Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2022

Заключительный этап. 7 класс

Задача 1. На детской площадке стоят несимметричные качели-балансир. Про качели известно, что они представляют из себя рычаг, у которого точка опоры не обязательно находится посередине и у которого на одном плече установлены два сидения, а на другом - одно. Вася, Маша и Таня пришли на них кататься. Известно, что Таня и Маша весят одинаково, а Вася в полтора раза тяжелее Маши. Дети заметили, что если девочки займут сидения с одной стороны качелей относительно точки опоры, а Вася - с другой, то наступит равновесие. Пусть Таня сидит ближе к точке опоры качелей, чем Маша. Тогда Вася сидит в три раза дальше от точки опоры, чем Таня. Найдите отношение расстояния от Тани до Маши к расстоянию от Тани до точки опоры.

Возможное решение

Пусть l - расстояние от точки опоры до Васи, h - расстояние от точки опоры до Тани, x - расстояние от Тани до Маши, $M_{\text{В}}$ - масса Васи, $M_{\text{Т}}$ - масса Тани, $M_{\text{М}}$ - масса Маши.

Тогда запишем условие равновесия качелей:

$$M_{\text{В}} \cdot g \cdot l = M_{\text{Т}} \cdot g \cdot h + M_{\text{М}} \cdot g \cdot (h + x) \Rightarrow x = \frac{M_{\text{В}} \cdot l - (M_{\text{Т}} + M_{\text{М}}) \cdot h}{M_{\text{М}}}.$$

Тогда искомое отношение

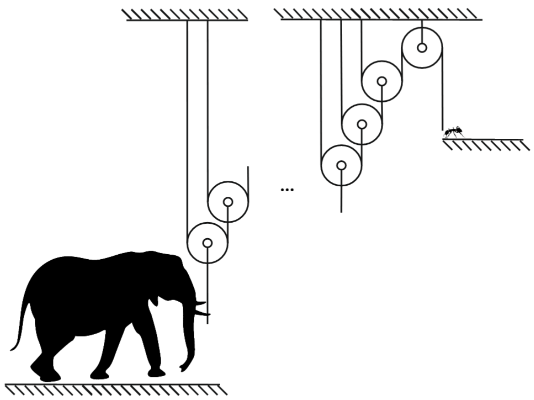
$$\frac{x}{h} = \left(\frac{M_{\text{В}}}{M_{\text{М}}}\right) \cdot \frac{l}{h} - \left(\frac{M_{\text{Т}}}{M_{\text{М}}} + 1\right) = 1,5 \cdot 3 - (1 + 1) = 2{,}5.$$

Критерии

1. Расставлены силы и указаны плечи (+ 2 балла).
2. Записано условие равновесия качелей (+ 2 балл).
3. Получен верный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 2. Маленький муравей вертикально тянет веревку с силой 1 Н. Веревка перекинута через неподвижный блок, прикрепленный к потолку, и через подвижный блок соединена с потолком. К центру этого подвижного блока также прикреплена веревка, которая соединена с потолком через другой подвижный блок. Так цепочка подвижных блоков продолжается несколько раз, а к последнему блоку привязана веревка, за которую схватился слон. Слон тянет конец веревки с силой 5000 Н, также вертикально. Найдите наименьшее необходимое количество подвижных блоков для того, чтобы муравей смог перетянуть веревку на свою сторону. Блоки считать невесомыми, а веревку - нерастяжимой.



Возможное решение

Подвижный блок дает выигрыш в силе в два раза, поэтому, если подвижных блоков n, необходимая для поднятия груза сила в 2^n раз меньше, чем вес груза. Поэтому нужно найти такое число n, что при делении на 2^n 5000 Н окажутся не больше 1 Н. То есть необходимо выполнение неравенства:

$$1\text{ Н} > \frac{5000\text{ Н}}{2^n}.$$

Минимальное такое число $n = 13$:

$$1\text{ Н} > \frac{5000\text{ Н}}{2^{13}} = \frac{5000\text{ Н}}{8192}.$$

То есть 14 подвижных блоков являются избыточными, а 12 – недостаточно для выполнения неравенства.

