



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

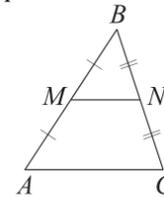
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

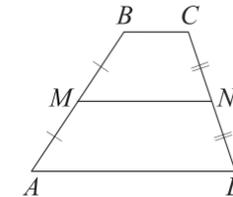
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

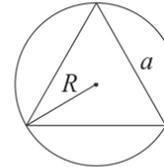


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

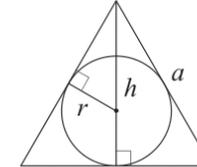


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

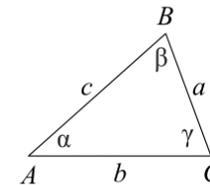
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



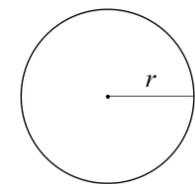
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



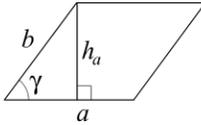
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур

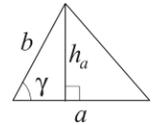
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

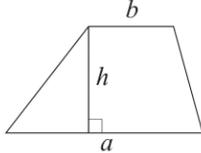
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

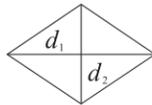
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

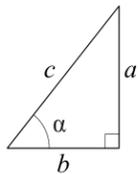
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

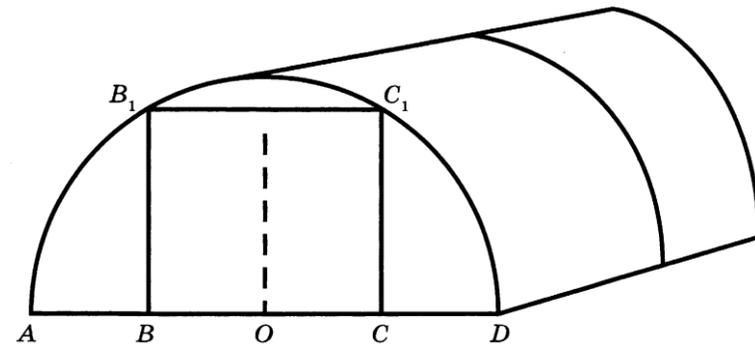
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Сергей Петрович решил построить на дачном участке теплицу длиной 4 м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Сергей Петрович заказал металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5 м каждая и покрытие для обтяжки.



Отдельно требуется купить плёнку для передней и задней стенок теплицы. В передней стенке планируется вход, показанный на рисунке прямоугольником BCC_1B_1 , где точки B, O и C делят отрезок AD на четыре равные части. Внутри теплицы Сергей Петрович планирует сделать три грядки по длине теплицы – одну центральную широкую грядку и две узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 40 см, для которых необходимо купить тротуарную плитку размером 20 см × 20 см.

1 Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 60 см?

Ответ: _____.

2 Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продаётся в упаковках по 6 штук?

Ответ: _____.

3 Найдите ширину теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.

Ответ: _____.

4 Найдите ширину центральной грядки, если она в два раза больше ширины узкой грядки. Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятков.

Ответ: _____.

5 Найдите высоту входа в теплицу. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\frac{1}{18} - \frac{1}{21}}$$

Ответ: _____.

7 Какое из данных чисел принадлежит промежутку $[6; 7]$?

- 1) $\sqrt{6}$
- 2) $\sqrt{7}$
- 3) $\sqrt{40}$
- 4) $\sqrt{51}$

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}$$

при $n = 64$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$$x^2 - 18 = 7x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.





10 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А)

Б)

В)

ФОРМУЛЫ

1) $y = 2x$ 2) $y = x + 2$ 3) $y = 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Центростремительное ускорение при движении по окружности (в $\text{м}/\text{с}^2$) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна 4 с^{-1} , а центростремительное ускорение равно $48 \text{ м}/\text{с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства $4x + 5 \geq 6x - 2$.

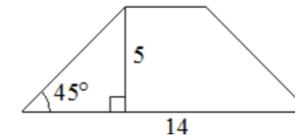
- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ:

14 При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $7,5 \text{ }^\circ\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 6 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $-8,7 \text{ }^\circ\text{C}$.

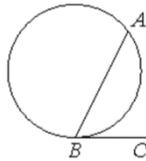
Ответ: _____.

15 В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



Ответ: _____.

- 16** На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 92° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



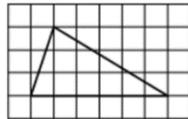
Ответ: _____.

- 17** Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: _____.

- 18** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 19** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все хорды одной окружности равны между собой.
- 2) Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника.
- 3) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20** Решите уравнение

$$x^4 = (x - 20)^2.$$

- 21** Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

- 22** Постройте график функции

$$y = |x|(x + 1) - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- 23** Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

- 24** Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

- 25** В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	8
2	14
3	3,2
4	120
5	Любое число от 135 до 145
6	126
7	3
8	8
9	9
10	0,35
11	213
12	3
13	2
14	-53,7
15	4
16	46
17	1600
18	9
19	3
20	-5; 4
21	13
22	-6,25; 12,25
23	60 и 120
24	■
25	$3\sqrt{13}; 6\sqrt{13}; 9\sqrt{5}$



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^4 = (x - 20)^2$.

$$(x^2)^2 - (x - 20)^2 = 0$$

$$(x^2 - (x - 20)) \cdot (x^2 + (x - 20)) = 0$$

$$x^2 - x + 20 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + x - 20 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 20 < 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 20 = 81$$

нет корней

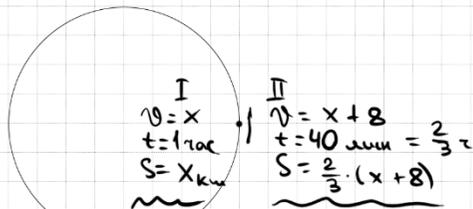
$$x = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -5$$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: -5; 4.

