

ДВИ-2022. Вариант 2

1. Найдите в явном виде целое число, заданное выражением $\sqrt{11} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{11} + \sqrt{7}} \right)$.
2. Сумма первых трёх членов геометрической прогрессии в два раза больше разности между первым и четвёртым её членами. Найдите первый член этой прогрессии, если известно, что сумма первых семи её членов равна 127.
3. Решите уравнение $\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$.
4. Решите неравенство $x^{\log_2 \sqrt{x}} \geq \frac{2}{\sqrt{x}}$.
5. На диагонали AC параллелограмма $ABCD$ как на диаметре построена окружность. Эта окружность пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. При этом $AM = MB$ и $CN = 2NB$. Найдите тангенс острого угла параллелограмма $ABCD$.
6. Найдите все возможные значения произведения xy , если известно, что $x, y \in [0, \pi/2)$ и справедливо равенство
$$\frac{1 - \sin(x - y)}{1 - \cos(x - y)} = \frac{1 - \sin(x + y)}{1 - \cos(x + y)}.$$
7. В пирамиду, в основании которой лежит ромб с острым углом α и стороной $\sqrt{6}$, вписана сфера диаметра 1. Найдите угол α , если известно, что все боковые грани пирамиды наклонены к плоскости её основания под углом 60° .