Критерии

1. Описан принцип работы неподвижного блока (+ 2 балла).

2. Доказано, что 13 - это минимальное число неподвижных блоков (+ 3 балла).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 3. V_1 литров воды и V_2 литров этанола смешивают друг с другом так, что объем их раствора равен $V = 1$ дм^3 и что массовая доля этанола в растворе равна $p = 0,441$. Из-за протекания химических реакций при смешивании этих жидкостей происходит сжатие $\gamma = 6\%$, то есть объем полученного раствора на 6% меньше, чем суммарный объем воды и этанола $V_1 + V_2$. Найдите объемы V_1 и V_2. Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м^3, этанола $\rho_2 = 790$ кг/м^3.

Возможное решение

Выразим массовую долю этанола через массу воды m_1 и массу этанола m_2:

$$\frac{m_2}{m_1 + m_2} = 0,441 \Rightarrow m_2 = 0,789 m_1.$$

Запишем условие сжатия:

$$(V_1 + V_2) \cdot \frac{(100 - \gamma)}{100} = V \Rightarrow \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = 1,064V.$$

Подставляя отношение масс жидкостей из первого уравнения во второе, выразим массу и объем воды:

$$m_1 = \frac{1,064V\rho_1\rho_2}{0,789\rho_1 + \rho_2} \Rightarrow V_1 = \frac{1,064V\rho_2}{0,789\rho_1 + \rho_2} = 532 \text{ см}^3.$$

Аналогично находим результат для объема этанола: $V_2 = 532$ см^3.

Критерии

1. Выражена масса воды или этанола (+ 3 балла).
2. Найдены искомые объемы воды и этанола (+ 2 балл).

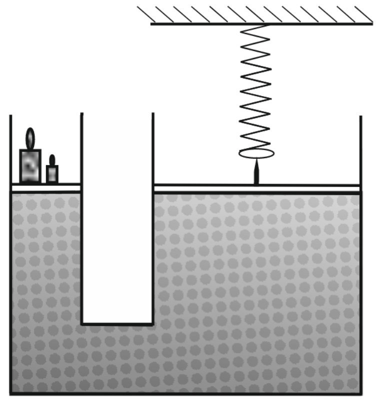
Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 4. К потолку прикреплена пружина, нижняя часть которой представляет собой горизонтальное проволочное кольцо с натянутой на него тонкой нерастяжимой пленкой. Снизу в пленку упирается игла – острый вертикальный стержень, нижний конец которого закреплен на большем поршне гидравлического пресса. Площадь поперечного сечения иглы $S_{\text{иглы}} = 4$ мм^2, площади меньшего и большего поршней пресса $S_1 = 100$ см^2 и $S_2 =$400 см^2. В начальный момент пружина не деформирована. Ученик начинает класть на меньший поршень маленькие грузики. Когда суммарная масса грузиков стала равна $m = 100$ г, пленка лопнула. Найдите следующие величины:

1) Сдвиг Δx_1 меньшего поршня пресса от своего первоначального положения. Ответ выразите в сантиметрах.

2) Давление P, необходимое для разрушения пленки. Числовой ответ выразите в мегапаскалях.

Жесткость пружины равна 8 $\frac{\text{Н}}{\text{см}}$. Ускорение свободного падения $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Возможное решение

Пусть F_1 - сила, действующая на меньший поршень, F_2 - сила, создаваемая в большем поршне, S_1 и S_2 - площади меньшего и большего поршней соответственно. Тогда запишем Закон Паскаля в следующем виде:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}.$$

Запишем условие несжимаемости жидкости:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow S_1\Delta x_1 = S_2\Delta x_2,$$

где Δx_1 - смещение малого поршня, Δx_2 - смещение большего поршня.

