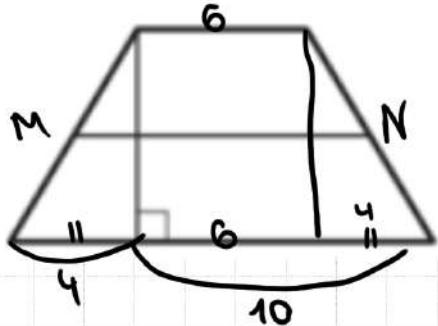


1

Высота, опущенная из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на отрезки равные 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.

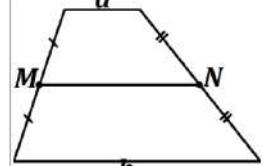


$$MN = \frac{6 + 14}{2} = 10$$

## ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017

### СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ

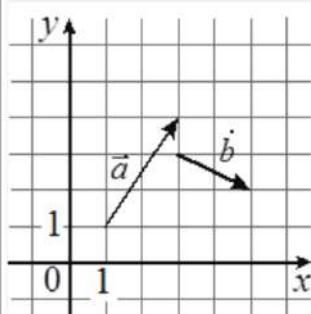


- Лежит на серединках сторон
- Параллельна основаниям
- Равна полусумме оснований

**ОТВЕТ | 10**

2

На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , координатами которых являются целые числа. Найдите длину вектора  $\vec{a} + 3\vec{b}$ .



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \vec{a} (2; 3) \\ & \vec{b} (2; -1) \\ & 3\vec{b} (6; -3) \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \vec{a} + 3\vec{b} (8; 0)$$

$$\textcircled{3} \quad |\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{8^2 + 0^2} = 8$$

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Основная волна (Резерв) 2024

### КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

Если  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , то

$\vec{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

### УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Если  $\vec{a}(2; 3)$ , то

$2\vec{a}(4; 6)$

### СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Если  $\vec{a}(x_1; y_1)$  и  $\vec{b}(x_2; y_2)$ , то

$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$

### ДЛИНА ВЕКТОРА

Если  $\vec{a}(x; y)$ , то

$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

**ОТВЕТ | 8**

B515D1

**3**

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса.

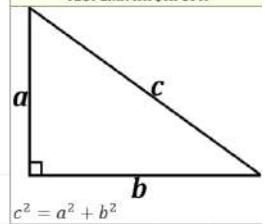


Радиус сферы равен  $10\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.

$$l^2 = (10\sqrt{2})^2 + (10\sqrt{2})^2 = 400$$

$$l = 20$$

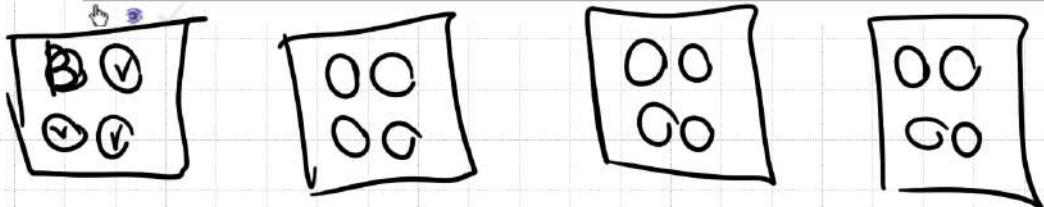
F4AA43



$$c^2 = a^2 + b^2$$

**ОТВЕТ | 20****4**

В классе 16 учащихся, среди них два друга — Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.



e33c5D

**ИСТОЧНИКИ**

FPII (старый банк)

Пробный ЕГЭ 2018

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ**

благоприятные исходы

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

$$P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$$

**ОТВЕТ | 0,2**

5

Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,5 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,7?

30D3F2

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} P(\text{попадь}) &= 0,5 \\ P(\text{не попадь}) &= 0,5 \end{aligned} \quad \left. \right\} 1$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} P(\text{попадание}) &\geq 0,7 \\ P(\text{человек}) &\leq 0,30 \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{array}{l} 1 \text{ восторг} \\ 2 \text{ восторга} \end{array} \quad \begin{aligned} P(\text{человек}) &= 0,5 \times \\ P(\text{человек}) &= 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \quad \checkmark \end{aligned}$$

ОТВЕТ | 2

**ИСТОЧНИКИ**

FIPI (старый банк)  
FIPI (новый банк)  
Основная волна (Резерв) 2023  
Основная волна (Резерв) 2022  
**ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ СОБЫТИЯ**  
Сумма вероятностей наступления противоположных событий равна 1  
 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

