

**Спецификация
проверочной работы по учебному курсу
«Вероятность и статистика» предмета «Математика»
для обучающихся 9-х классов
образовательных организаций города Москвы,
участвующих в реализации городских образовательных проектов**

1. Назначение проверочной работы

Проверочная работа проводится с целью определения уровня подготовки по учебному курсу «Вероятность и статистика» предмета «Математика» обучающихся 9-х классов образовательных организаций, участвующих в реализации городских образовательных проектов, и выявления элементов содержания, вызывающих наибольшие затруднения.

Период проведения – март.

2. Документы, определяющие содержание и характеристики проверочной работы

Содержание и основные характеристики проверочной работы определяются на основе следующих документов:

– Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утверждён приказом Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897);

– Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утверждён приказом Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287);

– Федеральная образовательная программа основного общего образования (утверждена приказом Минпросвещения России от 18.05.2023 № 370);

– Универсальный кодификатор распределённых по классам проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования и элементов содержания по математике (подготовлен ФГБНУ «ФИПИ»).

3. Условия проведения проверочной работы

При организации и проведении работы необходимо строгое соблюдение порядка организации и проведения независимой диагностики.

Проверочная работа проводится в компьютерной форме.

Дополнительные материалы и оборудование: непрограммируемый калькулятор.

4. Время выполнения проверочной работы

Время выполнения проверочной работы – 60 минут без учёта времени на перерыв для разминки глаз. В работе предусмотрены автоматические пятиминутные перерывы.

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

5. Содержание и структура проверочной работы

Каждый вариант проверочной работы состоит из 8 заданий с кратким ответом.

В таблицах 1 и 2 представлено распределение заданий по контролируемым элементам содержания и проверяемым умениям и способам действий (допускается проверка нескольких тем и умений в рамках одного задания).

Таблица 1

**Распределение заданий проверочной работы
по контролируемым элементам содержания**

Темы курса	Количество заданий
Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач.	3
Перестановки и факториал; Сочетания и число сочетаний; Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров 23 путь). Представление об ориентированном графе. Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.	1
Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Условная и полная вероятность наступления события. Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности	3
Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха; Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли; Математическое ожидание и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли»	1
Случайная величина и распределение вероятностей; Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины, Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот.	1

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

Таблица 2

**Распределение заданий проверочной работы
по проверяемым умениям и способам действий**

Проверяемые требования к уровню подготовки	Количество заданий
Умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, применять их при решении задач; умение использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов	1
Умение выполнять действия с числами, сравнивать и упорядочивать числа, представлять числа на координатной прямой, округлять числа; умение делать прикидку и оценку результата вычислений	3
Умение оперировать понятиями: столбиковые и круговые диаграммы, таблицы, среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах числового набора; умение извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и на диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений; умение распознавать изменчивые величины в окружающем мире	3
Умение оперировать понятиями: случайный опыт (случайный эксперимент), элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, случайное событие, вероятность события; умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновероятными элементарными событиями; умение решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения; умение оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни; знакомство с понятием независимых событий; знакомство с законом больших чисел и его ролью в массовых явлениях	6

6. Порядок оценивания выполнения отдельных заданий и работы в целом

Верное выполнение каждого из заданий оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ обучающегося совпадает с эталоном.

Максимальный балл за выполнение всей проверочной работы – 8 баллов.

В приложении 1 приведён обобщённый план проверочной работы.

В приложении 2 приведён демонстрационный вариант проверочной работы.

В демонстрационном варианте представлены примерные типы и форматы заданий проверочной работы, не исчерпывающие всего многообразия типов и форматов заданий в отдельных вариантах проверочной работы.

Демонстрационный вариант в компьютерной форме размещён на сайте ГАОУ ДПО МЦКО <http://demo.mcko.ru/test/>.

Приложение 1

**Обобщённый план
проверочной работы по учебному курсу
«Вероятность и статистика» предмета «Математика»
для обучающихся 9-х классов
образовательных организаций города Москвы,
участвующих в реализации городских образовательных проектов**

Используются следующие условные обозначения:

Б – базовый уровень сложности, П – повышенный уровень сложности, В – высокий уровень сложности.

