

Часть 1

Тренировочный вариант №350

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

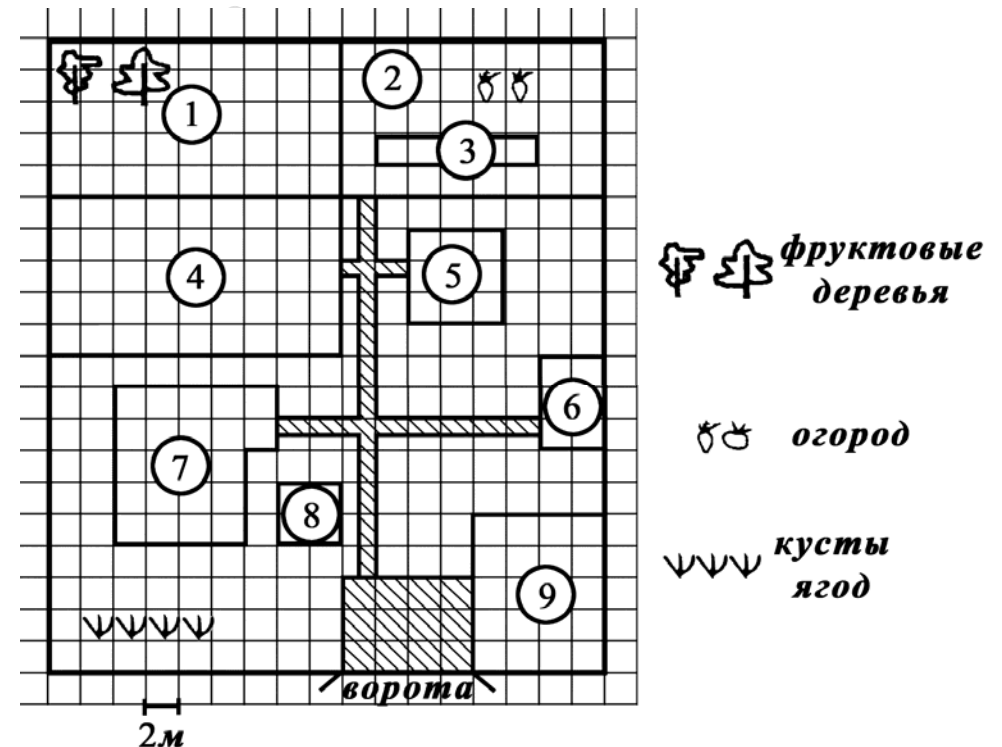
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане (см. рис. выше) изображено домохозяйство. Сторона каждой клетки на плане соответствует 2 м. Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится гараж, обозначенный цифрой 9, а слева в углу участка высажены кусты малины, крыжовники и смородины. Площадь, занятая гаражом, равна 80 м².

Перед жилым домом разбит цветник, обозначенный цифрой 8. В глубине территории за домом находится площадка для отдыха и занятий спортом, а напротив неё – гостевой домик, который обозначен на плане цифрой 5. Помимо гаража, жилого и гостевого домов, на участке имеются сад с фруктовыми деревьями и огород с теплицей, расположенные в задней части участка. Вдоль правой от входа границы участка недалеко от гаража находится сарай. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 50 см × 50 см. Такой же плиткой вымощена площадка за воротами. Остальная территория участка представляет собой газон.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	Гостевой домик	Сарай	Площадка	Жилой дом
Цифры				

Ответ: _____.

2. Найдите площадь (в м²), которую занимает сарай.

Ответ: _____.

3. Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку за воротами?

Ответ: _____.

4. Сколько процентов площади всего участка занимает сарай? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице (см. ниже).

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое отопление. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости покупки и установки газового и электрического оборудования? Результат округлите до целого числа.

Отопление	Газовое	Электрическое
Стоимость котла (тыс. руб.)	31	28
Установка (руб.)	18 250	15 626
Средний расход газа (м ³ /ч)	1,2	–
Средняя потребляемая мощность (кВт)	–	6,1
Стоимость газа (руб./м ³)	4,8	–
Стоимость электроэнергии (руб./кВт·ч)	–	4,4

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $-0,2(-10)^2 + 45$.

Ответ: _____.

7. Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a < b$?

1) $a - b > 5$

2) $a - b < -4$

3) $b - a < -4$

4) $b - a > -2$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите $f(2)$ если $f(x-4) = 68 - x$.

Ответ: _____.

9. Решите в вещественных числах уравнение:

$$x(x^2 + 4x + 4) = 3(x + 2).$$

В ответе запишите значение выражения $5x_1 + x_2 - 3x_3$, где x_i — корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно 2 раза.

