

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №352

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

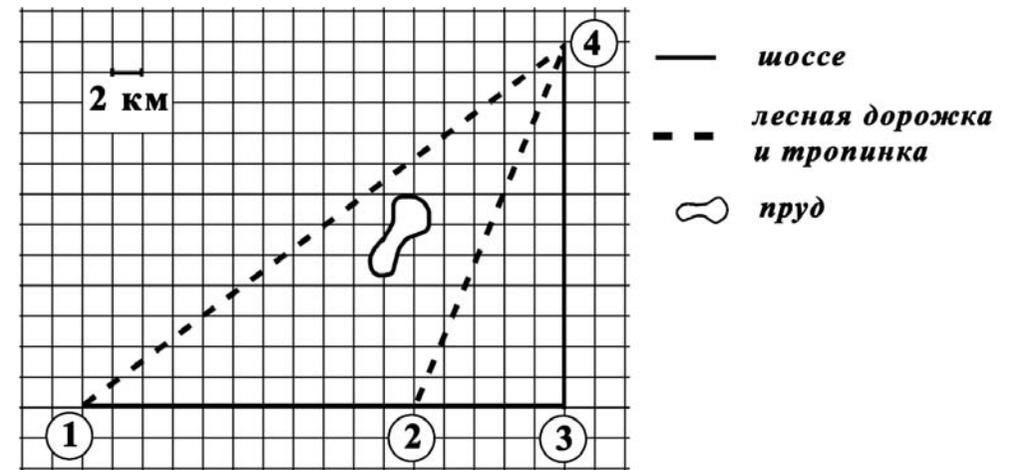
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображён план сельской местности. Сторона каждой клетки на плане соответствует 2 км.

Любовь Алексеевна каждый год отдыхает летом на даче в посёлке Ягодное. По средам она ездит на велосипеде в село Малиновка в магазин за продуктами.

Из посёлка Ягодное в село Малиновка можно проехать по прямой лесной дорожке.

Есть и более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Калиновка до деревни Рябиновка, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в село Малиновка.

Есть и третий маршрут: в деревне Калиновка можно свернуть на прямую тропинку в село Малиновка. Эта тропинка идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Любовь Алексеевна едет со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке – со скоростью 13 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённый пункт	с. Малиновка	д. Калиновка	п. Ягодное	д. Рябиновка
Цифры				

Ответ: _____.

2. Сколько километров проедет Любовь Алексеевна от Калиновки до Малиновки, если поедет по шоссе через Рябиновку?

Ответ: _____.

3. Какое расстояние (в км) от Ягодного до Малиновки по прямой.

Ответ: _____.

4. Сколько минут Любовь Алексеевна затратит на дорогу из Ягодного в Малиновку, если поедет сначала по шоссе, а затем свернёт в Калиновке на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ: _____.

5. В таблице (см. ниже) указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в посёлке Ягодном (Я), деревне Калиновке (К), деревне Рябиновке (Р) и селе Малиновке (М).

Любови Алексеевне надо купить 2 кг мяса, 500 г колбасы, 3 кг персиков. Определите, в каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего. В ответе запишите стоимость (в рублях) данного набора в этом магазине.

Наименование продукта	Я	К	Р	М
Сыр «Российский» (1 кг.)	370	280	320	360
Конфеты «Фонарики» (1 кг)	420	440	430	450
Колбаса «Сервелат» (1 кг)	600	640	610	630
Мясо (1 кг)	510	500	520	500
Персики (1 кг)	120	110	100	125

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{8}{5 \cdot 4}$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $a < 0$ и $b > 1$. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, 1.

1) $1 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

2) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 1$

3) $\frac{1}{a} < 1 < \frac{1}{b}$

4) $\frac{1}{b} < 1 < \frac{1}{a}$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4}$.

Ответ: _____.

9. Решите в вещественных числах уравнение:

$$2x + 2 + 3(x + 4) = -4(1 - x) + 3.$$

В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. В таблице (см. ниже) представлены результаты четырёх стрелков, показанные ими на тренировке. Тренер решил послать на соревнования того стрелка, у которого относительная частота попаданий выше. Кого из стрелков выберет тренер? В ответе запишите его номер.

