



Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов №1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов №2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

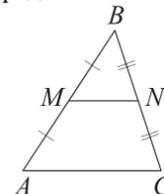
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

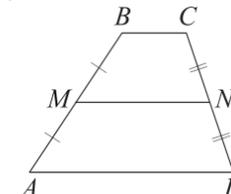
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

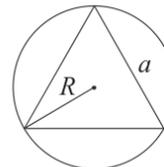


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

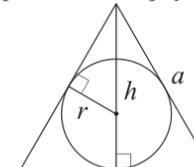


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

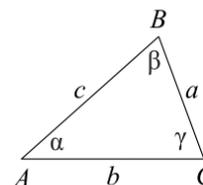
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



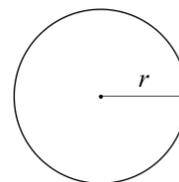
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

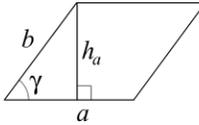
Площадь круга $S = \pi r^2$





Площади фигур

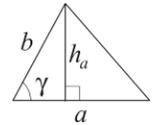
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

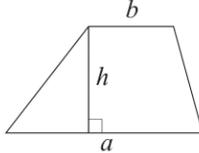
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

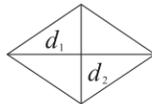
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

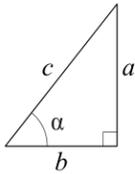
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

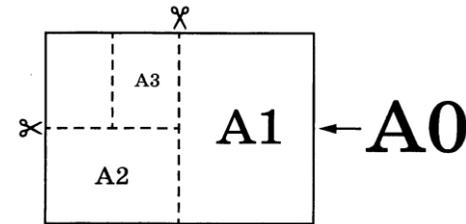
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5.

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Если лист формата А0 разрезать пополам, получаются два листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и так далее.



При этом отношение длины листа к его ширине у всех форматов, обозначенных буквой А, одно и то же (то есть листы всех форматов подобны друг другу). Это сделано специально – чтобы можно было сохранить пропорции текста на листе при изменении формата бумаги (размер шрифта при этом тоже соответственно изменяется).

В таблице 1 даны размеры листов бумаги четырёх форматов: от А3 до А6.

Таблица 1

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	105	148
2	210	297
3	297	420
4	148	210



- 1 Для листов бумаги форматов А3, А4, А5 и А6 определите, какими порядковыми номерами обозначены их размеры в таблице 1. Заполните таблицу ниже, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Форматы бумаги	А3	А4	А5	А6
Порядковые номера				

- 2 Сколько листов бумаги формата А5 получится при разрезании одного листа бумаги формата А0?

Ответ: _____.

- 3 Найдите длину большей стороны листа бумаги формата А2. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь листа бумаги формата А3. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: _____.

- 5 Найдите отношение длины большей стороны листа к меньшей у бумаги формата А1. Ответ дайте с точностью до десятых.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$0,6 \cdot (-10)^3 + 50.$$

Ответ: _____.

- 7 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{18}{17}$ и $\frac{17}{15}$?

- 1) 1
- 2) 1,1
- 3) 1,2
- 4) 1,3

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$5^{3x+1} : 125^x : x$$

при $x = \frac{1}{13}$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$9x^2 = 54x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 10 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Ответ: _____.



11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

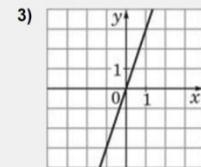
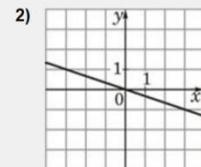
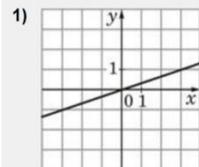
ФУНКЦИИ

А) $y = 3x$

Б) $y = \frac{1}{3}x$

В) $y = -\frac{1}{3}x$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100n$, где n – число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$3x - 2(x - 5) \leq -6$.