Ответ: _____.

11. Дана функция $y = f(x) = -x^2 + px + q$. Установите соответствие между точками, через которые проходит график, и её наибольшим значением.

A) $(x, y) = (-1, -13), (3, -1)$

Б) $(x, y) = (3, -29), (6, -68)$

В) $(x, y) = (6, -23), (9, -62)$

Г) $(x, y) = (-1, 10), (9, -150)$

1) -4

2) 2

3) 19

4) $-\frac{3}{4}$

В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Ответ: _____.

12. В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100 \cdot n$, где n — число колец, установленных при рытье колодца. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец.

Ответ: _____.

13. Решите в вещественных числах неравенство $x^2 + 3x > 0$.

1) $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$

2) $(-3, 0)$

3) $[-3, 0]$

4) $(-\infty, -3] \cup [0, +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. Грузовик перевозит партию щебня массой 60 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 4 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за пятый день, если вся работа была выполнена за 8 дней.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 128^\circ$. Найдите угол BCA .

Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

16. Прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12 вписан в окружность. Чему равен радиус этой окружности?

Ответ: _____.

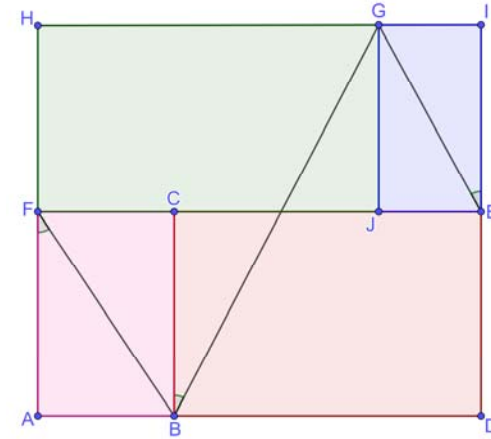
17. В декартовой системе координат на плоскости даны точки:

$$A(0, 0), B(3, 4), C(8, 0).$$

Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB .

Ответ: _____.

18. Даны прямоугольники $ADIH$, $JEIG$, $FJGH$, $ABCF$, $BDEC$ (см. рис.). Прямоугольники $JEIG$ и $FJGH$ подобны. Также подобны прямоугольники $ABCF$ и $BDEC$. Найдите сумму градусных мер углов BFA , GBC и IEG .



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.
- 2) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. При каких целых положительных значениях n выражение $\frac{2n^2 + 5n - 5}{n + 1}$ является целым числом?

21. Свежие фрукты содержат 93% воды, а высушенные — 16%. Сколько кг свежих фруктов требуется для приготовления 21 кг высушенных фруктов?

22. Постройте график функции:

$$y = x^2 - x + 3 - 3|x|.$$

Определите, при каких значениях a прямая $y = ax + 1$ имеет с графиком функции чётное количество общих точек.

Модуль «Геометрия»

23. Найдите площадь трапеции, диагонали которой равны 16 и 10, а средняя линия равна 5.

24. Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m : n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m : n$.

25. Медиана BM и биссектриса AP треугольника ABC пересекаются в точке K , длина стороны AC вдвое больше длины стороны AB . Найдите отношение площади четырёхугольника $KPCM$ к площади треугольника ABC .

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №350

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

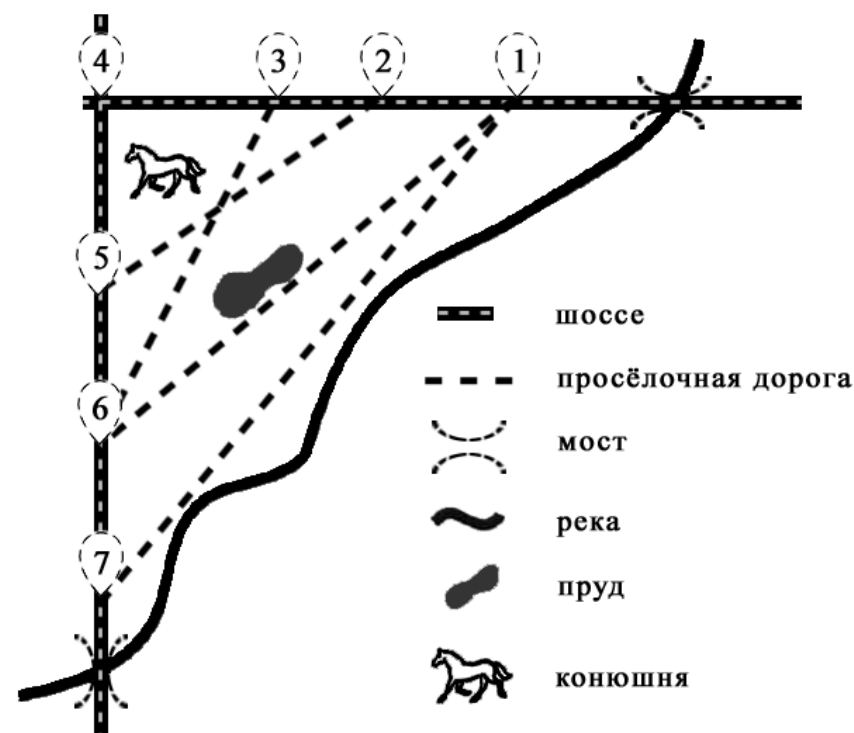
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновку (на плане изображена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню

