

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 450

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

□ - 0 , 8

Blank

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

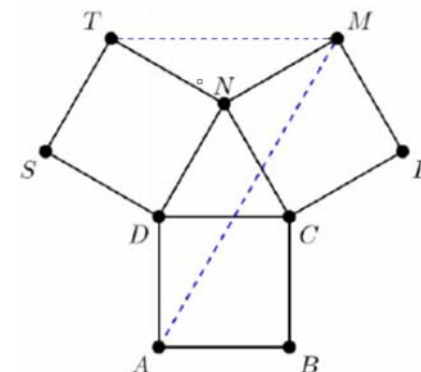
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

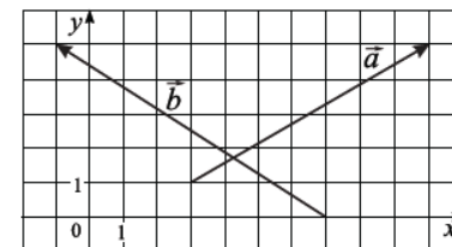
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1.** Три равных квадрата образуют фигуру, изображенную на рисунке. Найдите угол АМТ. Ответ дайте в градусах.



Ответ:

- 2.** На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите их скалярное произведение



Ответ:

- 3.** В стеклянный сосуд, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, с основанием 20 см х 20 см и высотой 30 см налита вода до высоты 15 см. В сосуд бросили 5 цельнометаллических кубиков с ребром 4 см. На сколько повысился уровень воды? Ответ выразите в см.

Ответ:

4. На прилавке случайным образом расставлены тарелки — все попарно разных цветов, среди этих тарелок есть тарелки синего, зелёного и белого цветов. Какова вероятность того, что тарелка белого цвета поставлена после тарелки синего цвета и перед тарелкой зелёного цвета? Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. Миша коллекционирует наклейки, которые находятся под обёрткой каждой шоколадки «Спорт». Всего в коллекции 5 разных наклеек, и они равномерно распределены, то есть в каждой очередной шоколадке может с равными вероятностями оказаться любая из 5 наклеек. У Миши уже есть 2 разные наклейки из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей наклейки Мише придётся купить не более трёх шоколадок «Спорт»?

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\log_5^2 x = \frac{2}{\log_x 5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $7\sqrt{2} - \frac{2}{(\sqrt{10} - \sqrt[4]{98})(\sqrt{10} + \sqrt[4]{98})}$

Ответ: _____.

8. Найдите абсциссы всех точек графика функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{x^2 - 16}{x - 4}$, касательные в которых параллельны прямой $y = 15x$ или совпадают с ней. В ответе укажите большее из полученных значений.

Ответ: _____.

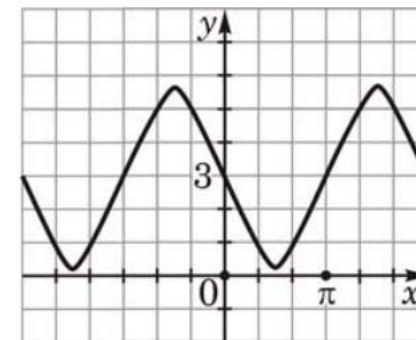
9. Некоторая компания производит в месяц q единиц продукции, которую продает по цене $p = 300$ руб. за единицу, затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 100$ руб., дополнительные расходы предприятия $f = 800000$ руб. в месяц. Месячная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная прибыль предприятия будет не менее 700 000 руб.

Ответ: _____.

10. Магазин выставил на продажу товар с наценкой 40% от закупочной цены (стоимости единицы товара). После продажи 0,75 всего товара магазин снизил назначенную цену на 80% и распродал оставшийся товар. Сколько процентов от закупочной стоимости товара составила прибыль магазина?

Ответ: _____.

11. Периодическая функция $y = f(x)$ определена для всех действительных чисел. Ее период равен 2π . Фрагмент графика функции изображен на рисунке. Найдите значение выражения $f\left(-\frac{13\pi}{3}\right) \cdot (f(4\pi) + f(5\pi))$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 5x + 14$ на отрезке $[-5; 4]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos 2x - 1}{\sqrt{\cos x}} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{5\pi}{4}\right]$

14. В правильной треугольной призме точка М лежит на высоте основания BD, причем $BM : MD = 3 : 1$, точка N лежит на диагонали CB_1 боковой грани CC_1B_1B . Прямые AN и A_1M пересекаются.

А) Докажите, что $CN : NB_1 = 2 : 3$

Б) Найдите расстояние от точки М до плоскости ACN, если сторона основания призмы равна 5, а высота равна 10.

15. Решите неравенство: $\frac{\log_{2^{x+10}} 24}{\log_{2^{x+10}} (x^2 - 16)} \geq \frac{\log_2 (x^2 + 11x + 24)}{\log_2 (x^2 - 16)}$

16. Для покупки автомашины Сергей скопил 2 780 000 рублей, поэтому недостающую сумму он взял в банке в кредит под 25% годовых на три года. Выплачивать кредит он должен аннуитетными платежами (заёмщик каждый год выплачивает одну и ту же сумму, основная часть аннуитетного платежа — проценты, остальные — долг). Сколько процентов от стоимости машины Сергею не хватало на её приобретение, если известно, что он переплатил по кредиту 655 000 рублей?

17. Окружности с центрами O_1 и O_2 разных радиусов пересекаются в точках А и В. Хорда AC большей окружности пересекает меньшую окружность в точке М и делится этой точкой пополам

А) Докажите, что проекция отрезка O_1O_2 на прямую AC в четыре раза меньше AC

Б) Найдите O_1O_2 , если известно, что радиусы окружностей равны 10 и 15, а $AC=24$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любая прямая, перпендикулярная оси ординат, имеет нечетное число общих точек с графиком функции

$$y = (2a - 3)x + (x - a) \cdot x + 3$$

19. В шахматном турнире участвовали команды трех школ (по одной команде на каждую школу). Все команды имели одинаковое число игроков. При встрече двух команд каждый участник команды сыграл одну партию с членом команды соперников. За выигрыш партии команде присуждалось 2 очка, за ничью - одно очко, за проигрыш - 0 очков. Победительница встречи двух команд определялась по сумме набранных очков. После проведения всех трех встреч набранные каждой командой очки суммировались, и определялась команда-победительница турнира.

А) Могла ли команда, победившая каждую команду соперников, занять последнее место по итогам турнира?

Б) Могла ли команда, победившая каждую команду соперников, не стать победителем турнира?

В) Первая команда, играя со второй командой, 2 партии проиграла и 3 партии свела вничью, а играя с третьей командой, 2 партии проиграла и 2 свела вничью. Вторая команда, играя с третьей командой, 2 партии проиграла и 4 свела вничью. Все команды набрали разное количество очков. Какое наименьшее число игроков могло быть в каждой команде и как в этом случае распределились места по итогам турнира?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.