№ задания	Проверяемые элементы содержания	Код ПЭС	Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы	Код ПРО	Уровень сложности	Макс. балл
1	Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач	6.10	Умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, применять их при решении задач; умение использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов	3 14	Б	1
2	Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач	6.10	Умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, применять их при решении задач; умение использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов	3 14	Б	1

3	Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Условная и полная вероятность наступления события. Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности	5.4, 5.5	Умение оперировать понятиями: случайный опыт (случайный эксперимент), элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, случайное событие, вероятность события; умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновероятными элементарными событиями; умение решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения; умение оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни; знакомство с понятием независимых событий; знакомство с законом больших чисел и его ролью в массовых явлениях	15	Б	1
4	Множество, элемент множества, подмножество. Операции над множествами: объединение, пересечение, дополнение. Свойства операций над множествами: переместительное, сочетательное, распределительное, включения. Использование графического представления множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач. Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Условная и полная вероятность наступления события. Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка	6.10, 5.4, 5.5	Умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, применять их при решении задач; умение использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов. Умение оперировать понятиями: случайный опыт (случайный эксперимент), элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, случайное событие, вероятность события; умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновероятными элементарными событиями; умение решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения; умение оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни; знакомство с понятием независимых событий	1 3 14 15	Б	1

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

	и из дуги окружности					
5	Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей. Условная и полная вероятность наступления события. Геометрическая вероятность. Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, из отрезка и из дуги окружности	5.4, 5.5	Умение оперировать понятиями: случайный опыт (случайный эксперимент), элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, случайное событие, вероятность события; умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновероятными элементарными событиями; умение решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения; умение оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни; знакомство с понятием независимых событий; знакомство с законом больших чисел и его ролью в массовых явлениях	15	П	1
6	Перестановки и факториал; Сочетания и число сочетаний; Треугольник Паскаля. Решение задач с использованием комбинаторики Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров 23 путь). Представление об ориентированном графе. Дерево. Свойства деревьев: единственность пути, существование висячей вершины, связь между числом вершин и числом рёбер. Правило умножения. Решение задач с помощью графов.	5.2, 5.3	Умение оперировать понятиями: случайный опыт (случайный эксперимент), элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, случайное событие, вероятность события; умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновероятными элементарными событиями; умение решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения; умение оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни; знакомство с понятием независимых событий; знакомство с законом больших чисел и его ролью в массовых явлениях	15	П	1
7	Испытание. Успех и неудача. Серия испытаний до первого успеха; Серия испытаний Бернулли. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли; Математическое	5.6, 5.7, 5.10	Умение оперировать понятиями: случайный опыт (случайный эксперимент), элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, случайное событие, вероятность события; умение находить вероятности случайных событий в опытах с	15	В	1

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

	ожидаемое и дисперсия случайной величины «число успехов в серии испытаний Бернулли»		равновероятными элементарными событиями; умение решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения; умение оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни; знакомство с понятием независимых событий; знакомство с законом больших чисел и его ролью в массовых явлениях			
8	Случайная величина и распределение вероятностей; Математическое ожидание и дисперсия. Примеры математического ожидания как теоретического среднего значения величины, Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей с помощью частот.	5.8, 5.9, 5.11	Умение оперировать понятиями: случайный опыт (случайный эксперимент), элементарное событие (элементарный исход) случайного опыта, случайное событие, вероятность события; умение находить вероятности случайных событий в опытах с равновероятными элементарными событиями; умение решать задачи методом организованного перебора и с использованием правила умножения; умение оценивать вероятности реальных событий и явлений, понимать роль практически достоверных и маловероятных событий в окружающем мире и в жизни; знакомство с понятием независимых событий; знакомство с законом больших чисел и его ролью в массовых явлениях	15	В	1

Настоящий текст является объектом авторского права. Свободное и безвозмездное использование любых материалов, входящих в состав данного текста, ограничено использованием в личных целях и допускается исключительно в некоммерческих целях. Нарушение вышеуказанных положений является нарушением авторских прав и влечёт наступление гражданской, административной и уголовной ответственности в соответствии с законодательством Российской Федерации. В случае самостоятельного использования материалов теста ГАОУ ДПО МЦКО не несёт ответственности за утрату актуальности текста.

© Московский центр качества образования.

**Демонстрационный вариант
проверочной работы по учебному курсу
«Вероятность и статистика» предмета «Математика»
для обучающихся 9-х классов
образовательных организаций города Москвы,
участвующих в реализации городских образовательных проектов**

- 1** В таблице даны сведения о планетах Солнечной системы. За единицу измерения размеров, массы планет, продолжительности звездных суток и года на планете часто принимают соответствующую характеристику Земли. Например, если диаметр планеты в два раза меньше диаметра Земли, то диаметр такой планеты 0,5 диаметра Земли.