на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге вдоль реки. Есть другой путь – по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорки, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово. Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники. По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам – со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки – 4 км, от Егорки до Ванютино – 12 км, от Горюново до Ванютино – 15 км, от Ванютино до Жилино – 9 км, а от Жилино до Богданово – 12 км.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Деревни	д. Богданово	д. Горюново	д. Доломино	д. Егорка
Цифры				

Ответ: _____.

2. Найдите расстояние (в км) от Антоновки до Богданово по прямой.

Ответ: _____.

3. Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут через Егорку и Жилино мимо конюшни?

Ответ: _____.

4. За какое наименьшее количество минут Таня с дедушкой могут добраться из Доломино в Горюново?

Ответ: _____.

5. На просёлочных дорогах машина дедушки расходует 8,2 литра бензина на 100 км. Известно, что на путь из Антоновки до Богданово через Ванютино и путь напрямик ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на шоссе?

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left((x-5y)^2-(x+5y)^2\right):(-20xy)$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c, d – вещественные положительные числа. Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$\frac{abcd}{a+b+c+d}\cdot\left(\frac{a^2+b^2+c^2}{a^5+b^5+c^5}+\frac{b^2+c^2+d^2}{b^5+c^5+d^5}+\frac{c^2+d^2+a^2}{c^5+d^5+a^5}+\frac{d^2+a^2+b^2}{d^5+a^5+b^5}\right).$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

- 1) $\frac{3}{4}$
- 2) 1
- 3) $\frac{5}{4}$
- 4) $\frac{3}{2}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{a^{\frac{7}{3}} - 2a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{2}{3}} + ab^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{5}{3}} - a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{1}{3}} - ab^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}}b} : a^{\frac{1}{3}}$ при $a = 26 - 15\sqrt{3}$ и

$$b = 170 + 78\sqrt{3}.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах систему уравнений:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ x^2y + xy^2 = -6 \end{cases}.$$

В ответе запишите значение выражения $-5x_1 + 7y_1 + 5x_2 + 5y_2$, где $(x_i; y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i \leq x_{i+1}$ и $y_i < y_{i+1}$, если $x_i = x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Сколько решений имеет уравнение $a + b + c = 100$ в целых положительных числах?

Ответ: _____.

11. На множестве вещественных чисел $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ задана функция $f(x)$.

Известно, что эта функция при любых вещественных значениях $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ и

$y \neq -\frac{1}{x}$ удовлетворяют уравнению:

$$f(f(x) + y) = \frac{x}{1 + xy}.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(9)$

Б) $f(2)$

В) $f(10)$

1) $\frac{1}{10}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{1}{9}$

Ответ: _____.

12. Длина биссектрисы l_c , проведенной к стороне c треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $l_c = \sqrt{ab \left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2} \right)}$. Треугольник имеет стороны 9, 18 и 21. Найдите длину биссектрисы, проведённой к стороне длины 21.

Ответ: _____.

13. Решите в вещественных числах неравенство (здесь $\sqrt[n]{\alpha}$ – арифметический корень n -й степени из α):

$$3\sqrt{(2x-3)^2} + \sqrt[6]{x^3 - x} + \sqrt[4]{x - x^2} - x^3 + 3x - 2 \geq 9 - 6x.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $x \in \emptyset$

2) $x \in \{0, 1\}$

3) $x \in (-\infty; +\infty)$

4) $x \in \{1\}$

Ответ: _____.

14. Мама договорилась с Димой, что в понедельник он будет учить испанские слова. За первое выученное слово она даст сыну 5 конфет, а за каждое следующее слово на 2 конфеты больше, чем за предыдущее. Сколько конфет Дима получит от мамы в понедельник, если он выучит 12 слов?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. На стороне BC треугольника ABC взята точка A_1 так, что $BA_1 : A_1C = 2 : 1$. Медиана CC_1 пересекает отрезок AA_1 в точке P . Найдите AP , если известно, что $AA_1 = 8$.

