



**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.
Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желааем успеха!

Справочные материалы

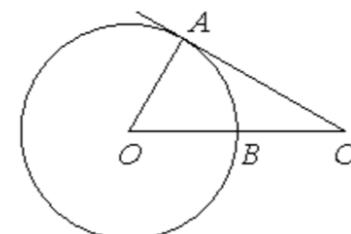
$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1

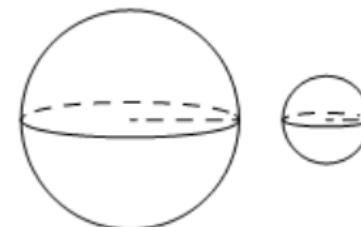
Угол ACO равен 27° , где O – центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2

Дано два шара. Радиус первого шара в 13 раз больше радиуса второго. Во сколько раз объём первого шара больше объёма второго?



Ответ: _____.

3

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Дании, 6 из Швеции, 4 из Норвегии и 7 из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Норвегии.

Ответ: _____.

4

В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

5

Найдите корень уравнения

$$\frac{2}{9}x = -3\frac{7}{9}.$$

Ответ: _____.

6

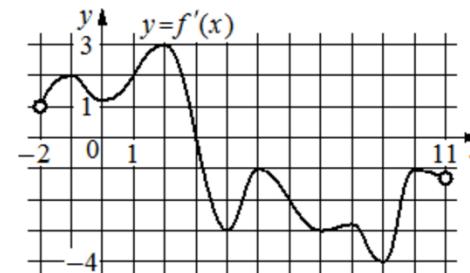
Найдите

$$\operatorname{tg} \alpha, \text{ если } \cos \alpha = \frac{5\sqrt{29}}{29} \text{ и } \alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$$

Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

8

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 11 метров?

Ответ: _____.

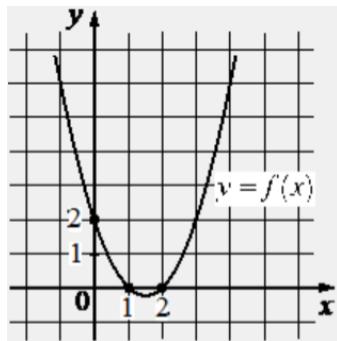
9

Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.



- 10** На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите наибольшее значение функции $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$.

Ответ: _____.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,25.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

- 13** В правильной треугольной призме $ABC A_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = B_1N = C_1K = 1$.

- а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 14** Решите неравенство

$$\frac{4^{x^2+x-4} - 0,5^{2x^2-2x-1}}{0,2 \cdot 5^x - 1} \leq 0.$$

- 15** В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Какую сумму планируется взять в кредит, если известно, что платёж в 2029 году равен 860,6 тыс. рублей?



**16**

В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
- Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

17

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

18

В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1$, $a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- Приведите пример такой последовательности.
- Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
- Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Правильное выполнение каждого из заданий 1–11 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ
1	63
2	2197
3	0,2
4	0,1
5	-17
6	-0,4
7	3
8	0,4
9	14
10	12
11	22
12	a) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{10\pi}{3}; \frac{11\pi}{3}; \frac{13\pi}{3}$
13	3,75
14	$(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5]$
15	800 тыс.
16	3,75
17	$(-\infty; -9) \cup (-9; -3) \cup (-3; 0) \cup (0; +\infty)$
18	а) например, 1, 2, 3, 0, 5, -2, 7 ... 235 б) нет в) 23

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

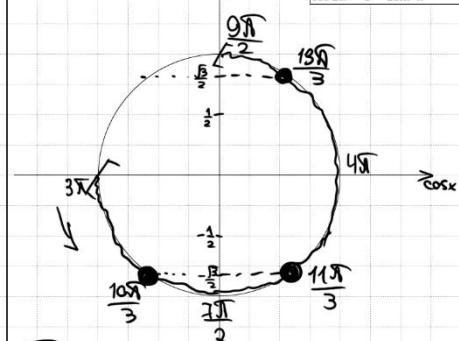
12 а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,25.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi; \frac{9\pi}{2}]$.