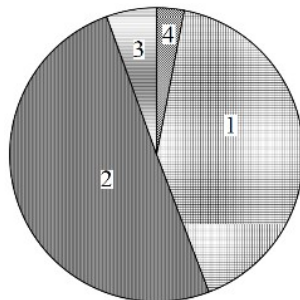
Табл. 1. Характеристики планет Солнечной системы в земных единицах

Планета	Диаметр	Масса	Радиус орбиты	Продолжительность года	Продолжительность звездных суток
Меркурий	0,38	0,06	0,38	0,24	58,60
Венера	0,95	0,82	0,72	0,62	243,00
Земля	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Марс	0,53	0,11	1,52	1,88	1,03
Юпитер	11,20	318,00	5,20	11,86	0,41
Сатурн	9,41	95,00	9,54	29,46	0,43
Уран	3,98	14,60	19,22	84,01	0,72
Нептун	3,81	17,20	30,06	164,79	0,67

Сколько сатурнианских суток в одном сатурнианском году? Считайте, что в земном году 365,25 суток. Результат округлите до целых.

Ответ: _____.

- 2** На круговой диаграмме показано распределение масс планет земной группы: Меркурия, Венеры, Земли и Марса. Пользуясь данными таблицы 1, установите соответствие между планетами и номерами секторов диаграммы.

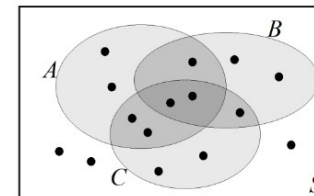


Земля	Меркурий	Венера	Марс

- 3** В некотором случайном опыте всего четыре элементарных события a, b, c и d . Вероятности трёх из них известны: $P(a) = P(b) = 0,21$, $P(c) = 0,32$. Найдите вероятность исхода d .

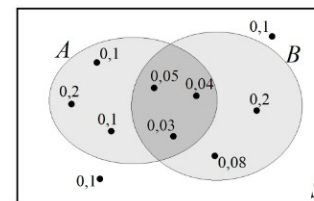
Ответ: _____.

- 4** На диаграмме Эйлера изображены три события A, B и C в случайном опыте S . Всего в опыте 15 равновозможных элементарных событий, они показаны точками. Найдите вероятность события $(A \cup C) \cap \bar{B}$.



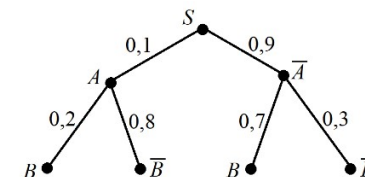
Ответ: _____.

- 5** На диаграмме Эйлера изображён случайный опыт S , в котором 10 элементарных событий, показанных точками. Около каждого исхода подписана его вероятность. Найдите условную вероятность $P(A|B)$.



Ответ: _____.

- 6** На рисунке изображено дерево некоторого случайного опыта S , в котором рассматриваются события A и B . Найдите вероятность события B .



Ответ: _____.

- 7** Из коробки, в которой 11 красных и 4 синих фломастера, забирают два случайных фломастера. Какова вероятность того, что извлечённые фломастеры окажутся одного цвета? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 8** На тренировке баскетболист бросает мяч в корзину с расстояния 6,75 м от корзины (с трёхочковой линии). Вероятность попадания при каждом отдельном броске равна 0,3. Найдите вероятность того, что первый раз баскетболист попадёт в корзину при третьем броске.

Ответ: _____.

Ответы

№ задания	Ответ (эталон)
1	25024
2	2413
3	0,26
4	0,4
5	0,3
6	0,65
7	0,58
8	0,147

Инструкция по выполнению проверочной работы в компьютерной форме

1. При выполнении работы вы можете воспользоваться **черновиком и ручкой**.

2. Для заданий с выбором одного правильного ответа отметьте выбранный вариант ответа мышкой. Он будет отмечен знаком «точка». Для подтверждения своего выбора нажмите кнопку «Сохранить ответ».

3. Для заданий с выбором нескольких правильных ответов отметьте все выбранные варианты ответа. Они будут отмечены знаком «галочка». Для подтверждения своего выбора нажмите кнопку «Сохранить ответ».

4. Для заданий с выпадающими списками выберите соответствующую позицию из выпадающего списка. Для подтверждения своего выбора нажмите кнопку «Сохранить ответ».

5. Для заданий на установление соответствия (без выпадающих списков) к каждой позиции, обозначенной буквой, подберите соответствующую позицию, обозначенную цифрой. Запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

6. Для заданий на установление верной последовательности переместите элементы в нужном порядке или запишите в поле ответа правильную последовательность номеров элементов. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

7. Для заданий, требующих самостоятельной записи краткого ответа (числа, слова, сочетания слов и т. д.), впишите правильный ответ в соответствующую ячейку. Регистр не имеет значения. Писать словосочетания можно слитно или через пробел. Для десятичных дробей возможна запись как с точкой, так и с запятой. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».

8. Для заданий на перетаскивание переместите мышкой выбранный элемент (слово, изображение) в соответствующее поле. Для подтверждения своего ответа нажмите кнопку «Сохранить ответ».