

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

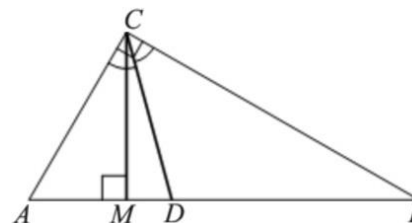
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

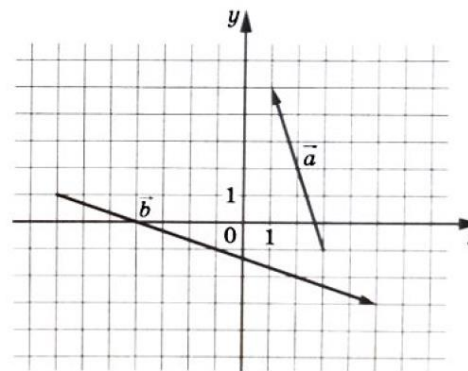
Острый угол B прямоугольного треугольника равен 23° . Найдите угол между биссектрисой CD и высотой CM , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2

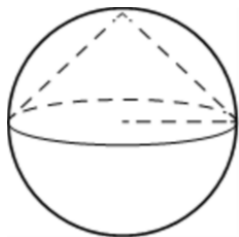
На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: _____.



- 3 Конус вписан в шар (см. рисунок). Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 47. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

- 5 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

Ответ: _____.

- 6 Найдите корень уравнения $\sqrt{6 + 5x} = x$.
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.

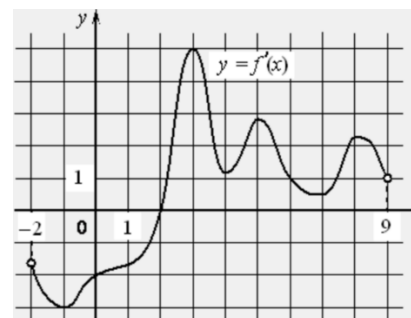
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения

$$\frac{24}{\sin^2 127^\circ + 4 + \sin^2 217^\circ}$$

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

- 9 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 192$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с).

Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

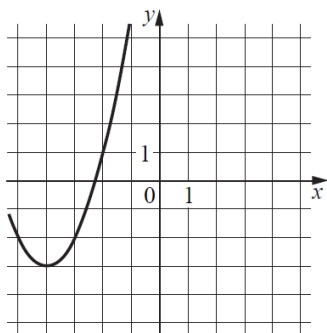
Ответ: _____.

- 10 Расстояние между городами А и В равно 420 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 1 час следом за ним со скоростью 80 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.



- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-12)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции

$$y = (x - 4)^2(x + 5) + 8.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$.

- 14 Различные точки A , B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60° .

а) Докажите, что $\cos \angle ASC + \cos \angle BSC = 1,5$.

б) Найдите объём тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$, $\cos \angle ASC = \frac{2}{3}$.

- 15 Решите неравенство

$$(\log_{0,25}^2(x+3) - \log_4(x^2 + 6x + 9) + 1) \cdot \log_4(x+2) \leq 0.$$

- 16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 800 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите начальную сумму кредита, если сумма выплат по кредиту равна 2090 тысяч рублей.



17 В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точках C и M .

а) Докажите, что $\angle BAM = \angle CAD$.

б) Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AB = 6$, а $BC = 4BM$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (2 - a)^2 = |x - 2 + a| + |x - a + 2|$$

имеет единственный корень.

19 Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня.

а) Пусть $q = 34$. Найдите все возможные значения p .

б) Пусть $p + q = 22$. Найдите все возможные значения q .

в) Пусть $q^2 - p^2 = 2812$. Найдите все возможные корни исходного уравнения.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	22
2	-0,6
3	188
4	0,08
5	0,33
6	6
7	4,8
8	2
9	12
10	240
11	61
12	-2
13	а) 2; 5 б) 2
14	$\frac{\sqrt{6}}{36}$
15	$(-2; -1] \cup \{1\}$
16	1300 тыс.
17	20
18	$\{0\} \cup \{4\}$
19	а) -35 и -19 б) 48 в) 4 и 14

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$.

