Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2023

Отборочный этап. 7 класс

Задача 1 / 1. Каждое утро заяц отправляется из своей норы к опушке леса. Следуя кратчайшим маршрутом, он всегда проходит мимо большого красивого камня, лежащего на полпути. Но сегодня, выбравшись из норы, заяц увидел красивых бабочек и стал гоняться за ними, меняя направление движения случайным образом. Спустя некоторое время, он заметил, что находится у знакомого большого красивого камня, и устремился оттуда к опушке леса по прямой. Оказалось, что на этот раз он потратил в 6 раз больше времени на дорогу от норы до опушки, чем обычно. На сколько метров его привычный кратчайший путь от норы до опушки леса меньше, чем путь, проделанный им сегодня? Известно, что расстояние от красивого камня до норы зайца составляет 50 метров, и вне зависимости от траектории величина скорости зайца остаётся постоянной.

Возможное решение

Пусть кратчайшее расстояние от норы до большого красивого камня равно S_1, а постоянная скорость, с которой передвигается заяц равна v. Тогда время, за которое заяц обычно проходит весь маршрут, следуя кратчайшим путём, равно:

$$t = \frac{2S_1}{v}.$$

Обозначив сегодняшний путь зайца от норы до камня как S_2 и учитывая, что в этот раз он потратил в 6 раз больше времени на дорогу от норы до опушки леса, чем обычно, получим:

$$S_1 + S_2 = v \cdot 6t.$$

Подставляя первое выражение во второе, выразим S_2 через S_1:

$$S_2 = 11S_1.$$

Учитывая, что по условию $S_1 = 50$ м, искомая разница путей ΔS есть:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 10S_1 = 10 \cdot 50 = 500 \text{ м}.$$

Ответ:

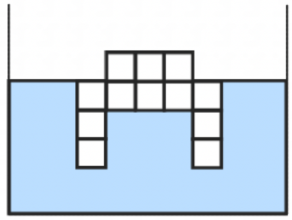
$$x = \Delta S = S_2 - S_1 = 500 \text{ м}.$$

Задача 1 / 2. Каждое утро заяц отправляется из своей норы к опушке леса. Следуя кратчайшим маршрутом, он всегда проходит мимо большого красивого камня, лежащего на полпути. Но сегодня, выбравшись из норы, заяц увидел красивых бабочек и стал гоняться за ними, меняя направление движения случайным образом. Спустя некоторое время, он заметил, что находится у знакомого большого красивого камня, и устремился оттуда к опушке леса по прямой. Оказалось, что на этот раз он потратил в 4 раза больше времени на дорогу от норы до опушки, чем обычно. На сколько метров его привычный кратчайший путь от норы до опушки леса меньше, чем путь, проделанный им сегодня? Известно, что расстояние от красивого камня до норы зайца составляет 70 метров, и вне зависимости от траектории величина скорости зайца остаётся постоянной.

Ответ:

$$x = \Delta S = S_2 - S_1 = 420 \text{ м}.$$

Задача 2 / 1. Тело, состоящее из двенадцати одинаковых деревянных блоков, плавает в жидкости. Найдите плотность жидкости, если плотность дерева $\rho = 570$ кг/м^3. В теле нет пустот. Ответ выразите в кг/м^3, округлив до целых.



Возможное решение

Тело находится в равновесии, таким образом сила Архимеда уравновешивает силу тяжести тела:

$$\rho_{\text{жидк}} V g = mg,$$

где V - объем погруженной части. Далее выразим объем погруженной части фигуры и всего тела через объем одного блока $\mathbb{V}$:

$$\rho_{\text{жидк}} 9\mathbb{V} = 12\mathbb{V}\rho.$$

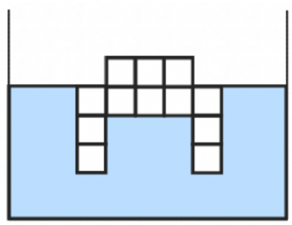
Отсюда получим искомую плотность жидкости:

$$\rho_{\text{жидк}} = \frac{4 \cdot 570\ \text{кг/м}^3}{3} = 760\ \text{кг/м}^3.$$

Ответ:

$$\rho_{\text{жидк}} = 760\ \text{кг/м}^3.$$

Задача 2 / 2. Тело, состоящее из двенадцати одинаковых деревянных блоков, плавает в жидкости. Найдите плотность жидкости, если плотность дерева $\rho = 600$ кг/м^3. В теле нет пустот. Ответ выразите в кг/м^3, округлив до целых.