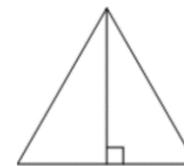
- 1) $[4; +\infty)$
- 2) $(-\infty; 4]$
- 3) $(-\infty; -16]$
- 4) $[-16; +\infty)$

Ответ:

14 В течение 20 банковских дней акции компании дорожали ежедневно на одну и ту же сумму. Сколько стоила акция компании в последний день этого периода, если в 9-й день акция стоила 555 рублей, а в 13-й день – 631 рубль?

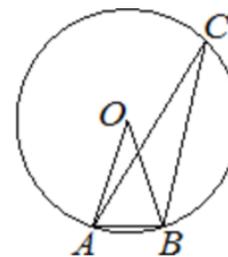
Ответ: _____.

15 Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите высоту этого треугольника.



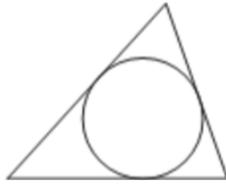
Ответ: _____.

16 Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 27° . Ответ дайте в градусах.



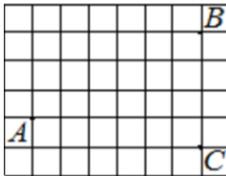
Ответ: _____.

- 17** Периметр треугольника равен 50, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 18** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .



Ответ: _____.

- 19** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) В любой прямоугольник можно вписать окружность.
- 3) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20** Решите уравнение

$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7.$$

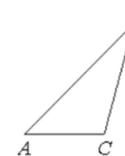
- 21** Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

- 22** Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x + 3}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

- 23** В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 30° , $BC = 6\sqrt{2}$. Найдите AC .



- 24** В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

- 25** Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 14$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 110° и 100° .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	3241
2	32
3	594
4	1247,4
5	1,4
6	-550
7	2
8	65
9	0
10	0,35
11	312
12	26500
13	3
14	764
15	21
16	13,5
17	100
18	6
19	1
20	-1
21	60
22	-9
23	6
24	■
25	$\frac{28\sqrt{3}}{3}$

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$. DC6888

* $6-x \geq 0$
 $6 \geq x$
 $x \leq 6$

$x^2 - 6x - 7 = 0$
 $D = 6^2 - 4 \cdot (-7) = 36 + 28 = 64$
 $x = \frac{6 \pm 8}{2}$
 $x_1 = 7$ не подходит
 $x_2 = -1$ подходит *

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: -1

21 Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля. 1A11FD

$t_{\text{пер}} - t_{\text{втор}} = 1$

$\frac{840}{x-4} - \frac{840}{x} = 1$

$\frac{840x - 840x + 840 \cdot 4}{x^2 - 4x} = 1$

$x^2 - 4x = 3360$
 $x^2 - 4x - 3360 = 0$
 $x_1 = 60$
 $x_2 = -56$

Схема: $v = x, t = \frac{840}{x}, S = 840$
 $v = x-4, t = \frac{840}{x-4}, S = 840$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 60

22 Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x+3}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки. C415E2

