

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 4

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8												
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а ее периметр равен 60. Найдите площадь трапеции.

2. При каком значении y векторы $\vec{a}(7;5)$ и $\vec{b}(4;y)$ перпендикулярны?

3. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S вершина, $SO = 54$, $AC = 144$. Найдите боковое ребро SA .

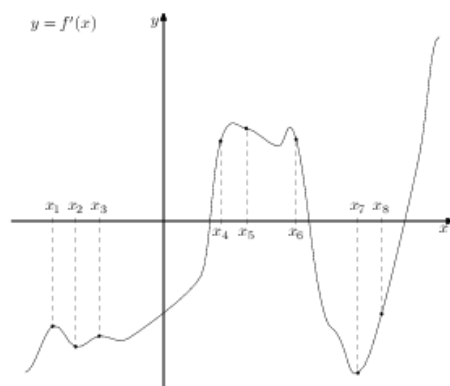
4. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

6. Решите уравнение $\log_4(6 + 5x) = \log_4(3 + x) + 1$.

7. Найдите значение выражения $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$

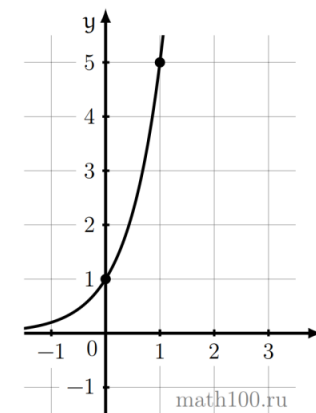
8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



9. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

10. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

11. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите $f(2)$.



12. Найдите точку минимума функции $y = 9x^2 - x^3$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14. Основание пирамиды $DABC$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Высота пирамиды проходит через точку B . Точки M и N — середины рёбер AD и BC соответственно.

а) Докажите, что MN является биссектрисой угла BMC .

б) Найдите угол между прямыми BD и MN , если $BD = 6\sqrt{2}$, $AC = 16$.

15. Решите неравенство:

$$\log_{(\sqrt{5})^{x+\frac{1}{3}}} 5^{\frac{4}{x^2+3x}} \leq \frac{6}{3x+1}$$

16. Алина Алексеевна взяла в кредит 1,8 млн. рублей на 36 месяцев. По договору Алина Алексеевна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 3%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Алиной Алексеевной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Алиной Алексеевной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и те же

величину каждый месяц. На сколько рублей больше Алина Алексеевна вернет банку в течение первого года кредитования по сравнению с третьим годом?

17. Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A . На продолжении стороны AD за точку D взята точка N такая, что $CN = CD$, а на продолжении стороны CD за точку D взята такая точка M , что $AD = AM$.

а) Докажите, что $BM = BN$.

б) Найдите MN , если $AC = 4$, $\sin \angle BAD = \frac{8}{17}$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_5^2(4x^2 + 1) + (2a^2 - 3a + 4)\log_5(4x^2 + 1) + 9a^2 - a^4 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

19. Дано натуральное число, из него либо вычитают утроенную сумму цифр, либо прибавляют утроенную сумму цифр и полученное число должно быть натуральным.

а) Могло ли из числа 65 получиться число 41?

б) Могло ли из числа 65 получиться число 43?

в) Какое наименьшее двузначное число можно получить из 65?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	160
2	– 5,6
3	90
4	0,46
5	0,52
6	6
7	5
8	3
9	15
10	6
11	25
12	0

13	а) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in Z;$ б) $\frac{11\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}.$
14	$\operatorname{arctg} \frac{4\sqrt{2}}{3}.$
15	$[-4; -3) \cup \left(-\frac{1}{3}; 0\right) \cup [1; \infty).$
16	432 000.
17	$\frac{120}{17}.$
18	$(-\infty; -3] \cup \{0\} \cup [3; \infty).$
19	а) да; б) нет; в) 11.