$$a) \frac{x+1}{\sqrt{x-1}} = 3\sqrt{x-1}$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{x+1}{3}$$

$$\textcircled{1} \frac{x+1}{3} \geq 0$$

$$\textcircled{2} x-1 = \frac{(x+1)^2}{9}$$

$$\textcircled{1} x \geq -1$$

$$\textcircled{2} 9x-9 = x^2+2x+1$$

$$x^2-7x+10=0$$

$$x=2 \quad x=5$$

$$\text{Проверяем } x=2$$

$$x=5$$

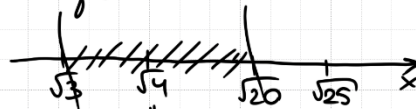
$$\text{Ответ: а) } 2; 5$$

$$\text{б) } 2$$

$$\text{б) } 2 = \sqrt{4}$$

$$5 = \sqrt{25}$$

Проверяем



$$2 \in [\sqrt{3}; \sqrt{20}]$$

$$5 \notin [\sqrt{3}; \sqrt{20}]$$

ИСТОЧНИКИ

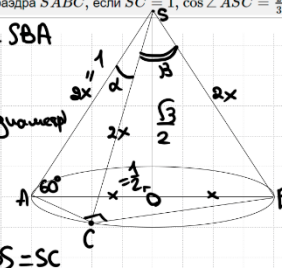
Основная школа (Резерв) 2018.

14

Различные точки A , B и C лежат на окружности основания конуса с вершиной S так, что отрезок AB является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60° .

а) Докажите, что $\cos \angle ASC + \cos \angle BSC = 1,5$.б) Найдите объём тетраэдра $SABC$, если $SC = 1$, $\cos \angle ASC = \frac{2}{3}$.

а) $\angle SAB = 60^\circ = \angle SBA$
 $\triangle ABS$ - равност.
 $\triangle ABC$ - равност.
 $\angle ACB$ опир. на диаметр



б) Пусть $AB = 2x$
 $AS = BS = SC$

в) по т. кос

$$\triangle SAC: AC^2 = 4x^2 + x^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot \cos \alpha$$

$$\triangle SBC: BC^2 = 4x^2 + x^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot \cos \beta$$

по т. Пиф: $\triangle ABC: AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$4x^2 = 8x^2 - 8x^2 \cos \alpha + 8x^2 - 8x^2 \cos \beta$$

$$8x^2 (\cos \alpha + \cos \beta) = 12x^2$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 1,5$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{6\sqrt{6}}$$

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
 ГПР (новый банк)
 Досрочная волна 2022

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



15 Решите неравенство

$$(\log_{0,25}(x+3) - \log_4(x^2 + 6x + 9) + 1) \cdot \log_4(x+2) \leq 0.$$

$$(\log_{4^{-1}}(x+3) \cdot \log_{4^{-1}}(x+3) - \log_4(x+3)^2 + 1) \cdot \log_4(x+2) \leq 0$$

$$(\log_4^2(x+3) - 2 \cdot \log_4(x+3) + 1) \cdot \log_4(x+2) \leq 0$$

$$(\log_4(x+3) - 1)^2 \cdot \log_4(x+2) \leq 0$$

$$(\log_4(x+3) - \log_4 4)(\log_4(x+3) - \log_4 4)(\log_4(x+2) - \log_4 4) \leq 0$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x+2 > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} x+3 > 0$$

$$\textcircled{3} (4-x)(x+3-4) \cdot (4-x)(x+3-4) \cdot (4-x)(x+2-4) \leq 0$$

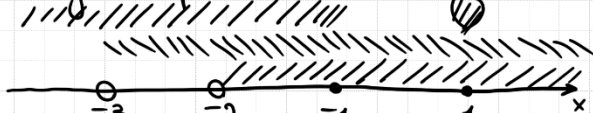
$$\textcircled{1} x > -2$$

$$\textcircled{2} x > -3$$

$$\textcircled{3} (x-1)^2 \cdot (x+1) \leq 0$$



Найдем пересечение:



$$\text{Ответ: } (-2; -1] \cup \{1\}$$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$$1 \log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$2 \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$3 \log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$4 \log_a b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

$$5 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$6 \log_a b = \frac{\log_a a}{\log_a b}$$

$$7 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$8 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$9 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$10 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$11 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$12 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$13 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$14 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$15 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$16 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$17 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$18 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$19 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$20 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$21 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$22 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$23 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$24 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$25 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$26 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$27 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$28 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$29 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$30 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$31 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$32 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$33 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$34 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$35 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$36 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$37 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$38 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$39 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$40 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$41 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$42 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$43 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$44 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$45 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$46 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$47 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$48 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$49 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

$$50 \log_a b = \frac{1}{\log_a a}$$

16

В школе 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на каждую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 800 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите начальную сумму кредита, если сумма выплат по кредиту равна 2090 тысяч рублей.