Сила, с которой больший поршень давит на пленку, уравновешивается силой упругости пружины

$$F_2 = k\Delta x_2.$$

Тогда для первого пункта задачи имеем

$$F_1\frac{S_2}{S_1} = F_2 = k\Delta x_2 = k\Delta x_1\frac{S_1}{S_2},$$

$$\Delta x_1 = \frac{F_1}{k}\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 = \frac{mg}{k}\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2 = \frac{0,1\text{кг}\cdot 10\frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{8\frac{\text{Н}}{\text{см}}}\left(\frac{400\text{см}^2}{100\text{см}^2}\right)^2 = 2 \text{ см}.$$

Запишем выражение для нахождения давления иглы на пленку:

$$P = \frac{F_2}{S_{\text{иглы}}}.$$

Тогда

$$PS_{\text{иглы}} = F_2 = F_1\frac{S_2}{S_1} = mg\frac{S_2}{S_1},$$

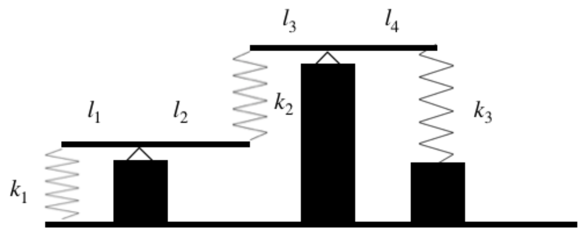
$$P = \frac{mg}{S_{\text{иглы}}}\frac{S_2}{S_1} = \frac{0,1\text{кг}\cdot 10\dfrac{\text{Н}}{\text{кг}}}{4\cdot 10^{-6}\text{м}^2}\cdot\frac{400\text{см}^2}{100\text{см}^2} = 1 \text{ МПа}.$$

Критерии

1. Записан закон Паскаля для гидравлического пресса (+ 1 балла).
2. Записано условие несжимаемости жидкости (+ 1 балл).
3. Записано условие равновесия пленки до разрыва (+ 1 балл).
4. Получено значение сдвига Δx_1 (+ 1 балл).
5. Получено значение давления P (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 5. К двум очень легким рычагам с точками опоры, расположенными на разной высоте, прикреплены пружины, как показано на рисунке. Жесткости пружин равны: $k_1 = k_2 = k_3$. Система находится в равновесии, рычаги расположены горизонтально, а деформации пружин имеют только вертикальные составляющие. Найдите модуль отношения деформации пружины k_3 к деформации пружины k_1, если плечи рычагов соотносятся следующим образом: $l_1 : l_2 : l_3 : l_4 = 1 : 2 : 3 : 4$. Ответ округлите до третей значащей цифры.



Возможное решение

Запишем равенства моментов:

$$F_1 l_1 = F_2 l_2,$$

$$F_3 l_3 = F_4 l_4,$$

где $F_i = k\Delta_i$.

Учитывая равентво $F_2 = -F_3$ и соотношения длин плеч, получим:

$$F_2 = \frac{1}{2} F_1,$$

$$F_3 = -\frac{1}{2} F_1,$$

$$F_4 = -\frac{3}{8} F_1,$$

Тогда

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_1} = -\frac{3}{8}.$$

Критерии

1. Записаны условия равновесия рычагов в общем виде (+ 1 балл).

2. Записаны выражения для сил через деформации пружин (+ 1 балл).

3. Записано, что сила на правом плече первого рычага по модулю равна силе на левом плече второго рычага и противоположна ей по направлению (+ 1 балл).

4. Записаны отношения сил или деформаций с учетом длин плеч (+ 1 балл).

5. Получен правильный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2022

Заключительный этап. 8 класс

Задача 1. V_1 литров воды и V_2 литров этанола смешивают друг с другом так, что объем их раствора равен $V = 1$ дм^3 и что массовая доля этанола в растворе равна $p = 0,441$. Из-за протекания химических реакций при смешивании этих жидкостей происходит сжатие $\gamma = 6\%$, то есть объем полученного раствора на 6% меньше, чем суммарный объем воды и этанола $V_1 + V_2$. Найдите объемы V_1 и V_2. Плотность воды $\rho_1 = 1000$ кг/м^3, этанола $\rho_2 = 790$ кг/м^3.