$$\begin{aligned} a) & 1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0,25 \\ & \frac{3}{4} = \sin^2 x \\ & \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ & x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

б) Отберём корни с помощью окружности
и формулы двойного угла



Получим числа: $x = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$
 $x = 4\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{3}$
 $x = 4\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{13\pi}{3}$

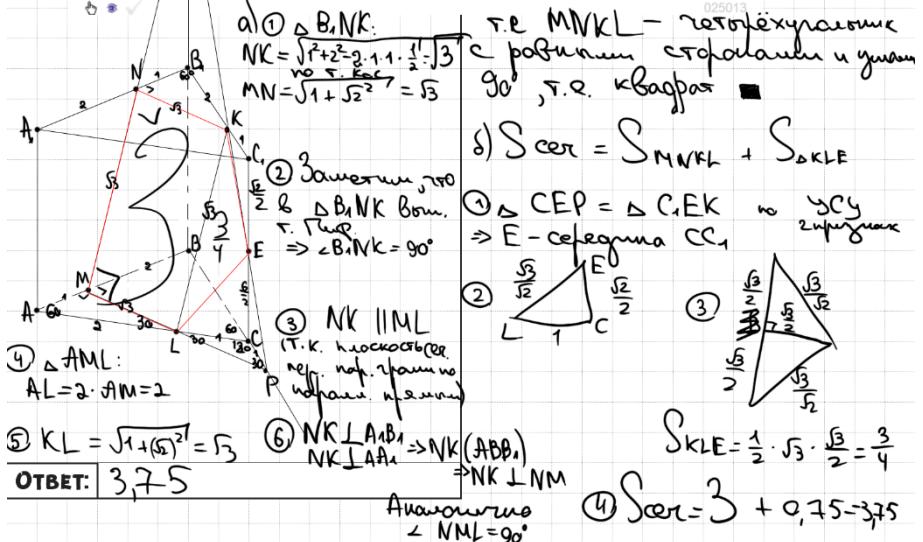
Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}, \frac{13\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	

13

В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах $AB, A_1 B_1$ и $B_1 C_1$ отмечены точки M, N и K соответственно, причём $AM = B_1 N = C_1 K = 1$.

- а) Пусть L — точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ — квадрат.
 б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	



14 Решите неравенство

$$\frac{4x^2+x-4 - 0,5x^2-2x-1}{0,2 \cdot 5^x - 1} \leq 0.$$

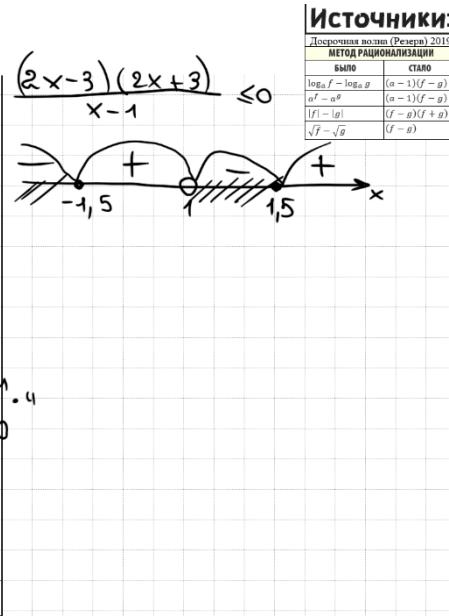
$$\frac{(2^x)^{x^2+x-4} - (2^{-1})^{2x^2-2x-1}}{5^x \cdot 5^x - 5^0} \leq 0$$

$$\frac{2^{2x^2+2x-8} - 2^{-2x^2+2x+1}}{5^{x-1} - 5^0} \leq 0$$

$$\frac{(2^{-1})(2^{x^2+2x-8} + 2^{2x^2-2x-1})}{(5^{-1}) \cdot (1 \cdot x - 1 - 0)} \leq 0$$

$$\frac{4x^2-9}{x-1} \leq 0$$

Ответ: $(-\infty; -1,5] \cup (1; 1,5])$



15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть по 300 тыс. рублей;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Дата **Сумма долга**

и 26	S
ф 23	1,3 · S
и 27	матёже 300
ф 28	1,3S - 300
и 28	матёже 300
ф 29	1,3^2S - 300 · 1,3 - 300
и 29	матёже = 1,3^2S - 300 · 1,3^2 - 300 · 1,3 = 860,6
о 29	0

Ответ: 800 тыс.

