

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 279

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

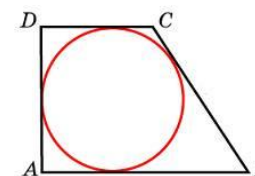
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

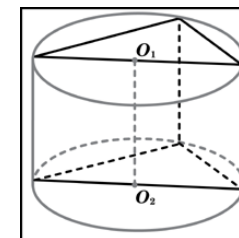
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.



2. Даны векторы $\vec{m}(-2;3)$, $\vec{n}(4;5)$, $\vec{k}(0;3)$ и $\vec{p}(10;-2)$. Найдите скалярное произведение $(\vec{m} + \vec{n}) \cdot (\vec{k} + \vec{p})$.

3. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



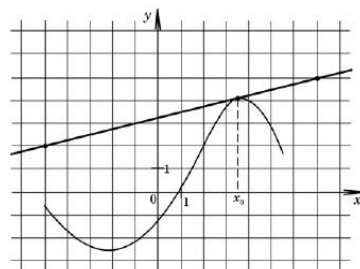
4. На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

5. Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 2 очка.

6. Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

7. Найдите значение выражения $(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a-3} - \frac{1}{2a+3} \right)$

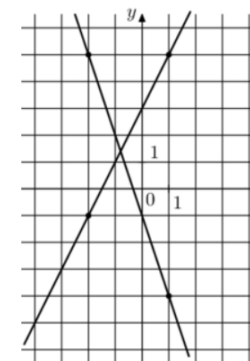
8. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



9. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?

10. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



12. Найдите точку минимума функции

$$y = x^3 + 18x^2 + 81x + 8$$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$1 + \cos 6x = 2 \sin^2 5x$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер: $AB = 4$, $BC = 3$, $AA_1 = 2$. Точки P и Q — середины рёбер $A_1 B_1$ и CC_1 соответственно. Плоскость APQ пересекает ребро $B_1 C_1$ в точке U .

а) Докажите, что $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$.

б) Найдите площадь сечения параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью APQ .

15. Решите неравенство:

$$7^{\log_5 x^2} + 6 \cdot |x|^{\log_5 49} \leq 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{\log_{0,2}(3x+4)}$$

16. Вклад в размере 20 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 20% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — **целое** число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 24 млн рублей.

17. Боковая сторона CD трапеции $ABCD$ равна основанию AD .

а) Докажите, что CA — биссектриса угла BCD .

б) Прямая, проходящая через вершину C перпендикулярно CD , пересекает боковую сторону AB в точке M . Найдите отношение $BM : AM$, если известно, что $AD = CD = 2BC$ и $\angle ADC = 60^\circ$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|4x - a^2| = |x^2 - 4a|$$

имеет ровно два различных корня.

19. В шахматы можно выиграть, проиграть или сыграть вничью. Шахматист записывает результат каждой сыгранной им партии и после каждой партии подсчитывает три показателя: «победы» — процент побед, округлённый до целого, «ничьи» — процент ничьих, округлённый до целого, и «поражения», равные разности 100 и суммы показателей «побед» и «ничьих». (Например, число 13,2 округляется до 13, число 14,5 округляется до 15, число 16,8 округляется до 17).

а) Может ли в какой-то момент показатель «побед» равняться 17, если было сыграно менее 50 партий?

б) Может ли после выигранной партии увеличиться показатель «поражений»?

в) Одна из партий была проиграна. При каком наименьшем количестве сыгранных партий показатель «поражений» может быть равным 1?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 279

1	2
2	28
3	125
4	0,1
5	0,25
6	2
7	6
8	0,25
9	2
10	27
11	– 0,8
12	– 3

13	а) $\frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{8}; \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}; \quad k \in Z;$ б) $\frac{\pi}{16}; \quad \frac{3\pi}{16}; \quad \frac{\pi}{4}.$
14	$\frac{11\sqrt{3}}{2}.$
15	$[-1; 0) \cup (0; 4].$
16	4.
17	1 : 2.
18	$(-\infty; -2) \cup (-2; 2 - 2\sqrt{2}) \cup (2 + 2\sqrt{2}; \infty).$
19	а) да; б) да; в) 51.