Пусть S – сумма кредита
 x – величина уменьш. долга первая 5 лет
 y – величина уменьш. долга след. 5 лет

Первые 5 и последние 5 вылат обр. ариф. прогр. Воспользуемся Ф-лой $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

О.С.В. = 2090 тыс.

Дата	Сумма долга	
июль 25	S	
я	1,1S	
июль 26	$S-x$	было 0,1S+x
я	1,1S-1,1x	было 0,1S+0,9x
июль 27	$S-2x$	
я	1,1S-2,2x	
июль 28	$S-3x$	было 0,1S+0,8x
я	1,1S-3,3x	
июль 29	$S-4x$	было 0,1S+0,7x
я	1,1S-4,4x	
июль 30	$S-5x$	было 0,1S+0,6x
я	880	$S-5x=800$ $S=5x+800$ $x=\frac{S-800}{5}=0,2S-160$
июль 31	$800-y$	было 80+y
я	$880-1,1y$	
июль 32	$800-2y$	было 80+0,9y
я	$880-2,2y$	
июль 33	$800-3y$	было 80+0,8y
я	$880-3,3y$	
июль 34	$800-4y$	было 80+0,7y
я	$880-4,4y$	
июль 35	$800-5y$	было 80+0,6y
я	$800-5y=0$	
	$y=160$	

$$\text{Ответ: } 1300 \text{ тыс.}$$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17

В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точках C и M .

а) Докажите, что $\angle BAM = \angle CAD$.

б) Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AB = 6$, а $BC = 4BM$.

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Основная волна 2017

а) Пусть $\angle BAM = \alpha$
Тогда $AM = 2\alpha$
(т.к. $\angle BAM$ — угол между кас. и хордой)

$AMCD$ — п/б. трап.
(т.к. $AD \parallel CM$ и $AMCD$ вписана в окр.)
Тогда $AM = 2\alpha = CD$
 $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle C$
(по т. о впис. угла)
 $\angle BAM = \alpha = \angle CAD$ ■

б) 1) По св-ву кас. и сек.
 $AB^2 = BM \cdot BC$
 $36 = x \cdot 4x$
 $4x^2 = 36$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$

2) $AMCD$ — п/б. трап.
 $AD = 3 + 9 + 3 = 15$

3) $\triangle BOC \sim \triangle AOD$ по 2 углам
 $\frac{BC}{AD} = \frac{CO}{AO}$
 $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{CO}{AO}$ $CO = 4y$
 $AO = 5y$

4) $\triangle AHO \sim \triangle ABC$ по 2 углам
 $\frac{AC}{AO} = \frac{BC}{OH}$
 $\frac{9y}{5y} = \frac{12}{OH}$ $OH = \frac{12 \cdot 5}{9} = \frac{20}{3}$
 $S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{20}{3} = 20$
Ответ: 20.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ	2

имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (2-a)^2 = |x-2+a| + |x-a+2|$ имеет единственный корень.

ИСТОЧНИКИ
 РПР (старый банк)
 РПР (новый банк)
 Ященко 2019 (56 вар)
 Семёнов 2015
 Основная школа 2013

FB361B

$$x^2 + (2-a)^2 - |x-2+a| - |x-a+2| = 0$$

Пусть $f(x) = x^2 + (2-a)^2 - |x-2+a| - |x-a+2|$
 $f(-x) = (-x)^2 + (2-a)^2 - |-x-2+a| - |-x-a+2|$
 $= x^2 + (2-a)^2 - |x+2-a| - |x+a-2|$

Единственный корень четная ф-ция может иметь только если это единств. корень $x=0$

Найдём, при каких a $x=0$
 $0^2 + (2-a)^2 = |0-2+a| + |0-a+2|$
 $(2-a)^2 = |2-a| + |2-a|$
 $12-a^2 = 2|2-a|$
 $12-a^2 - 2 \cdot |2-a| = 0$
 $|2-a| \cdot (|2-a| - 2) = 0$
 $a=2 \quad 2-a=2 \quad 2-a=-2$
 $a=0 \quad a=4$

