

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

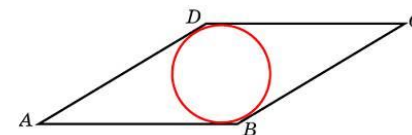
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

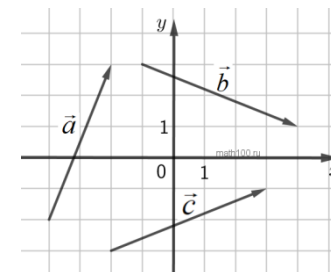
Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

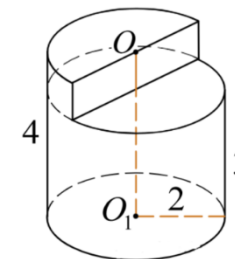
1. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение $(\vec{c} - \vec{b}) \cdot \vec{a}$.



3. Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π .



4. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

5. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

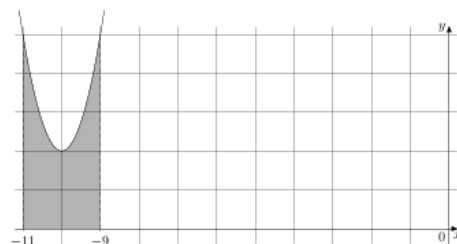
6. Найдите корень уравнения $\log_2(12 - 6x) = 3\log_2 3$.

7. Найдите $3\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

8. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция

$$F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$$

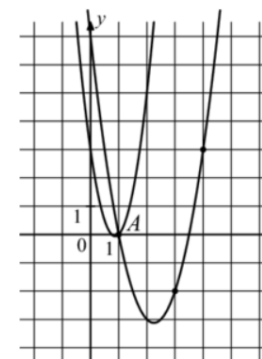
— одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



9. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$? Ответ выразите в кубических метрах.

10. Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч).

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 - 7x + 3$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



12. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$(\sin 2x + \cos x)(\sqrt{3} + \sqrt{3 \operatorname{tg} x}) = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\pi; \pi]$.

14. Через середину ребра AB куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведена плоскость, параллельная прямым BD_1 и $A_1 C_1$.

а) Докажите, что эта плоскость делит диагональ DB_1 в отношении 3 : 5, считая от вершины D .

б) Найдите площадь полученного сечения, если ребро куба равно 4.

15. Решите неравенство:

$$\log_{125}(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \geq \log_5(x^2 - 4) - 2$$

16. Фёдор является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые изделия, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно $25t^3$ часов в неделю, то за эту неделю они производят t изделий, и если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^3 часов в неделю, то они производят t изделий. За каждый час работы (на каждом из заводов) Фёдор платит рабочему

360 рублей. Необходимо, чтобы за неделю суммарно производилось 30 изделий. Какую наименьшую сумму (в млн рублей) придётся тратить владельцу заводов еженедельно на оплату труда рабочих?

17. В треугольник ABC вписана окружность, которая касается AB в точке P . Точка M – середина стороны AB .

а) Докажите, что $MP = \frac{|BC - AC|}{2}$.

б) Найдите углы треугольника ABC , если известно, что длина отрезка MP равна половине радиуса вписанной в треугольник ABC окружности, $BC > AC$, а отрезки MC и MA равны.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых множеством решений неравенства

$$(x^2 - 4x + a)(a - 4|x| + 9) \leq 0$$

является объединение ровно двух непересекающихся промежутков числовой прямой.

19. Каждое из четырех последовательных натуральных чисел, последняя цифра которых не равна нулю, разделили на его последнюю цифру. Полученные результаты сложили и назвали S .

а) Может ли $S = 16\frac{5}{6}$?

б) Может ли $S = 369\frac{29}{126}$?

в) Если числа были трехзначные, то какое наибольшее целое значение S могло получиться?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ

1	0,25
2	20
3	14
4	0,392
5	0,3
6	– 2,5
7	1
8	6
9	0,125
10	5
11	33
12	2

13	а) $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{5\pi}{6}.$
14	$7\sqrt{6}.$
15	$(2; 23].$
16	6,75.
17	$\angle C = 90^\circ; \angle A = \operatorname{arctg} \frac{4}{3}; \angle B = \operatorname{arctg} \frac{3}{4}.$
18	$(-\infty; -9) \cup \{-5; 3\} \cup (4; \infty).$
19	а) Да, например, 12, 13, 14 и 15; б) нет; в) 2004.