Возможное решение

Выразим массовую долю этанола через массу воды m_1 и массу этанола m_2:

$$\frac{m_2}{m_1 + m_2} = 0,441 \Rightarrow m_2 = 0,789 m_1.$$

Запишем условие сжатия:

$$(V_1 + V_2) \cdot \frac{(100 - \gamma)}{100} = V \Rightarrow \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = 1,064V.$$

Подставляя отношение масс жидкостей из первого уравнения во второе, выразим массу и объем воды:

$$m_1 = \frac{1,064V\rho_1\rho_2}{0,789\rho_1 + \rho_2} \Rightarrow V_1 = \frac{1,064V\rho_2}{0,789\rho_1 + \rho_2} = 532 \text{ см}^3.$$

Аналогично находим результат для объема этанола: $V_2 = 532$ см^3.

Критерии

1. Выражена масса воды или этанола (+ 3 балла).
2. Найдены искомые объемы воды и этанола (+ 2 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 2. В черном ящике находится электрическая схема из трех резисторов и идеального амперметра, показания которого известны в любой момент времени. Кроме того, черный ящик имеет три выходных провода A, B и C. Если между выводами A и B приложено напряжение $U = 12$ В, то показания амперметра $I_{AB} = 2$ А. Если такое же напряжение приложить к выводам A и C, то показания $I_{AC} = 4$ А, а если к выводам B и C приложить то же $U = 12$ В, то $I_{BC} = 6$ А. Установите вид электрической схемы в черном ящике и найдите сопротивления резисторов.

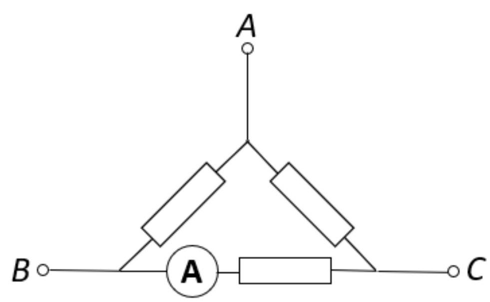
Возможное решение

Резисторы могут быть соединены либо в форме звезды, либо в форме треугольника. Амперметр нельзя подключать непосредственно между выходными клеммами, потому что тогда он перегорит после подачи напряжения на соответствующую пару проводов. Он также не может быть подключен параллельно ни с одним из резисторов, потому что тогда ток никогда не будет проходить через соответствующий резистор. Поэтому амперметр и резистор должны быть подключены последовательно.

В случае соединения в форме звезды амперметр, находящийся на одном луче, не будет показывать ток, если напряжение приложено к двум другим лучам звезды. Таким образом, в черном ящике может быть соединение только в форме треугольника.

Амперметр может находиться только на стороне BC треугольника. Так как в таком случаем если напряжение приложено к выводам A и C или A и B, то к амперметру последовательно присоединяются два резистора, то есть суммарное сопротивление на этом участке больше, а тогда ток по нему течет меньше, тогда как по условию I_{BC} имеет наибольшее значение.

Верная схема изображена на рисунке.



Найдём значение сопротивления на стороне BC треугольного соединения: $R_{BC} = U/I_{BC} = 2$ Ом.

Когда к выводам A и B приложено напряжение, стороны AC и CB треугольника образуют последовательное соединение с амперметром. Тогда

$$R_{AC} + R_{BC} = U/I_{AB} = 6 \text{ Ом},$$

$$R_{AC} = 6 \text{ Ом} - 2 \text{ Ом} = 4 \text{ Ом}.$$

Аналогично

$$R_{AB} + R_{BC} = U/I_{AC} = 3 \text{ Ом},$$

$$R_{AB} = 3 \text{ Ом} - 2 \text{ Ом} = 1 \text{ Ом}.$$

Критерии

1. Определен тип совместного подключения резисторов (треугольник) (+ 2 балла).
2. Определено положение амперметра в цепи (+ 2 балла).
3. Верно найдены сопротивления резисторов (+ 1 балл).