Ответ: _____.

16. В треугольнике ABC проведена высота AH , а из вершин B и C опущены перпендикуляры BB_1 и CC_1 на прямую, проходящую через точку A . Найдите значение выражения $\frac{AB \cdot HC_1}{AC \cdot HB_1}$.

Ответ: _____.

17. В четырехугольнике $ABCD$ стороны AB и CD равны, причём лучи AB и DC пересекаются в точке O . Прямая, соединяющая середины M и N диагоналей AC и BD соответственно, пересекает биссектрису угла AOD в точке P . Найдите синус угла OPM .

Ответ: _____.

18. Окружность с центром на основании AC равнобедренного треугольника ABC касается сторон AB и BC , а сторону AC делит на три равные части. Найдите радиус окружности, если площадь треугольника ABC равна $9\sqrt{2}$.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если две стороны треугольника равны 4 и 5, а угол между ними равен 30 градусов, то площадь этого треугольника равна 10.
- 2) Площадь многоугольника, описанного около окружности, равна произведению его периметра на радиус вписанной окружности.
- 3) Площадь трапеции не превосходит произведения средней линии на высоту.
- 4) Отношение площадей подобных фигур равно коэффициенту подобия.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в вещественных числах систему уравнений (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\begin{cases} \sqrt{x-16} + \sqrt{y-16} = 8 \\ \sqrt{y - \left(\frac{43}{17}\right)^2} + \sqrt{z - \left(\frac{43}{17}\right)^2} = 17 \\ \sqrt{x-9} + \sqrt{z-9} = 15 \end{cases}$$

21. Сергей выбрал два различных целых положительных числа a и b . Он записал в тетрадь четыре числа a , $a+2$, b , $b+2$. Затем он выписал на доску все шесть попарных произведений чисел из тетради. Какое наибольшее количество точных квадратов может быть среди чисел на доске?

22. Найдите все вещественные значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$x - 2 = \sqrt{2(a-1)x + 1}$$

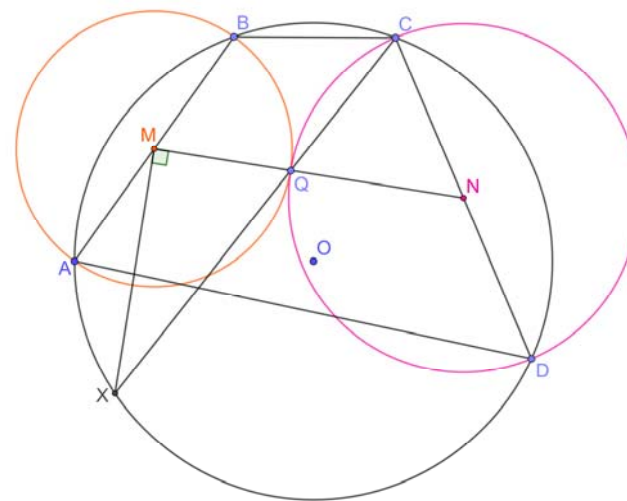
имеет ровно одно вещественное решение.

Модуль «Геометрия»

23. Дан правильный шестиугольник с центром O . Провели шесть равных окружностей с центрами в вершинах шестиугольника так, что точка O находится внутри окружностей. Угол величины 25° с вершиной O отсекает на этих окружностях шесть дуг. Найдите сумму градусных мер этих дуг.

24. Даны три прямые a , b , c . Пусть $T = S_a \circ S_b \circ S_c$. Докажите, что $T \circ T$ – параллельный перенос (здесь тождественное отображение – параллельный перенос на нулевой вектор).

25. В окружность ω с центром в точке O и радиусом 12 вписан четырёхугольник $ABCD$ (см. рис.). На отрезке AB как на диаметре построена окружность ω_1 с центром в точке M . На отрезке CD как на диаметре построена окружность ω_2 с центром в точке N . Окружности ω_1 и ω_2 касаются в точке Q . Через точку M провели прямую l , перпендикулярную прямой MN . Прямые l и CQ пересекаются в точке X . Найдите длину отрезка XO .



Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	5647	24	45	1,8	267	25	4	62	-20	0,375	4123	26500	1	8	26	6,5	2,5	90	13	1,3,7	252	см.ниже	48	-	9:20

№22: $(-\infty; 2\sqrt{2}-4) \cup (2\sqrt{2}-4; 2-2\sqrt{2}) \cup (2-2\sqrt{2}; +\infty)$

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	7632	29	54	27,6	5,8	1	2	7	36	4851	321	8	4	192	6	1	1	2	3	(25;41;130)	2	[3/4;∞)	150	-	12