

## Задача 18

---

### Задание 1

Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества линеек равные части, имеющие целую длину.

- а) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 16 см на части по 1 см?
- б) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 100 см на части по 1 см?
- в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

Источник: ЕГЭ по математике 27.03.2023. Досрочная волна.

### Задание 2

У Пети есть монеты номиналом 1, 2, 5 и 10 рублей. Каждого вида монет у него по 100 штук. Цена пирожного в рублях выражается целым числом. Петя хочет купить пирожное без сдачи, но до покупки не знает сколько оно стоит.

- а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 100 рублей?
- б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 25 рублей?
- в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если известно, что пирожное стоит не более 100 рублей?

Источник: ЕГЭ по математике 27.03.2023. Досрочная волна.

### Задание 3

Трёхзначное натуральное число, в десятичной записи которого нет нулей, разделили на произведение его цифр.

- а) Может ли получившееся частное быть равным 5?
- б) Может ли получившееся частное быть равным 1?
- в) Какое наименьшее значение может принимать это частное?

Источник: ЕГЭ по математике 19.04.2023. Досрочная волна, резервный день.

### Задание 4

Каждое из четырёх подряд идущих натуральных чисел разделили на их первые цифры и результаты сложили в сумму  $S$ .

- а) Может ли быть  $S = 41\frac{11}{24}$ ?
- б) Может ли быть  $S = 569\frac{29}{72}$ ?
- в) Найдите наибольшее целое  $S$ , если все четыре числа лежат в отрезке от 400 до 999 включительно.

Источник: ЕГЭ по математике 28.03.2022. Досрочная волна.

## Задача 18

---

### Задание 5

По кругу расставлено  $N$  различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 425. Сумма любых четырёх идущих подряд чисел делится на 4, а сумма любых трёх идущих подряд чисел нечётна.

- Может ли  $N$  быть равным 280?
- Может ли  $N$  быть равным 149?
- Найдите наибольшее значение  $N$ .

Источник: ЕГЭ по математике 02.06.2022. Основная волна.

### Задание 6

На доске написано  $N$  различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 99. Для любых двух написанных на доске чисел  $a$  и  $b$ , таких, что  $a < b$ , ни одно из написанных чисел не делится на  $b - a$ , и ни одно из написанных чисел не является делителем числа  $b - a$ .

- Могли ли на доске быть написаны какие-то два числа из чисел 18, 19 и 20?
- Среди написанных на доске чисел есть 17. Может ли  $N$  быть равно 25?
- Найдите наибольшее значение  $N$ .

Источник: ЕГЭ по математике 02.06.2022. Основная волна.

### Задание 7

У ювелира есть 38 полудрагоценных камней, масса каждого из которых — целое число граммов, не меньше 100 (некоторые камни могут иметь равную массу). Эти камни распределили по трем кучам: в первой куче  $n_1$  камней, во второй —  $n_2$  камней, в третьей —  $n_3$  камней, причем  $n_1 < n_2 < n_3$ . Суммарная масса (в граммах) камней в первой куче равна  $S_1$ , во второй —  $S_2$ , а в третьей —  $S_3$ .

- Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ ?
- Может ли выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ , если масса любого камня не превосходит 108 граммов?
- Известно, что масса любого камня не превосходит  $k$  граммов. Найдите наименьшее целое значение  $k$ , для которого может выполняться неравенство  $S_1 > S_2 > S_3$ .

Источник: ЕГЭ по математике 27.06.2022. Основная волна, резервный день.

### Задание 8

На доске написано несколько различных натуральных чисел. Дробная часть среднего арифметического этих чисел равна 0,32 (то есть если вычесть из среднего арифметического этих чисел 0,32, то получится целое число).

- Могло ли на доске быть написано меньше 100 чисел?
- Могло ли на доске быть написано меньше 20 чисел?
- Найдите наименьшее возможное значение среднего арифметического этих чисел.

Источник: ЕГЭ по математике 27.06.2022. Основная волна, резервный день.

## Задача 18

---

### Задание 9

Даны три различных натуральных числа такие, что второе число равно сумме цифр первого, а третье — сумме цифр второго.

- а) Может ли сумма трех чисел быть равной 420?
- б) Может ли сумма трех чисел быть равной 419?
- в) Сколько существует троек чисел, таких что: первое число — трехзначное, а последнее равно 5?

### Задание 10

- а) Можно ли представить число  $\frac{1}{6}$  в виде суммы двух дробей, числители которых — единицы, а знаменатели — различные натуральные числа?
- б) Тот же вопрос для числа  $\frac{2}{7}$ .
- в) Какое наименьшее количество слагаемых указанного вида (дробей с числителями 1 и знаменателями — попарно различными натуральными числами) потребуется, чтобы представить число  $\frac{3}{7}$ ?

---

## Ответы

1. а) да, может; б) нет, не может; в) за 9 ходов.
2. а) да, может; б) нет, не может; в) 13 монет.
3. а) да; б) нет; в)  $\frac{37}{27}$ .
4. а) да; б) нет; в) 478.
5. а) нет, не может; б) нет, не может; в) 212.
6. а) нет, не могло; б) нет, не может; в) 33.
7. а) да; б) нет; в) 128.
8. а) да; б) нет; в) 13,32.
9. а) да, б) нет, в) 85.
10. а) да; б) да; в) 3.