Ответ:

$$\rho_{\text{жидк}} = 800\ \text{кг/м}^3.$$

Задача 3 / 1. Саша выходит из института и движется по направлению к общежитию с некоторой постоянной скоростью. Одновременно с Сашей, из общежития выходит Вероника и движется в институт с постоянной скоростью. Саша и Вероника встречаются возле стадиона, здороваются и идут дальше. После встречи Саша шёл до общежития 4 часа, а Вероника до института 1 час. Найдите отношение квадратов расстояний от института до стадиона и от стадиона до общежития. Ответ выразите в виде десятичной дроби и округлите до сотых.

Возможное решение

Обозначим скорость Саши за v_1, а скорость Вероники за v_2, время Саши до встречи — t_1, Вероники — t_2. Время после встречи до достижения конечного пункта — t_1' для Саши и t_2' для Вероники. Путь от института до стадиона обозначим за x_1, от стадиона до общежития — x_2.

Запишем систему уравнений для движения Саши и Вероники до встречи:

$$\begin{cases} x_1 = v_1 t_1, \\ x_2 = v_2 t_2. \end{cases}$$

Запишем систему уравнений для движения Саши и Вероники после встречи:

$$\begin{cases} x_1 = v_2 t_2', \\ x_2 = v_1 t_1'. \end{cases}$$

Подставляя x_1, x_2 из второй системы в первую, получим:

$$\begin{cases} v_1 t_1 = v_2 t_2', \\ v_2 t_2 = v_1 t_1'. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad t_1 t_2 = t_1' t_2'.$$

Учитывая, что $t_1 = t_2$, $t_1' = 4$ часа, $t_2' = 1$ час, получим:

$$t_1 = t_2 = 2 \text{ часа}.$$

Выражая v_1 из второй системы уравнений и подставляя в первую, получим искомое отношение расстояний:

$$x_1 = \frac{x_2}{t_1'} t_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{t_1}{t_1'} = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

Ответ:

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$$

Задача 3 / 2. Саша выходит из института и движется по направлению к общежитию с некоторой постоянной скоростью. Одновременно с Сашей, из общежития выходит Вероника и движется в институт с постоянной скоростью. Саша и Вероника встречаются возле стадиона, здороваются и идут дальше. После встречи Саша шёл до общежития 3 часа, а Вероника до института 2 часа. Найдите отношение квадратов расстояний от института до стадиона и от стадиона до общежития. Ответ выразите в виде десятичной дроби и округлите до сотых.

Ответ:

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} = \frac{2}{3} \approx 0{,}67.$$

Задача 4 / 1. Три пловца соревнуются в плавании вольным стилем в бассейне с тремя одинаковыми дорожками длиной l. Все они стартуют одновременно с одного края бассейна, проплывают дорожку и возвращаются назад к стартовой точке, двигаясь при этом каждый со своей постоянной скоростью. Этот цикл повторяется всё соревнование. Выяснилось, что когда первый и второй пловец оказались одновременно в стартовой точке в некоторый момент времени t_1, второй пловец возвращался на старт на $k_1 = 1$ раз больше, чем первый. Когда второй и третий пловец оказались в точке старта в некоторый момент времени t_2, оказалось, что третий пловец возвращался на старт на $k_2 = 2$ раз больше, чем второй. Найдите отношение времени встречи второго и третьего пловца на стартовой точке t_2 к времени встречи первого и второго пловца на стартовой точке t_1, если известно, что разница между скоростями первого и второго пловца составила 1 км/ч, а второго и третьего — 1,5 км/ч. Ответ округлите до десятых.