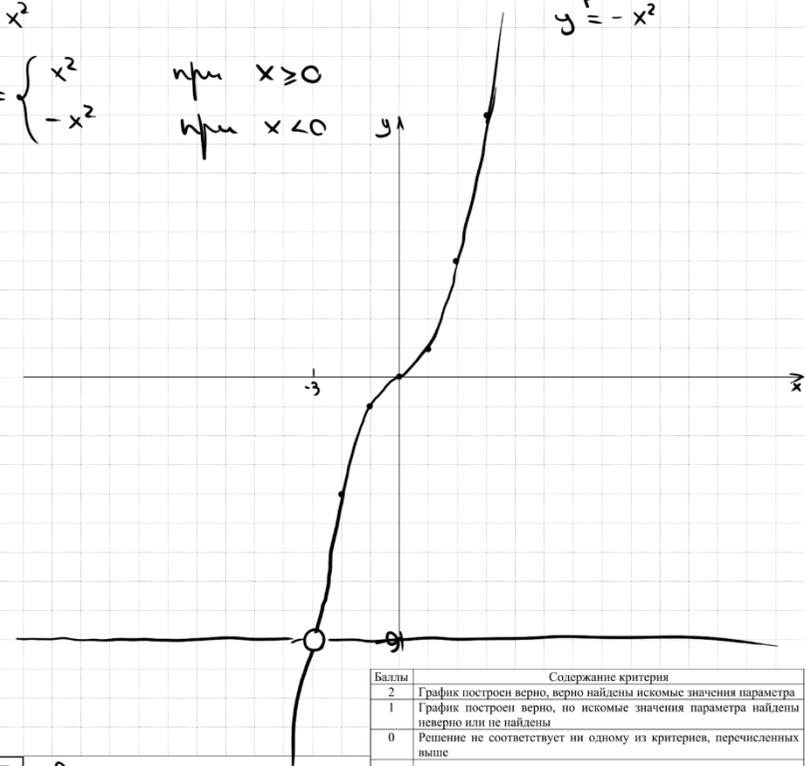
$y = \frac{x \cdot (x+3) \cdot |x|}{x+3}$

ОДЗ: $x+3 \neq 0$
 $x \neq -3$

Упростим:
 При $x \geq 0$
 $y = x^2$

При $x < 0$
 $y = -x^2$

$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$



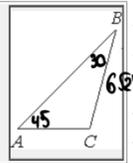
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: -9



23

В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол B равен 30° , $BC = 6\sqrt{2}$. Найдите AC .



259003

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\frac{6\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}}$$

$$AC = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 3 \cdot 2 = 6$$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ

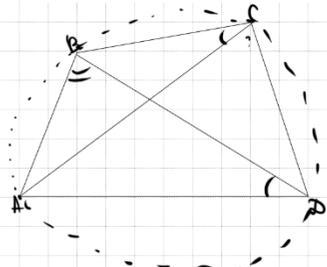
ТЕОРЕМА СИНУСОВ

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 6

24

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.



ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁУГОЛЬНИКА



ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁУГОЛЬНИКА



Если угол между стороной и диагональю равен углу между противоположной стороной и другой диагональю, то такой четырёхугольник можно вписать в окружность

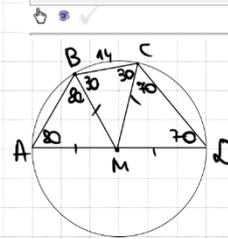
Т.к. $\angle ACB = \angle BDA$ и они опираются на одну дугу AB , то можно вписать $ABCD$ в окр-ть

$\Rightarrow \angle ABD = \angle ACD$ (вписанные опирающиеся на дугу AD)

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 14$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 110° и 100° .



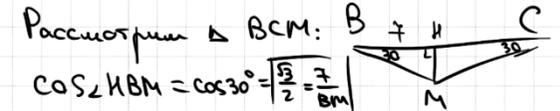
Вписан ABCD в окружность

$$\angle D = 180 - \angle B = 70 = \angle MCD$$

$$\angle A = 180 - \angle C = 80 = \angle ABM$$

$$\angle MBC = 30^\circ$$

$$\angle MCB = 30^\circ$$



$$BM = \frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{28}{\sqrt{3}}$$

$$AD = \frac{28}{\sqrt{3}} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$$

ОТВЕТ: $\frac{28\sqrt{3}}{3}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 232/551, зарегистрирован Минюстом России 12.05.2023 № 73292)

«72. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями развёрнутых ответов (в том числе устных) на задания КИМ в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый развёрнутый ответ на задания КИМ. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в первичных баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Третий эксперт назначается по согласованию с председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося.

Существенными считаются следующие расхождения.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

