

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 7 заданий повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

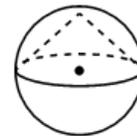
Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

1. Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите  $AB$ , если  $AF = 24$ ,  $BF = 32$ .  
Ответ \_\_\_\_\_
2. Даны векторы;  $a(1; 2)$ ,  $b(-3; 6)$ ,  $c(4; -2)$ . Найдите длину вектора:  $a-b+c$   
Ответ \_\_\_\_\_
3. Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен  $32\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса.



Ответ \_\_\_\_\_

4. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 4. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска?

Ответ \_\_\_\_\_

5. Правильную игральную кость бросили один или несколько раз. Известно, что сумма всех выпавших очков оказалась равна 4. Найдите вероятность того, что было сделано ровно три броска. Ответ округлите до сотых.

Ответ \_\_\_\_\_

6. Решить уравнение:

$$\frac{\sqrt{x^2 - 25} - 12}{\sqrt{-3x}} = 0.$$

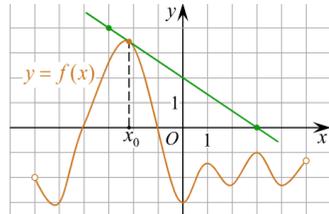
Ответ \_\_\_\_\_

7. Найдите значение выражения:

$$\frac{6 \cos^2 34^\circ - 3}{\cos 169^\circ \cdot \cos 79^\circ}.$$

Ответ \_\_\_\_\_

8. На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 6f(x) - 3x$  в точке  $x_0$ .



Ответ \_\_\_\_\_

Ответ \_\_\_\_\_

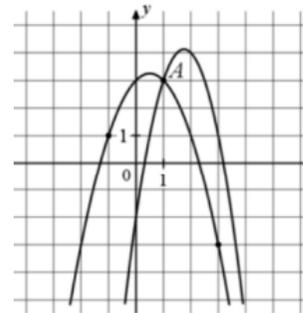
9. Водолазный колокол, содержащий  $\nu=2$  моля воздуха при давлении  $p_1=1,75$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha=13,3$  Дж моль·К — постоянная,  $T=300$  К — температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм.) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15 960 Дж.

Ответ \_\_\_\_\_

10. Байдарка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч

Ответ \_\_\_\_\_

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = -2x^2 + 7x - 2$ ; , и  $g(x) = ax^2 + bx + c$ , которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ \_\_\_\_\_

12. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 12 \sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6 \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Ответ \_\_\_\_\_

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\sqrt{2} \sin 2x \cdot \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin \frac{3\pi}{4}$$

:

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку:

$$[-3\pi; 5\pi]$$

14. Точка  $O$  — точка пересечения диагоналей грани  $CDD_1C_1$  куба  $ABCD A_1B_1C_1D_1$ . Плоскость  $DA_1C_1$  пересекает диагональ  $BD_1$  в точке  $F$ .

А) Докажите, что  $BF/FD_1 = A_1F/FO$

Б) Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $AB$  и  $AA_1$ , соответственно. Найдите угол между прямой  $MN$  и плоскостью  $DA_1C_1$ .

15. Решить неравенство:

$$\log_{1-\log_3 x} (1 + \log_x^2 3) \leq 1$$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года ( $r$  — целое число);

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;

— в июле 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 годов долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года;

— в июле 2030 года долг должен составлять 200 тыс. руб.;

— в июле 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года долг должен быть полностью погашен.

Найдите  $r$ , если общая сумма выплат по кредиту составила 1480 тыс. руб.

17. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известны стороны и диагональ:  $AB = 3$ ,  $BC = CD = 5$ ,  $AD = 8$ ,  $AC = 7$ .

а) Докажите, что вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность.

б) Найдите  $BD$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых

$$(|x+2| + |x-a|)^2 - 4(|x+2| + |x-a|) + 3a(4-3a) = 0$$

Уравнение имеет ровно два решения.

19. Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

а) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 16 см на части по 1 см?

б) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 100 см на части по 1 см?

в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

## МАТЕМАТИКА ЕГЭ ПРОФИЛЬ – 2024

1	40
2	10
3	64
4	0,5
5	0,05
6	-13
7	-6
8	-7
9	7
10	7
11	-17
12	12
13	А) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ Б) $-\frac{9\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}$
14	б) $\arctg \sqrt{2}$ .
15	$\left(0; \frac{1}{3}\right]; (1; 3)$
16	20
17	$55/7$
18	$a < \frac{1}{2}; a > 1$ .
19	а) да, может; б) нет, не может; в) за 9 ходов.