Источники:
Основная волна 2022

$$\begin{array}{r} 1757600 \\ 17576 \quad | \quad 2197 \\ \hline 2197 \end{array}$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек	1
ИЛИ	
получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16

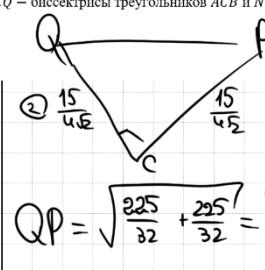
В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ – биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

- a) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

a)
 $\angle ACP = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ$
 $\angle ACC = \frac{1}{2} \angle ACM = 45^\circ$
 $\angle QCP = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$
 $\Rightarrow PC \perp CQ$

б)
① $S_{ABC} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2}$
 $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot PC \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot PC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{4} PC$
 $S_{BPC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot PC \cdot \sin 45^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{4} PC$
 $\frac{15}{2} = \frac{25\sqrt{2}}{8} PC$
 $PC = \frac{15}{4\sqrt{2}} = QC$ (т.к. $\triangle NMC = \triangle ABC$)

ОТВЕТ: 3,75



Источники:
Основная волна 2019

17

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 0 \\ 3x - 9 - 2a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3x-a)(3x+a) = 0 \\ 3x \neq 9+2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{a}{3} \\ x = -\frac{a}{3} \\ x \neq 3 + \frac{2}{3}a \end{cases}$$

$$X_1 \text{ и } X_2 \text{ должны быть различны}$$

$$\frac{a}{3} \neq -\frac{a}{3}$$

$$\frac{2a}{3} \neq 0$$

$$(a \neq 0)$$

Ответ: $(-\infty, -9) \cup (-9, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, +\infty)$

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x^2 - a^2 = 0 \\ 3x - 9 - 2a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (3x-a)(3x+a) = 0 \\ 2a \neq 3x - 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 3x \\ a = -3x \\ a \neq \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty, -9) \cup (-9, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, +\infty)$

Содержание критерия

Источники:
Основная волна 2019

Обоснованно получен верный ответ

Баллы

4

С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек

3

С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a

2



Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18

В последовательности $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$, состоящей из целых чисел, $a_1 = 1, a_n = 235$. Сумма любых двух соседних членов последовательности равна 3, 5 или 25.

- а) Приведите пример такой последовательности.
 б) Может ли такая последовательность состоять из 1000 членов?
 в) Из какого наименьшего числа членов может состоять такая последовательность?

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 0 & 5 & -2 & 7 & 9 & 11 \dots 235 \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow \\ 3 & 5 & 5 & 3 & 5 & 3 & 5 & 3 & 5 \end{array}$$

Если сумму соседних будет 3, 5, 3, 5, то
числа на нечётных номерах увеличиваются
на 2 и так эта сумма должна быть 235.

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow \\ 3 & 5 & 5 & 3 & 5 & 3 & 5 & 3 & 5 \end{array}$$

ОТВЕТ:
 а) приведи
 б) нет
 в) 23

Если $n = 23$

$$\begin{array}{ccccccccc} +20 & +20 & +20 & +20 & +20 \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow \\ 1 & 4 & 21 & -16 & 41 & -36 & 61 & -56 & 81 & -78 & 103 & -101 & 125 & -102 & 147 & -144 & 169 & -166 & 191 & -182 & 213 & -210 & 235 \end{array}$$

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2

Источники:
 FIP (старый банк)
 FIP (новый банк)
 Ященко 2018

Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта <i>a</i> ; – обоснованное решение пункта <i>b</i> ; – искомая оценка в пункте <i>c</i> ; – пример в пункте <i>c</i> , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 12–18, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 12–18 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

