Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2023

Отборочный этап. 8 класс

Задача 1 / 1. Три пловца соревнуются в плавании вольным стилем в бассейне с тремя одинаковыми дорожками длиной l. Все они стартуют одновременно с одного края бассейна, проплывают дорожку и возвращаются назад к стартовой точке, двигаясь при этом каждый со своей постоянной скоростью. Этот цикл повторяется всё соревнование. Выяснилось, что когда первый и второй пловец оказались одновременно в стартовой точке в некоторый момент времени t_1, второй пловец возвращался на старт на $k_1 = 1$ раз больше, чем первый. Когда второй и третий пловец оказались в точке старта в некоторый момент времени t_2, оказалось, что третий пловец возвращался на старт на $k_2 = 2$ раз больше, чем второй. Найдите отношение времени встречи второго и третьего пловца на стартовой точке t_2 к времени встречи первого и второго пловца на стартовой точке t_1, если известно, что разница между скоростями первого и второго пловца составила 1 км/ч, а второго и третьего — 1,5 км/ч. Ответ округлите до десятых.

Возможное решение

Пусть к моменту времени t_1 первый пловец возвращался к стартовой точке ровно k раз. Тогда для него верно, что:

$$v_1 t_1 = k \cdot 2l.$$

Для второго пловца при встрече с первым верно, что:

$$v_2 t_1 = 2(k + k_1)l.$$

Вычитая первое уравнение из второго, находим, что:

$$(v_2 - v_1)t_1 = 2lk_1 = 2l.$$

Для встречи другой пары пловцов имеем для второго пловца: $v_2 t_2 = k' \cdot 2l$, а для третьего: $v_3 t_2 = 2(k' + k_2) \cdot l$. Вычитая первое уравнение из второго, находим, что

$$(v_3 - v_2)t_2 = 2lk_2 = 4l.$$

Теперь можно найти искомое отношение t_2 к t_1:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{2(v_2 - v_1)}{v_3 - v_2} \approx 1{,}3.$$

Ответ:

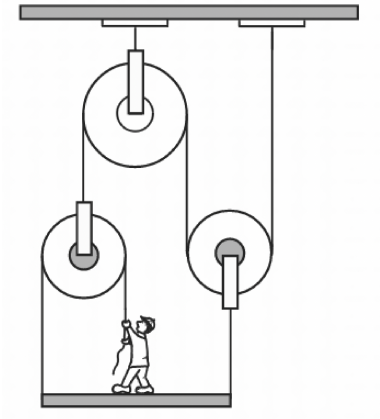
$$\frac{t_2}{t_1} \approx 1{,}3.$$

Задача 1 / 2. Три пловца соревнуются в плавании вольным стилем в бассейне с тремя одинаковыми дорожками длиной l. Все они стартуют одновременно с одного края бассейна, проплывают дорожку и возвращаются назад к стартовой точке, двигаясь при этом каждый со своей постоянной скоростью. Этот цикл повторяется все соревнование. Выяснилось, что когда первый и второй пловец оказались одновременно в стартовой точке в некоторый момент времени t_1, второй пловец возвращался на старт на $k_1 = 1$ раз больше, чем первый. Когда второй и третий пловец оказались в точке старта в некоторый момент времени t_2, оказалось, что третий пловец возвращался на старт на $k_2 = 3$ раз больше, чем второй. Найдите отношение времени встречи второго и третьего пловца на стартовой точке t_2 к времени встречи первого и второго пловца на стартовой точке t_1, если известно, что разница между скоростями первого и второго пловца составила 0,5 км/ч, а второго и третьего — 1 км/ч. Ответ округлите до десятых.

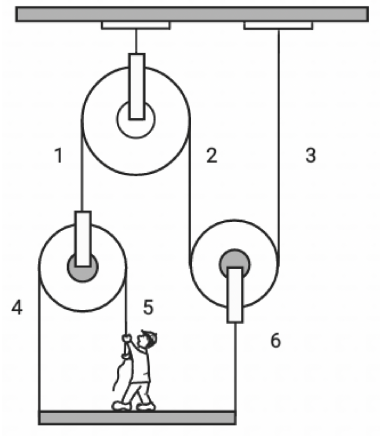
Ответ:

$$\frac{t_2}{t_1} \approx 1{,}5.$$

Задача 2 / 1. Человек стоит на платформе и тянет веревку с такой силой, чтобы система блоков не двигалась. Для этого он прикладывает силу, равную 200 Н. Найдите массу платформы, если масса человека равна 80 кг. Считается, что все блоки невесомы, ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Трением между блоками и нитью пренебречь.