Номер стрелка	Число выстрелов	Число попаданий
1	40	31
2	58	12
3	63	13
4	59	46

Ответ: _____.

11. Задайте формулой квадратичную функцию, если её график проходит через точки $A(a_x, a_y)$ и $B(b_x, b_y)$ и функция принимает значение y_0 в единственной точке. Установите соответствие между точками A, B , значением y_0 и формулой, задающей функцию.

А) $A(-2, 4), B(0, -2), y_0 = -4$ 1) $y = -4x^2 - 8x - 2$

Б) $A(-6, -98), B(10, -482), y_0 = 2$ 2) $y = -\frac{3}{4}x^2 + 6x - 7$

В) $A(-8, -103), B(6, 2), y_0 = 5$ 3) $y = 5x^2 - 10x + 3$

Г) $A(-3, 78), B(2, 3), y_0 = -2$ 4) $y = \frac{9}{2}x^2 + 6x - 2$

В ответе запишите последовательность четырёх цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Ответ: _____.

12. Длину биссектрисы треугольника, проведённой к стороне a , можно вычислить по

формуле $l_a = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$. Вычислите $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $b=1, c=3, l_a=1,2$.

Ответ: _____.

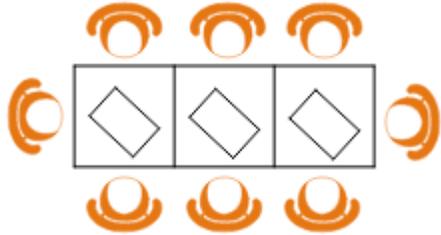
13. Решите в вещественных числах неравенство $\frac{-17}{x^2 - 2x - 24} \leq 0$.

1) $(-\infty, -4) \cup (6, +\infty)$ 2) $(-4, 6)$ 3) $(-\infty, -6) \cup (4, +\infty)$ 4) $(-6, 4)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображён случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 24 квадратных столика вдоль одной линии?



Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в 2 раза больше стороны AB и $\angle ACD = 74^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

16. Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $28\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

Ответ: _____.

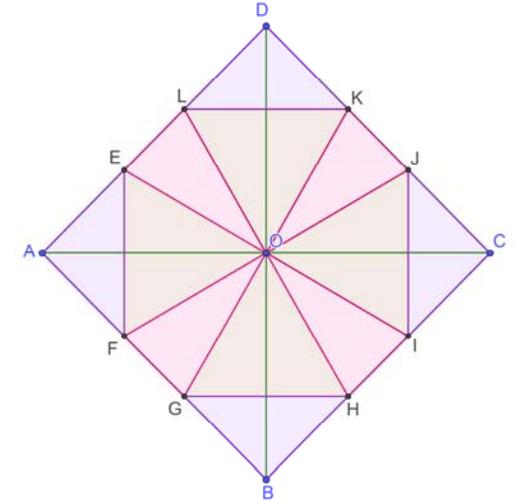
17. В декартовой системе координат на плоскости даны точки:

$$A(0, 0), B(6, 0), C(8, 6), D(2, 6).$$

Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

Ответ: _____.

18. Дан квадрат $ABCD$ с центром в точке O . На сторонах AB , BC , CD , DA квадрата $ABCD$ отмечены точки F и G , H и I , J и K , L и E соответственно таким образом, что EFO , GHO , IJO , KLO – равносторонние треугольники (см. рис.). Найдите площадь треугольника AFE , если известно, что площадь треугольника OHI равна 12.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Треугольника со сторонами 3, 4, 8 не существует.
- 2) Смежные углы равны.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{5})^2 + \sqrt{(4\sqrt{5} - 11)^2}$.

21. Рыболов проплыл на лодке от пристани некоторое расстояние вверх по течению реки, затем бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно через 6 часов от начала путешествия. На какое расстояние (в км) от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

22. Постройте график функции:

$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \geq -1 \\ -\frac{4}{x}, & \text{если } x < -1 \end{cases}.$$

Определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком функции ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

23. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CM этого треугольника.

24. В параллелограмме $ABCD$ точки E , F , K и M лежат на его сторонах AB , BC , CD , DA соответственно. Причём $AE = CK$, $CF = AM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.