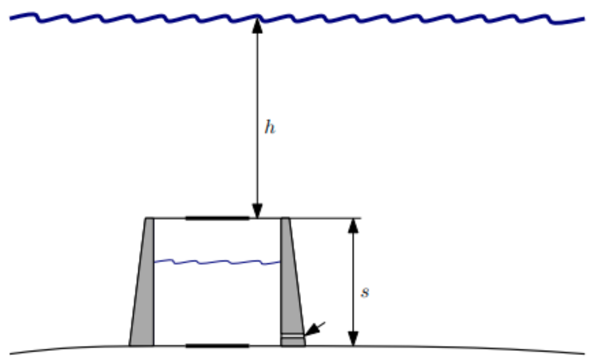
Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 3. Джеймс Бонд сбегает с подводной лодки через ее башню. Первоначально давление в башне такое же, как и давление воздуха на воду: $p_0 = 100$ кПа. После закрытия люка, отделяющего башню от остальной части подводной лодки, Бонд делает отверстие внутри стенки башни (см. рисунок), после чего башня частично заливается водой. Далее Бонд открывает потолочный люк и выплывает на поверхность с высвободившимся воздухом.

а) Какой толщины слой воздуха внутри башни до открытия потолочного люка и после того, как внутрь перестала поступать вода?

б) Насколько велика суммарная сила, приложенная к потолочному люку со стороны воздуха и воды до открытия люка и в течение времени, когда уровень воды внутри башни пришел в стабильное состояние?

Площадь люка $S = 0,50$ м^2, уровень воды над люком $h = 25$ м, высота башни $l = 2,0$ м. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с^2.



Возможное решение

Когда вода перестала поступать в башню, давление воздуха внутри башни стало равно гидростатическому давлению в башне на уровне воды. Из равновесия давлений можно выразить ширину воздушного слоя:

$$\rho g(h + d) + p_0 = p_0 \frac{l}{d},$$

$$d^2 \rho g + d(p_0 + h\rho g) - lp_0 = 0,$$

$$d = \frac{\pm\sqrt{(p_0 + h\rho g)^2 + 4l\rho g p_0} - p_0 - h\rho g}{2\rho g}.$$

Положительный корень уравнения равен $d \approx 57$ см. Так как снизу на люк действует давление воздуха внутри башни, соответствующее гидростатическому давлению на глубине $d + h$, получаем, что на люк действует сила, равная

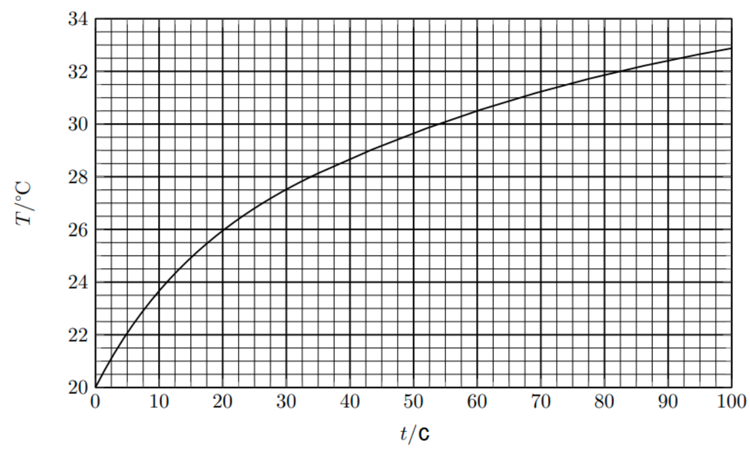
$$F = S(\rho g(d + h) + p_0 - \rho g h - p_0) = S\rho g d \approx 2800\ H.$$

Критерии

1. Записано равновесие давлений (+ 1 балл).
2. Найдена толщина слоя воздуха (+ 2 балл).
3. Найдена суммарная сила F (+ 2 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 4. В водонагревателе мощностью $P = 2,0$ кВт изначально находится вода массы m_0 и температуры $T_0 = 20°C$. Водонагреватель включают, и в этот же момент вода с той же температурой $T_1 = 20°C$ начинает поступать извне в нагреватель с постоянной скоростью, то есть масса поступающей извне воды в единицу времени постоянна и равна $\mu =$ Const (г/с). Когда нагреватель полностью наполняется водой, вода начинает вытекать из отверстия сверху. Температура вытекающей воды продолжает расти до установления на уровне $36°C$. График изменения температуры воды, вытекающей из нагревателя, показан на рисунке. Найдите начальную массу воды m_0 и массу поступающей извне воды в единицу времени μ. Предположим, что, кроме вытекающей из нагревателя воды, потерь тепла нет, а вода в нагревателе всегда имеет одинаковую температуру. Удельная теплоемкость воды с $= 4,2$ кДж / (кг·К).