Проверим, при каких из этих a будет единств. корень

Если $a=0$, то $x^2 + 2^2 = |x-2| + |x+2|$
 $x^2 + 4 = |x-2| + |x+2|$

Знак $|x+2|$ и $|x-2|$

Если $x < -2$
 $x^2 + 4 = -x-2 - x-2$
 $x^2 + 2x + 4 = 0$
 нет корней

Если $-2 \leq x \leq 2$
 $x^2 + 4 = -x+2 + x+2$
 $x^2 + 4 = 4$
 $x=0$

Если $x > 2$
 $x^2 + 4 = x-2 + x+2$
 $x^2 - 2x + 4 = 0$
 нет корней

Получаем при $a=0$ $x=0$ — единств. корень

Если $a=2$, то $x^2 = |x| + |x|$
 $|x|^2 - 2|x| = 0$
 $|x| \cdot (|x| - 2) = 0$
 $x=0 \quad x=2 \quad x=-2$
 3 решения
 $a \neq 2$

Если $a=4$, то $x^2 + 4 = |x+2| + |x-2|$
 $x=0$ — единств. корень

при $a=4$

Ответ: $0; 4$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня.

- а) Пусть $q = 34$. Найдите все возможные значения p .
 б) Пусть $p + q = 22$. Найдите все возможные значения q .
 в) Пусть $q^2 - p^2 = 2812$. Найдите все возможные корни исходного уравнения.

ИСТОЧНИКИ

Основная школа (Россия), 2019

а) $x^2 + p \cdot x + 34 = 0$

но т. Выход:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = 34 \end{cases}$$

есть 2 случая

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 34$$

$$\text{Тогда}$$

$$p = -35$$

$$\text{Ответ: а) } -35; -19$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 17$$

$$p = -19$$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases} \quad | \cdot (-1)$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ -x_1 - x_2 = p \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = q \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

$$p + q = 22 = -x_1 + x_1 \cdot x_2 - x_2$$

$$22 = (x_1 - 1)(x_2 - 1) - 1$$

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 23$$

$$\text{Получаем 2 случая}$$

$$\begin{cases} x_1 - 1 = 1 \\ x_2 - 1 = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 24 \end{cases}$$

$$q = 48$$

$$\text{Ответ: б) } 48$$

$$\begin{cases} x_1 - 1 = 23 \\ x_2 - 1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 24 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$q = 48$$

$$\text{Ответ: в) } 48$$

Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет два различных натуральных корня.

а) Пусть $q = 34$. Найдите все возможные значения p .

б) Пусть $p + q = 22$. Найдите все возможные значения q .

в) Пусть $q^2 - p^2 = 2812$. Найдите все возможные корни исходного уравнения.

б) $(q - p) \cdot (q + p) = 2812$

Разложим 2812 на простые множители

$$2812 = 2 \cdot 2 \cdot 19 \cdot 37$$

$$\begin{array}{r} 2812 | 2 \\ 1406 | 2 \\ 703 | 19 \\ 37 | 37 \\ 1 \end{array}$$

а) но т. Выход:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 = p \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

$$(q - p) \cdot (q + p) = 2812$$

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 2812$$

$$\text{множители в левой части уравнения отличаются друг от друга}$$

$$\text{на четное число } (2x_1 + 2x_2)$$

$$\text{множители справа - четные, т.е. оба четные, либо оба нечетные}$$

$$\text{но т.к. } 2812 \text{ - четное, то получаем, что множители - четные}$$

$$\text{Таким образом, первый множитель больше}$$

а) Получаем

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 2 \cdot 2 \cdot 19 \cdot 37$$

$$(2 \cdot 37) \cdot (2 \cdot 19) = 2812 \quad \text{или} \quad (2 \cdot 19) \cdot (2 \cdot 37) = 2812$$

$$\begin{cases} x_1 - 1 = 74 \\ x_2 - 1 = 38 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 - 1 = 38 \\ x_2 - 1 = 74 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 75 \\ x_2 = 39 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x_1 = 39 \\ x_2 = 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 1 = 74 + 1 \\ x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 + 1 = 38 + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_1 + 1)(x_2 + 1) = 75 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) = 39 \end{cases}$$

$$\text{Если } x_1 - 1 = 39$$

$$x_1 = 40$$

$$x_2 = 2$$

$$\text{Если } x_1 - 1 = 13$$

$$x_1 = 14$$

$$x_2 = 41$$

$$\text{Если } x_1 - 1 = 3$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 40$$

$$\text{Если } x_1 - 1 = 1$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 40$$

$$\text{Ответ: в) } 4 \text{ и } 14$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.



3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