21 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.



$$S_{\text{II}} - S_{\text{I}} = 1$$

$$\frac{2}{3} \cdot (x + 8) - x = 1$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{16}{3} - x = 1$$

$$\frac{13}{3} = \frac{1}{3}x$$

$$x = 13$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 13

22 Постройте график функции $y = |x|(x + 1) - 6x$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

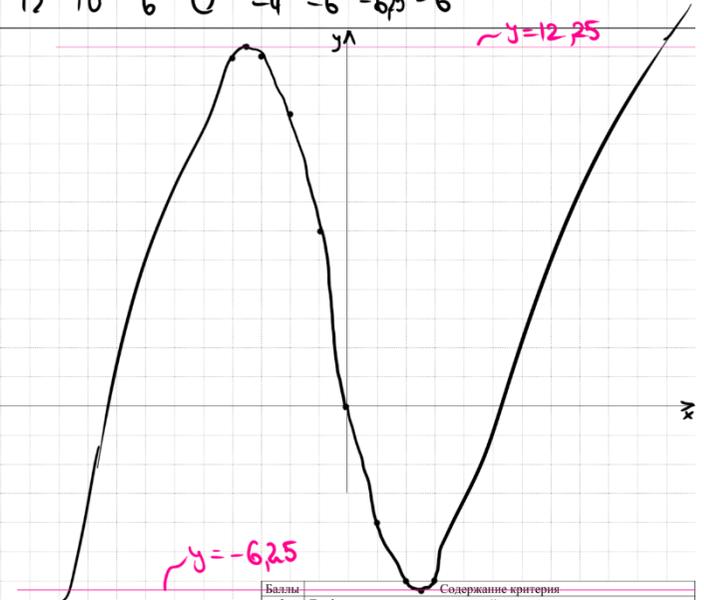
Раскроем модуль 2 способами:

① Если $x \geq 0$
 $y = x \cdot (x + 1) - 6x$
 $y = x^2 - 5x$
 $x_0 = \frac{5}{2} = 2,5$

② Если $x < 0$
 $y = -x \cdot (x + 1) - 6x$
 $y = -x^2 - 7x$
 $x_0 = -3,5$

$$y = \begin{cases} x^2 - 5x & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 7x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

x	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5	3
y	12	12,25	12	10	6	0	-4	-6	-6,25	-6



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

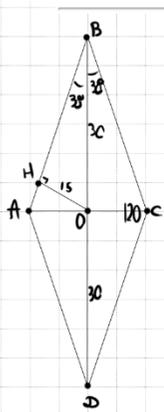
ОТВЕТ: -6,25; 12,25



23

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

D9E6CA



① Рассмотрим $\triangle OBN$:

$$ON = \frac{1}{2} OB$$

$$\Rightarrow \angle OBN = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B = 60 = \angle D$$

② $\angle C = 180 - 60 = 120 = \angle A$

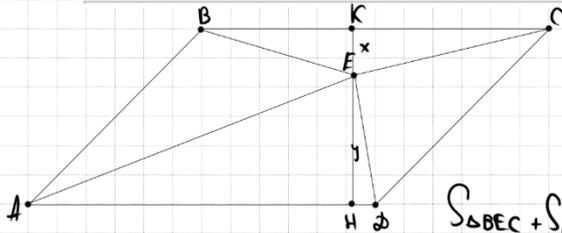
ОТВЕТ: 60, 60, 120, 120

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

BD4A4E



$$S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot x$$

$$S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot y = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot y$$

$$S_{ABCD} = BC \cdot (x+y)$$

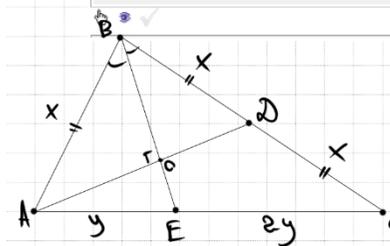
$$S_{\triangle BEC} + S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} BC \cdot x + \frac{1}{2} BC \cdot y = \frac{1}{2} BC \cdot (x+y)$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

B9CAAE



① $\triangle ABD$: BO - бисс. и бисс. $\Rightarrow \triangle ABD$ - равност.

② $\triangle ABC$: BE - бисс.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{CE}$$

③ $\begin{cases} BE = 12 \\ AD = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - y^2} = 12 \\ \sqrt{\frac{x^2}{2} + \frac{(2y)^2}{2}} = 12 \end{cases} \begin{matrix} |^{\wedge 2} \\ |^{\wedge 2} \end{matrix}$

$$\begin{cases} 2x^2 - 2y^2 = 144 \\ \frac{x^2}{2} + \frac{4y^2}{2} - \frac{x^2}{2} = 144 \end{cases}$$

$$2x^2 - 2y^2 = 144$$

$$3x^2 - 5y^2 = 144$$

$$y^2 = \frac{144}{10} = \frac{36}{2.5} \cdot 0.5$$

$$y = \frac{3\sqrt{5}}{2.5}$$

$$x = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$2x^2 - 2y^2 = 0.5x^2 + 4.5y^2 - x^2$$

$$2.5x^2 = 6.5y^2$$

$$x^2 = \frac{6.5}{2.5}y^2 = \frac{13}{5}y^2 = 2.6y^2$$

ОТВЕТ: $AC = 9\sqrt{5}$; $BC = 6\sqrt{3}$; $AB = 3\sqrt{3}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