25. В окружности ω с центром в точке O проведены две хорды AB и CD . Лучи AB и CD перпендикулярны и пересекаются в точке M , лежащей вне круга, ограниченного окружностью ω . При этом $AM = 36$, $BM = 6$, $CD = 4\sqrt{46}$. Найдите OM .

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №352

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

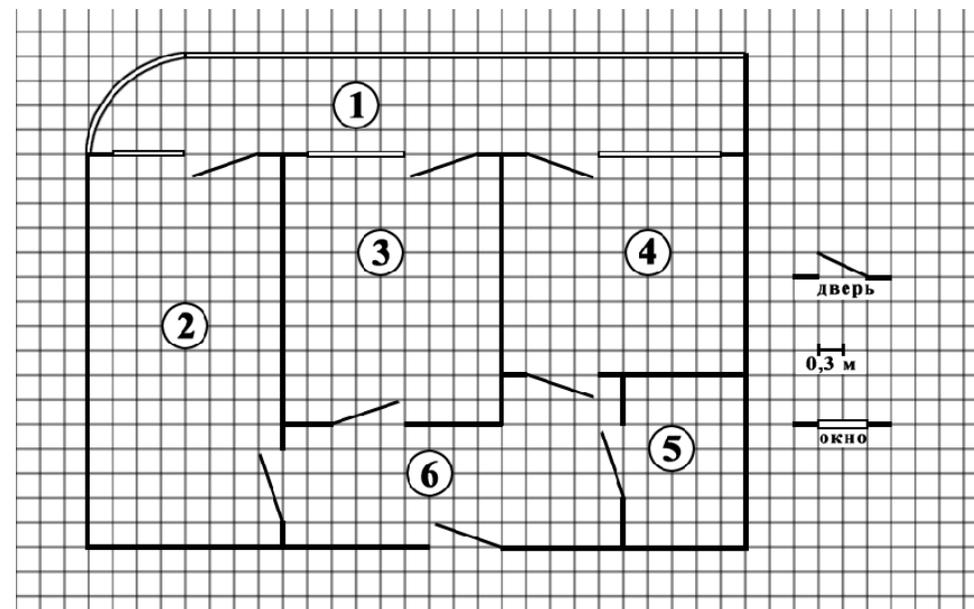
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображён план двухкомнатной квартиры с панорамной лоджией в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения окна и двери (и остекления лоджии), а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,3 м. Вход в квартиру находится в прихожей. Самое большое по площади помещение – гостиная. В спальне, гостиной и кухне есть двери и окна, выходящие на лоджию, но на кухне окно шире, чем в других комнатах. Остекление

лоджии со стороны гостиной закруглено. В квартире есть два помещения, в которых нет окон, — это прихожая и санузел.

1. Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность пяти цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Помещения	гостиная	кухня	санузел	спальня	прихожая
Цифры					

Ответ: _____.

2. Найдите радиус (в см) закругления остекления со стороны гостиной.

Ответ: _____.

3. Плитка для пола размером 15 см × 20 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плитки нужно купить, чтобы выложить пол кухни?

Ответ: _____.

4. На сколько процентов площадь кухни больше площади прихожей?

Ответ: _____.

5. В квартире планируется установить стиральную машину. Характеристики стиральных машин, условия подключения и доставки приведены в таблице (см. ниже). Планируется купить стиральную машину с вертикальной загрузкой, не превосходящую 85 см по высоте. Сколько рублей будет стоить наиболее дешёвый вариант вместе с подключением и доставкой?