**ПРИМЕР:**  
Событие  $A$  — выпадение орла  
Событие  $\bar{A}$  — выпадение решки  
Если при одном бросании монеты не выпал орёл, то точно выпадет решка

6

Найдите корень уравнения  $\log_5(5 - x) = 2 \log_5 3$ .

$$\begin{aligned} \log_5(5-x) &= \log_5 3^2 \\ 5-x &= 9 \\ -4 &= x \end{aligned}$$

**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна (Резерв) 2017  
**СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ**

1	$\log_a b + \log_a c = \log_a(b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
5	$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
6	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

ОТВЕТ | - 4

7

Найдите значение выражения  $\frac{(\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{60 + 10\sqrt{35}}$ .

$$\frac{7 + 2\sqrt{35} + 5}{60 + 10\sqrt{35}} = \frac{12 + 2\sqrt{35}}{60 + 10\sqrt{35}} = \frac{2 \cdot (6 + \sqrt{35})}{10 \cdot (6 + \sqrt{35})} = 0,2$$

E7C22D

**ИСТОЧНИКИ**

FPII (старый банк)

FPII (новый банк)

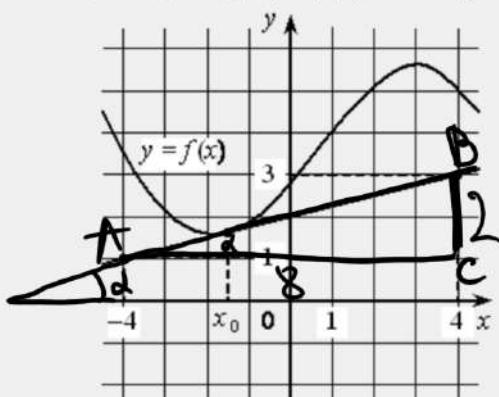
ФСУ

- 1  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- 2  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 4  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 5  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 6  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 7  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

**ОТВЕТ** | 0, 2

8

На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

**ИСТОЧНИКИ**

FPII (старый банк)

FPII (новый банк)

Основная волна (Резерв) 2023

Основная волна 2019

Основная волна (Резерв) 2017

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ****ПРОИЗВОДНОЙ** $f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$ 

$$f'(x_0) - ? \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{8} = 0,25$$

C70016

**ОТВЕТ** | 0, 25

9

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  
 $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в кельвинах),  $T_2$  — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет 25%, если температура холодильника  $T_2 = 276$  К? Ответ дайте в градусах Кельвина.

**ИСТОЧНИКИ**  
 Досрочная волна 2021  
 Пробный ЕГЭ 2019

$$25\% = \frac{T_1 - 276}{T_1} \cdot 100\%$$

$$\frac{T_1 - 276}{T_1} = \frac{25}{100}$$

$$4 \cdot (T_1 - 276) = T_1$$

$$4T_1 - 4 \cdot 276 = T_1$$

$$3T_1 = 4 \cdot 276 \quad | :3$$

$$T_1 = 4 \cdot 92 = 368$$

**ОТВЕТ** | 368

10

Семья состоит из мужа, жены и их дочери-студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

**ИСТОЧНИКИ**

FIP (старый банк)

Лучев

$$\begin{array}{l} m - \% \text{ мужа} \\ g - \% \text{ жены} \\ d - \% \text{ дочери} \end{array} \left. \right\} 100\%$$

$$\begin{cases} m + g + d = 100\% \\ 2m + g + d = 167\% \\ m + g + \frac{1}{3}d = 96\% \end{cases}$$

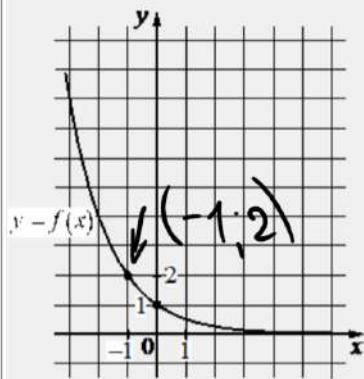
$$\begin{aligned} ② - ① : & \quad m = 67\% \\ ① - ③ : & \quad \frac{2}{3}d = 4\% \quad | \cdot \frac{3}{2} \\ & \quad d = 6\% \end{aligned}$$

$$100 - 67 - 6 = 27\%$$

**ОТВЕТ** | 27

11

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-4)$ .



$$f(x) = \frac{1}{2}^x$$

$$f(-4) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 16$$

7C4A3A

$$\begin{aligned} ① \quad 2 &= a^{-1} \\ 2 &= \frac{1}{a} \\ a &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ОТВЕТ | 16

**ИСТОЧНИКИ**

FPII (старый банк)  
FPII (новый банк)  
Основная волна 2024  
Основная волна 2022

12

Найдите наибольшее значение функции  $y = 11 \cdot \ln(x+4) - 11x - 5$  на отрезке  $[-3,5 ; 0]$ .