Возможное решение



Сила F_5, с которой тянет веревку человек, равна силе натяжения веревки, перекинутой с другой стороны того же блока F_4:

$$F_5 = F_4.$$

Сила натяжения веревки F_1, на которой весит этот блок, равна удвоенной силе, которую прикладывает человек. Таким же образом:

$$F_2 = F_1 = 2F_4.$$

В то же время, вследствие равновесия подвижного блока, силы натяжения веревок 2 и 6 связаны соотношением:

$$F_6 = 2F_2.$$

Вес платформы и человека уравновешивается:

$$F_4 + F_5 + F_6 = 6F_5 = (m + M)g,$$

где M – масса платформы, m – масса человека. Отсюда масса платформы

$$M = \frac{6F_5}{g} - m = 40 \text{ кг}.$$

Ответ:

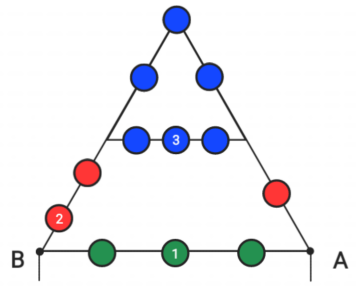
$$M = \frac{6F_5}{g} - m = 40 \text{ кг}.$$

Задача 2 / 2. Человек стоит на платформе и тянет веревку с такой силой, чтобы система блоков не двигалась. Для этого он прикладывает силу, равную 150 Н. Найдите массу человека, если масса платформы равна 35 кг. Считается, что все блоки и нить невесомы, ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Трением между блоками и нитью пренебречь.

Ответ:

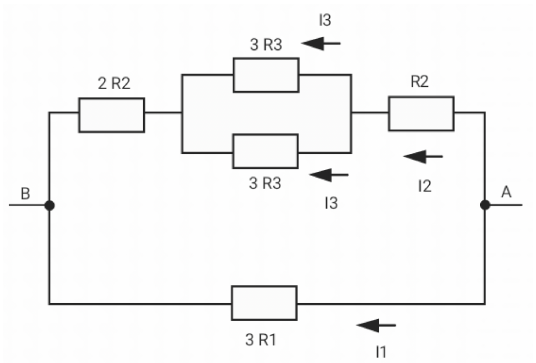
$$m = 55 \text{ кг}.$$

Задача 3. Новогодняя гирлянда сделана из соединительных проводов и лампочек накаливания, и она подключена к источнику постоянного тока к точкам A и B, как показано на рисунке. Лампочки разных цветов имеют разное сопротивление. Найдите отношение напряжений на лампочках 1 и 3, если напряжения на лампочках 2 и 3 равны. Ответ округлите до целых.



Возможное решение

Перерисуем схему, как показано на рисунке ниже, обозначая лампочки, как резисторы R_1, R_2 и R_3:



Нижний и верхний участки цепи соединены последовательно. Напишем для них равенство напряжений:

$$3I_1R_1 = I_2(3R_2 + \frac{3}{2}R_3),$$

$$I_1R_1 = I_2(R_2 + \frac{1}{2}R_3).$$

Из условия равенства напряжений на лампочках:

$$I_2R_2 = I_3R_3.$$

В верхней части цепи у параллельно подключенных резисторов одинаковое сопротивление, соответственно, через них протекает одинаковый ток, суммарно равный I_2. Отсюда получаем соотношение для резисторов R_3 и R_2:

$$R_3 = 2R_2.$$

Подставляя сопротивление R_3 в первое уравнение, получаем связь напряжений на лампочках 1 и 2:

$$I_1R_1 = 2I_2R_2$$

Отсюда получаем отношение напряжений на лампочках 1 и 3:

$$\frac{U_1}{U_3} = \frac{I_1R_1}{I_3R_3} = \frac{2I_2R_2}{I_3R_3} = 2.$$

Ответ:

$$\frac{U_1}{U_3} = \frac{I_1R_1}{I_3R_3} = \frac{2I_2R_2}{I_3R_3} = 2.$$

Задача 4 / 1. Саша выходит из института и едет по направлению к общежитию с некоторой постоянной скоростью. Одновременно с Сашей из общежития выходит Вероника и едет в институт тоже с постоянной скоростью. Саша и Вероника встречаются возле стадиона, приветствуют друг друга и едут дальше по намеченным маршрутам, причем после встречи время пути Саши до общежития в 2 раза меньше, чем у Вероники до института. После прибытия в свои конечные пункты и Саша, и Вероника немедленно разворачиваются и возвращаются обратно с такими же скоростями: Вероника вернулась от института к общежитию, а Саша от общежития к институту. Найти отношение общего времени движения Саши к времени движения Вероники. Ответ округлите до десятых.

