quad k \in Z;$<br>б) $\frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}; \frac{14\pi}{3}.$ |
| <b>14</b> | $\frac{\sqrt{6}}{36}.$                                                                                    |
| <b>15</b> | $(-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup [2; \infty).$                                                     |
| <b>16</b> | 3.                                                                                                        |
| <b>17</b> | $60\sqrt{6}.$                                                                                             |
| <b>18</b> | $\left(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right).$                    |
| <b>19</b> | а) например, 4; 9; 7; 7; 7; 5;<br>б) нет;<br>в) 5,2.                                                      |