5BA356

**ИСТОЧНИКИ**

FPII (старый банк)  
FPII (новый банк)  
Демо 2024  
Демо 2023  
Демо 2022  
Демо 2021  
Демо 2020  
Основная волна 2018

**ПРОИЗВОДНЫЕ**

- 1  $\mathcal{C}' = 0$
- 2  $x' = 1$
- 3  $(Cx)' = C$
- 4  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
- 5  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- 6  $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
- 7  $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
- 8  $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
- 9  $(\sin x)' = \cos x$
- 10  $(\cos x)' = -\sin x$
- 11  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- 12  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- 13  $(e^x)' = e^x$
- 14  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- 15  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- 16  $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

$$① \quad y' = 11 \cdot \frac{1}{x+4} - 11 = 0$$

$$\frac{11}{x+4} = \frac{11}{1}$$

$$x+4 = 1$$

$$x = -3$$

$$② \quad y(-3) = 11 \cdot \ln \frac{1}{e^{-3}} + 33 - 5 = 28$$

$$y(-3,5) = \dots$$

$$y(0) = \dots$$

ОТВЕТ | 28

13

а) Решите уравнение

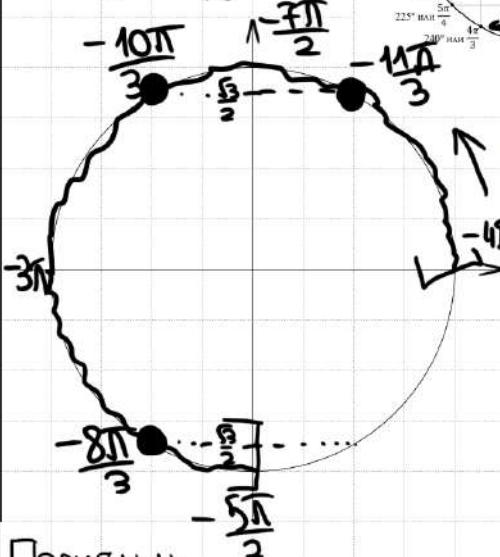
$$\cos 2x + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0,25.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ .

а)

$$\begin{aligned} \cos 2x + \sin^2 x &= 0,25 \\ 1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x &= 0,25 \\ \frac{3}{4} &= \sin^2 x \\ \sin x &= \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x &= \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

б) Отберём корни с помощью окружности

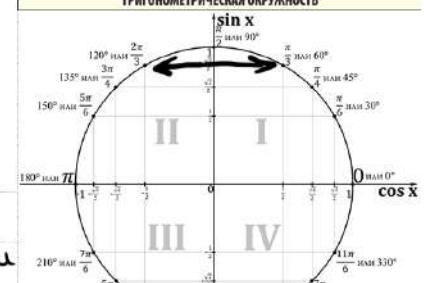


Получим

$$\begin{aligned} x &= -\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = -\frac{11\pi}{3} \\ x &= -\frac{3\pi}{1} - \frac{\pi}{3} = -\frac{10\pi}{3} \\ x &= -\frac{3\pi}{1} + \frac{\pi}{3} = -\frac{8\pi}{3} \end{aligned}$$

Ответ: а)  $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-\frac{11\pi}{3}, -\frac{10\pi}{3}, -\frac{8\pi}{3}$ .

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



## ИСТОЧНИКИ

Досрочная волна 2016

## ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

1  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

2  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

## ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

## 1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество  $\frac{\pi}{2}$ , то функция меняется на кофункциюЕсли в скобочке сколько-то  $\pi$ , то функция остаётся прежней

## ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$

$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$

## 2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

## ПРИМЕР:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$

Дана треугольная пирамида  $SABC$ . Основание высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $CH$  — высоты треугольника  $ABC$ .

а) Докажите, что  $AC^2 - BC^2 = AS^2 - BS^2$ .

б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ , если  $AB = 25$ ,  $AC = 10$ ,  $BC = 5\sqrt{13}$ ,  $SC = 3\sqrt{10}$ .