Модель	Вместимость барабана (кг)	Тип загрузки	Стоимость машины (руб.)	Стоимость подключения (руб.)	Стоимость доставки (% от стоимости машины без доставки)	Габариты (высота × ширина × глубина) (см)
А	7	верт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Б	5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 40
В	5	фронт.	25 000	5 000	10	85 × 60 × 40
Г	6,5	фронт.	24 000	4 500	10	85 × 60 × 44
Д	6	фронт.	28 000	1 700	0	85 × 60 × 45
Е	6	верт.	27 600	2 300	0	89 × 60 × 40
Ж	6	верт.	27 585	1 900	10	89 × 60 × 40
З	6	фронт.	20 000	6 300	15	85 × 60 × 42
И	5	фронт.	27 000	1 800	0	85 × 60 × 40
К	5	верт.	27 000	1 800	0	85 × 60 × 40

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{4 \sin \alpha + \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 1$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – вещественные положительные числа. Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$\frac{(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}{abc}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{5}{2}$

2) 2

3) $\frac{3}{2}$

4) 1

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{a(a-1)\sqrt{a}-a(b-1)\sqrt{b}}{\sqrt{a^3b+ab+a^2-a}}$ при $a=37-20\sqrt{3}$ и $b=61-28\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 17 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}.$$

В ответе запишите значение выражения:

$$x_1 - 9y_1 + 3x_2 + 9y_2 + 10x_3 - y_3 + 9x_4 - 9y_4 - 6x_5 + 4y_5 + 7x_6 + 8y_6 + 10x_7 - 5y_7 + 2x_8 + 6y_8,$$

где $(x_i; y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i \leq x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. В классе имеется 19 учеников, получивших в течение года хотя бы одну двойку, 17 учеников, получивших не менее двух двоек, 13 учеников, получивших не менее 3 двоек, и 7 учеников, получивших не менее 4 двоек. Ни у кого нет более 4 двоек. Сколько всего двоек у учеников в этом классе?

Ответ: _____.

11. На множестве вещественных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Известно, что эта функция при любых вещественных значениях $x \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(x - f(y)) = 1 - x - y.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(7)$

Б) $f(1)$

В) $f(-1)$

1) $\frac{3}{2}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $-\frac{13}{2}$

Ответ: _____.

12. Среднее гармоническое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле

$$H = \left(\frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{3} \right)^{-1}.$$

Найдите среднее гармоническое чисел $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Дан полином $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$, удовлетворяющий соотношению $P(k) = 11k$ для всех $k \in \{1, 2, 3, 4\}$. Найдите c .

21. По кругу написаны 100 целых чисел. Каждое из чисел больше суммы двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди записанных?

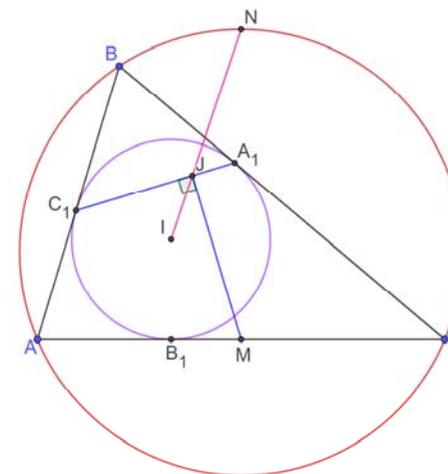
22. Найдите все вещественные значения параметров a и b , при каждом из которых найдутся два различных вещественных корня уравнения $x^3 - 5x^2 + 7x - a = 0$, которые будут также корнями уравнения $x^3 - 8x + b = 0$.

Модуль «Геометрия»

23. Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность ω треугольника ABC в точках B и L . Точка M – середина отрезка AC . На дуге ABC окружности ω выбрана точка E так, что $EM \parallel BL$. Прямые AB и BC пересекают прямую EL в точках P и Q соответственно. Найдите значение выражения $\frac{PE}{EQ}$.

24. Докажите, что если плоская фигура имеет ровно две оси симметрии, то эти оси перпендикулярны.

25. Дан остроугольный треугольник ABC , описанный около окружности ω с центром в точке I . Окружность ω касается отрезков AB и BC в точках C_1 и A_1 соответственно (см. рис.). Пусть M – середина AC , N – середина дуги ABC окружности ω_1 , описанной около треугольника ABC , а J – проекция точки M на прямую A_1C_1 . Найдите градусную меру угла IJN .



Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	4213	34	40	186	1645	0,4	2	300	-15	4	4123	0,8	1	50	53	56	36	12	13	20	9	$(0;1), [4;∞)$	5	-	29

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	24536	120	34	12,5	28800	-0,2	4	-2	19	56	321	0,2	2	10	1	2	6	30	3	-39	49	(2;3)	1	-	180