Возможное решение

Пусть к моменту времени t_1 первый пловец возвращался к стартовой точке ровно k раз. Тогда для него верно, что:

$$v_1 t_1 = k \cdot 2l.$$

Для второго пловца при встрече с первым верно, что:

$$v_2 t_1 = 2(k + k_1)l.$$

Вычитая первое уравнение из второго, находим, что:

$$(v_2 - v_1)t_1 = 2lk_1 = 2l.$$

Для встречи другой пары пловцов имеем для второго пловца: $v_2 t_2 = k' \cdot 2l$, а для третьего: $v_3 t_2 = 2(k' + k_2) \cdot l$. Вычитая первое уравнение из второго, находим, что

$$(v_3 - v_2)t_2 = 2lk_2 = 4l.$$

Теперь можно найти искомое отношение t_2 к t_1:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{2(v_2 - v_1)}{v_3 - v_2} \approx 1{,}3.$$

Ответ:

$$\frac{t_2}{t_1} \approx 1{,}3.$$

Задача 4 / 2. Три пловца соревнуются в плавании вольным стилем в бассейне с тремя одинаковыми дорожками длиной l. Все они стартуют одновременно с одного края бассейна, проплывают дорожку и возвращаются назад к стартовой точке, двигаясь при этом каждый со своей постоянной скоростью. Этот цикл повторяется всё соревнование. Выяснилось, что когда первый и второй пловец оказались одновременно в стартовой точке в некоторый момент времени t_1, второй пловец возвращался на старт на $k_1 = 1$ раз больше, чем первый. Когда второй и третий пловец оказались в точке старта в некоторый момент времени t_2, оказалось, что третий пловец возвращался на старт на $k_2 = 3$ раз больше, чем второй. Найдите отношение времени встречи второго и третьего пловца на стартовой точке t_2 к времени встречи первого и второго пловца на стартовой точке t_1, если известно, что разница между скоростями первого и второго пловца составила 0,5 км/ч, а второго и третьего — 1 км/ч. Ответ округлите до десятых.

Ответ:

$$\frac{t_2}{t_1} \approx 1{,}5.$$

Задача 5. Два абсолютно одинаковых кубических бруска, соединенных очень тонким невесомым стержнем, плавают в сосуде, в котором находятся две несмешивающиеся жидкости с разными плотностями $\rho_1 < \rho_2$, как показано на рисунке 1. Сосуд встряхнули, так что бруски изменили положение и установились в равновесии, как показано на рисунке 2. После установления равновесия некоторая доля объема каждого из брусков оказалась погружена в жидкость с плотностью ρ_2. Найдите значение этой доли объема брусков. Ответ выразите в виде десятичной дроби и округлите до десятых.

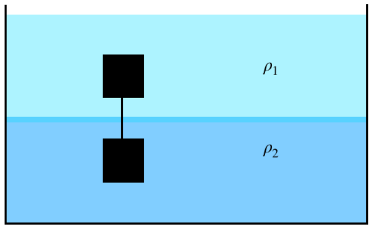


Рис. 1

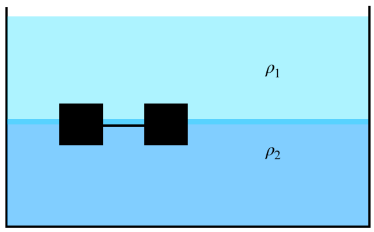


Рис. 2

Возможное решение

В начальном положении сумма сил, действующих на систему, равна нулю:

$$V\rho_1 g + V\rho_2 g = 2mg,$$

где V — объем бруска. В конечном положении сумма сил также равна нулю:

$$2\alpha V\rho_2 g + 2(1-\alpha)V\rho_1 g = 2mg,$$

где α — искомая доля объема. Из этих уравнений имеем:

$$2\alpha V\rho_2 g + 2(1-\alpha)V\rho_1 g = V\rho_1 g + V\rho_2 g,$$

$$2\alpha\rho_2 + 2(1-\alpha)\rho_1 = \rho_1 + \rho_2,$$

$$(1-2\alpha)\rho_1 = \rho_2(1-2\alpha).$$

Ситуация, при которой плотности жидкостей различны, возможна только при условии:

$$1 - 2\alpha = 0.$$

Откуда следует, что

$$\alpha = 0{,}5.$$

Ответ:

$$\alpha = 0{,}5.$$