а) ① Треб. док:

$$AC^2 + BS^2 = AS^2 + BC^2$$

②  $\triangle ACK$ :  $AC^2 = 4x^2 + AK^2$

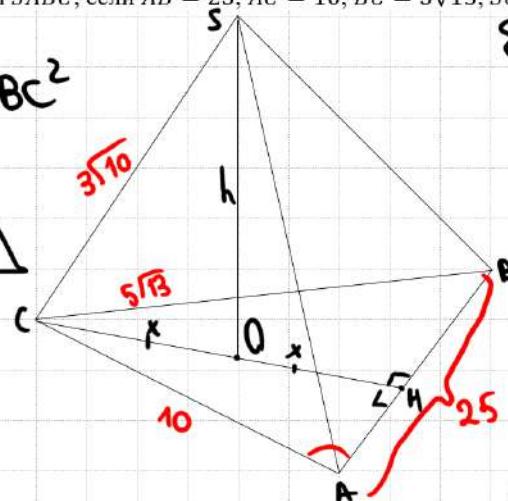
$\triangle COS$ :  $SC^2 = x^2 + h^2$

$\triangle CBN$ :  $BC^2 = 4x^2 + BN^2$

$\triangle BOS$ :  $BS^2 = h^2 + BO^2$

$\triangle AOS$ :  $AS^2 = h^2 + AO^2$

$\triangle MOS$ :  $SK^2 = h^2 + x^2$



б) ①  $\triangle ABC$ :

по т. cos:

$$\cos A = \frac{10^2 + 25^2 - (5\sqrt{13})^2}{2 \cdot 10 \cdot 25} =$$

$$= \frac{4}{5}$$

$$\sin A = \frac{3}{5}$$

②  $\sin A = \frac{3}{5} = \frac{2x}{AC}$

$$\frac{3}{5} = \frac{2x}{10}$$

$$x = 3$$

$$h = \sqrt{(3\sqrt{10})^2 - 3^2} = 9$$

$$\sqrt{=} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 25 \cdot \frac{3}{5} \cdot 9 = 225$$

Ответ: 225.

Треб. док:

$$4x^2 + AK^2 + x^2 + BO^2 = h^2 + AO^2 + 4x^2 + BN^2$$

$\triangle OBN$ :  $x^2 = BO^2 - BN^2$

$\triangle OAK$ :  $x^2 = AO^2 - AK^2$

Получаем

$$BO^2 - BN^2 = AO^2 - AK^2$$

$$BO^2 + AK^2 = AO^2 + BN^2$$



15

Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

## ИСТОЧНИКИ

FPII (старый банк)  
 FPII (новый банк)  
 Основная волна 2016  
 Пробный ЕГЭ 29.02.2020  
 Основная волна (Резерв) 2021  
 Досрочная волна 2023

## СТЕПЕНИ

- 1  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- 2  $a^n : a^m = a^{n-m}$
- 3  $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- 4  $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- 5  $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- 6  $a^0 = 1$
- 7  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- 8  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

## РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

## ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\frac{9^x - 3^x \cdot 3 - 19}{3^x - 6} + \frac{9^x \cdot 9 - 3^x \cdot 3^4 + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3$$

$$\frac{t^2 - 3t - 19}{t-6} + \frac{9t^2 - 81t + 2}{t-9} - \frac{10t}{1} - \frac{3}{1} \leq 0$$

Сносок с упрощением

$$\frac{(t-6)(t+3)}{t-6} - \frac{1}{t-6} + \frac{9t(t-9)}{t-9} + \frac{2}{t-9} - 10t - 3 \leq 0$$

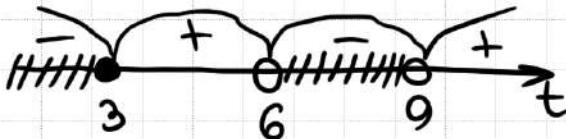
$$t+3 - \frac{1}{t-6} + 9t + \frac{2}{t-9} - 10t - 3 \leq 0$$

$$\frac{2}{t-9} - \frac{1}{t-6} \leq 0$$

Сносок "в язь"

$$\frac{t^2 - 3t^2 + 27t - 19t + 171 + 9t^3 - 54t^2 - 81t^2 + 486t + 2t - 12 - 10t^2 + 150t - 540t - 3t^2 + 45t - 162}{(t-6)(t-9)} \leq 0$$

$$\frac{t-3}{(t-6)(t-9)} \leq 0$$



$$\begin{cases} t \leq 3 \\ 6 < t < 9 \end{cases}$$

$$3^x \leq 3^1$$

$$x \leq 1$$

$$\begin{aligned} \log_3 6 &< 3^x < 3^2 \\ \log_3 6 &< x < 2 \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } (-\infty, 1] \cup (\log_3 6, 2)$$

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 2 млн рублей. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет меньше 15 млн рублей.