Возможное решение

Обозначим скорость Саши за v_1, а скорость Вероники за v_2. Время, затраченное на путь до встречи возле стадиона, для Саши — t_1, для Вероники — t_2. Время после встречи до достижения конечного пункта — t_1' для Саши и $t_2' = 2t_1'$ для Вероники. Путь от института до стадиона обозначим за x_1, от стадиона до общежития — x_2, тогда $X = x_1 + x_2$ — расстояние от общежития до института. Общее время Саши до возвращения в исходный пункт — T_1, Вероники – T_2.

Запишем систему уравнений для движения Саши и Вероники до встречи:

$$\begin{cases} x_1 = v_1 t_1, \\ x_2 = v_2 t_2. \end{cases}$$

Запишем систему уравнений для движения Саши и Вероники после встречи:

$$\begin{cases} x_1 = v_2 t_2', \\ x_2 = v_1 t_1'. \end{cases}$$

Подставляя x_1, x_2 из второй системы в первую, получим:

$$\begin{cases} v_1 t_1 = v_2 t_2' \\ v_2 t_2 = v_1 t_1' \end{cases} \quad \Rightarrow \quad t_1 t_2 = t_1' t_2'.$$

Поскольку $t_2' = 2t_1',\ t_1 = t_2$, получим:

$$t_1^2 = 2t_1'^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{t_1}{t_1'} = \sqrt{2}.$$

Выражая v_1 из второй системы уравнений и подставляя в первую, получим:

$$x_1 = \frac{x_2}{t_1'} t_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{t_1}{t_1'} = \sqrt{2}.$$

Выразим отношение x_1 к x_2 иначе из первой системы уравнений:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Поскольку $2X = T_2 v_2$ и $2X = T_1 v_1$, получим:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7.$$

Ответ:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7.$$

Задача 4 / 2. Саша выходит из института и едет по направлению к общежитию с некоторой постоянной скоростью. Одновременно с Сашей из общежития выходит Вероника и едет в институт тоже с постоянной скоростью. Саша и Вероника встречаются возле стадиона, приветствуют друг друга и едут дальше по намеченным маршрутам, причем после встречи время пути Саши до общежития в 3 раза меньше, чем у Вероники до института. После прибытия в свои конечные пункты и Саша, и Вероника немедленно разворачиваются и возвращаются обратно с такими же скоростями: Вероника вернулась от института к общежитию, а Саша от общежития к институту. Найти отношение общего времени движения Саши к времени движения Вероники. Ответ округлите до десятых.

Ответ:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}6.$$

Задача 5. Два абсолютно одинаковых кубических бруска, соединенных очень тонким невесомым стержнем, плавают в сосуде, в котором находятся две несмешивающиеся жидкости с разными плотностями $\rho_1 < \rho_2$, как показано на рисунке 1. Сосуд встряхнули, так что бруски изменили положение и установились в равновесии, как показано на рисунке 2. После установления равновесия некоторая доля объема каждого из брусков оказалась погружена в жидкость с плотностью ρ_2. Найдите значение этой доли объема брусков. Ответ выразите в виде десятичной дроби и округлите до десятых.

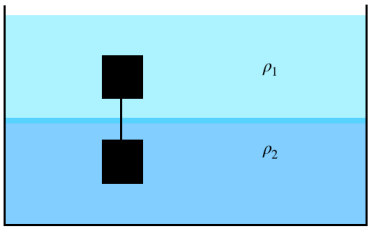


Рис. 1

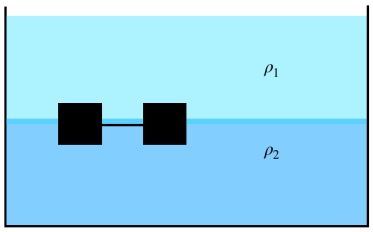


Рис. 2

Возможное решение

В начальном положении сумма сил, действующих на систему, равна нулю:

$$V\rho_1 g + V\rho_2 g = 2mg,$$

где V – объем бруска. В конечном положении сумма сил также равна нулю:

$$2\alpha V\rho_2 g + 2(1-\alpha)V\rho_1 g = 2mg,$$

где α – искомая доля объема. Из этих уравнений имеем:

$$2\alpha V\rho_2 g + 2(1-\alpha)V\rho_1 g = V\rho_1 g + V\rho_2 g,$$

$$2\alpha\rho_2 + 2(1-\alpha)\rho_1 = \rho_1 + \rho_2,$$

$$(1-2\alpha)\rho_1 = \rho_2(1-2\alpha).$$

Ситуация, при которой плотности жидкостей различны, возможна только при условии:

$$1 - 2\alpha = 0.$$

Откуда следует, что

$$\alpha = 0{,}5.$$

Ответ:

$$\alpha = 0{,}5.$$