## ИСТОЧНИКИ

FIFI (старый банк)  
FIFI (новый банк)  
Ященко 2018  
Досрочная волна 2016

Пусть  $S$  - сумма вклада  
Миф 21 - месяц открытия вклада  
Миф - месяц пополнения вклада

$$\frac{11}{10}^4 \cdot S < 15 - 2 \cdot 1,21 - 2,2$$

$$\frac{11}{10}^4 \cdot S < \frac{1038}{100} \quad \mid : \frac{11}{10}^4$$

$$S < \frac{1038 \cdot 10000}{100 \cdot 14641}$$

$$S < \frac{103800}{14641}$$

$$S < 7 \frac{1313}{14641}$$

$$\begin{array}{r} 103800 \\ 102487 \\ \hline 14641 \\ 1313 \end{array}$$

$$S_{\text{наиб.чел.}} = 7 \text{ млн}$$

Месяц Сумма вклада

$$\text{I 21} \quad S$$

$$\text{II 21} \quad 1,1 \cdot S$$

$$\text{III 22} \quad \text{иначе не попадет}$$

$$\text{IV 22} \quad 1,1^2 \cdot S$$

$$\text{V 23} \quad 1,1^2 \cdot S + 2$$

$$\text{VI 23} \quad 1,1^3 \cdot S + 2 \cdot 1,1$$

$$\text{VII 24} \quad 1,1^3 \cdot S + 2 \cdot 1,1 + 2$$

$$\text{VIII 24} \quad 1,1^4 \cdot S + 2 \cdot 1,1^2 + 2 \cdot 1,1 < 15$$

Ответ: 7 млн.

Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Диагонали  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $BCDM$  – параллелограмм.

а) Докажите, что две стороны пятиугольника равны.

б) Найдите  $AB$ , если известно, что  $BE = 12$ ,  $BC = 5$ ,  $AD = 9$ .

а)  $DM \parallel BC$

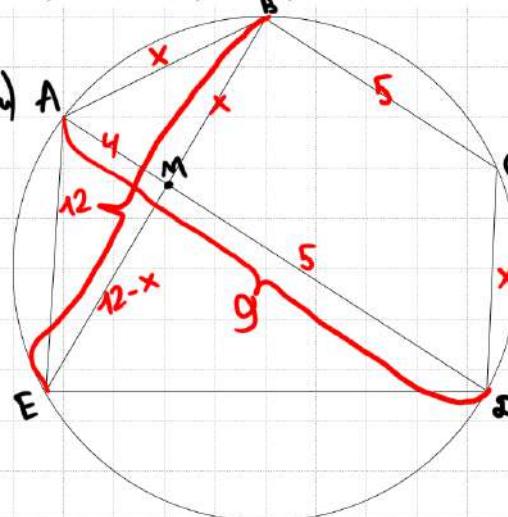
(т.к.  $BCDM$  – параллелограмм)

тогда  $AD \parallel BC$

$ABCD$  – трапеция

вписан в окр, т.е.  
равноб.

$AB = CD$



б) ① Пусть  $AB = x = 12$  (см. а)

$$DM = BC = 5$$

$$BM = CD = x$$

(т.к.  $\triangle BCDM$  – параллелограмм)

$$AM = AD - DM = 4$$

$$EM = BE - BM = 12 - x$$

② по свойству пересек.

$$AM \cdot DM = BM \cdot EM$$

$$4 \cdot 5 = x \cdot (12 - x)$$

$$20 = 12x - x^2$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

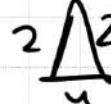
$$x = 2 \quad x = 10$$

Пост. корень

т.к. тогда в  $\triangle ABM$

не будет перп.  
тр-ка

Ответ: 10.



$$3 \sin x + \cos x = a$$

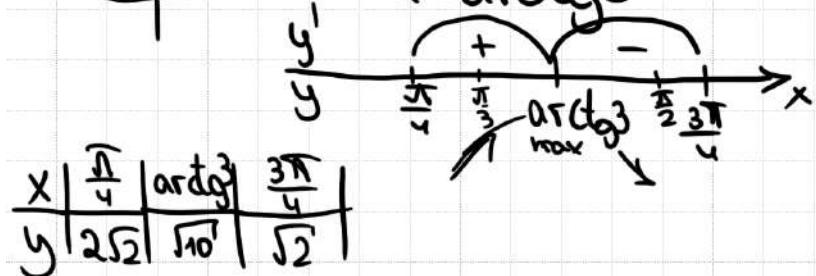
имеет единственное решение на отрезке  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

Построим  $y = 3 \sin x + \cos x$

$$\begin{aligned} y' &= 3 \cos x - \sin x = 0 \quad | : \cos x \\ 3 &= \operatorname{tg} x \\ x &= \arctg 3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

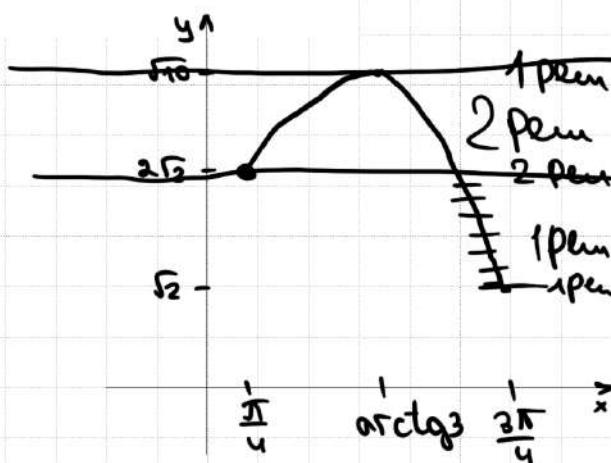
На отрезке

$$x = \arctg 3$$



$$\begin{aligned} y(\arctg 3) &= 3 \cdot \sin(\arctg 3) + \cos(\arctg 3) \\ &= 3 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } [\sqrt{2}; 2\sqrt{2}) \cup \{\sqrt{10}\}$$



Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 20?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 81?

в) Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

$$\text{а)} \frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c}{a+b+c} = 20$$

$$100 \cdot a + 10 \cdot b + c = 20 \cdot a + 20b + 20c \\ 80 \cdot a = 10 \cdot b + 19 \cdot c$$

Если  $a=1$ , то  $b=8$   $c=0$

$$\frac{180}{1+8+0} = 20$$

Ответ: а) 98

$$\text{б)} \frac{a \cdot 100 + b \cdot 10 + c}{a+b+c} = 81$$

$$100 \cdot a + 10 \cdot b + c = 81a + 81b + 81c \\ 19a = 71b + 80c$$

Рассмотрим область значений левой части уравнения:

$$19 \leq 19a \leq 171$$

Рассмотрим все значение правой части ур-я в порядке возрастания:

Если $b=0$ и $c=0$	, то	$19a=0$	$a=0$	$\emptyset$
$b=1$ и $c=0$	, то	$19a=71$	$a=0$	$\emptyset$
$b=0$ и $c=1$	, то	$19a=80$	$a=0$	$\emptyset$
$b=2$ и $c=0$	, то	$19a=142$	$a=0$	$\emptyset$
$b=1$ и $c=1$	, то	$19a=151$	$a=0$	$\emptyset$
$b=0$ и $c=2$	, то	$19a=160$	$a=0$	$\emptyset$
$b=3$ и $c=0$	, то	$19a=213$	$a=0$	$\emptyset$

Все допустимые комбинации  $b$  и  $c$  будут давать больше 213 в правой части ур-я, т.е. равенство возможно не будет

б) Такое  $k$ -значное число

$$\frac{100a + 10b + c}{a+b+c} = k$$

$$100a + 10b + c = k \cdot a + k \cdot b + k \cdot c$$

$$k \cdot a - 100a + kb - 10b + kc - c = 0$$

$$a \cdot (k-100) + b \cdot (k-10) + c \cdot (k-1) = 0$$

Если  $k=1$ , то

$k=2$ , то

$\vdots$

$k=10$ , то

$k=11$ , то

$\Rightarrow k \geq 11$

$$0 = 99a + 9b$$

$$c = 98a + 8b$$

$$\dots$$

$$9c = 90a$$

$$10c + b = 89a$$

правая ур-я больше левой

Приведём пример для  $k=11$

При  $a=1$

$b=9$

$c=8$

$$\frac{198}{1+9+8} = 11$$

Ответ: б) 11.