Возможное решение

Изначально температура поступившей извне воды равна температуре воды внутри водонагревателя и вода не вытекает. Поэтому температура воды изменяется только за счет тепла, полученного от нагревателя: $\Delta Q = cm_0\Delta T = P\Delta t$. Если момент времени Δt достаточно мал, то получим наклон $\Delta T/\Delta t \approx 0,45\ °C/с$, который необходимо измерить на графике в момент времени $t = 0$. Наклон можно найти, проведя касательную на графике в начальный момент времени $t = 0$, которая примерно проходит через точку $T = 24,5°C$ и $t = 10$ с. Откуда получаем

$$m_0 = \frac{P}{c\frac{\Delta T}{\Delta t}} \approx 1,1 \text{ кг}.$$

Стабильная температура достигается, когда энергия, необходимая для нагрева вытекающей в единицу времени воды, равна мощности нагревателя. Тогда мы получаем соотношение $P = \mu c(T - T_0)$. Подставляя температуру $T = 36°C$, получим искомое значение μ:

$$\mu = \frac{P}{c(T - T_0)} \approx 30 \text{ г/с}.$$

Критерии

1. Найдено изменение температуры за малый промежуток времени (+ 2 балла).

2. Найдена масса воды (+ 1 балл).

3. Найден массовый расход в единицу времени (+ 2 балла).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 5. К потолку прикреплены 64 одинаковые пружины. Вторым концом все 64 пружин присоединены к невесомой доске. К этой доске с другой стороны прикреплены 32 такие же пружины, которые присоединены ко второй невесомой доске. Эту систему продолжали так, что на каждом следующем уровне было в два раза меньше пружин, пока в конце не осталась всего одна пружина. К ее свободному концу подвесили небольшой груз. Под весом этого груза система пружин немного растянулась. Определите, на сколько сантиметров растянулась система пружин от своего первоначального положения, если отношение массы груза к жесткости одной пружины равно $\frac{32}{127}$ кг·см/Н.

Возможное решение

Заметим, что система пружин состоит из семи уровней параллельно соединенных пружин. Пронумеруем уровни от 0 до 6, где меньший номер имеет уровень с одной пружиной. Тогда количество пружин на каждом из уровней равно 2^n, где n принимает значения от 0 до 6 в соответствии с номером уровня. Так как пружины одинаковые, пусть жесткость каждой из них равна k. Тогда выразим жесткость k_n уровня с номером n:

$$k_n = 2^n \cdot k.$$

Уровни между собой соединены последовательно, тогда жесткость K всей системы равна:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_6} + \frac{1}{k_5} + ... + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_0} = \frac{1}{k} \cdot (\frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^5} + ... + \frac{1}{2} + 1) = \frac{1}{k} \cdot \frac{127}{64} \Rightarrow K = \frac{64}{127}k.$$

Запишем условие равновесия, заменив общую систему пружин одной пружиной с жесткостью K:

$$K\Delta x = mg \Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{K}.$$

Откуда

$$\Delta x = \frac{127}{64} \cdot \frac{m}{k} \cdot g = \frac{127}{64} \cdot \frac{32}{127} \cdot 10 = 5 \text{ см}.$$

Критерии

1. Правильно использовано параллельное соединение пружин (+ 1 балл).
2. Правильно использовано последовательное соединение пружин (+ 2 балла).
3. Посчитана жесткость всей системы пружин (+ 1 балл).
4. Получен правильный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2022

Заключительный этап. 9 класс

Задача 1. Вова участвует в соревнованиях по стрельбе из лука, где ему нужно поразить цель на расстоянии $L = 200$ м. Под каким углом α к горизонту Вова должен стрелять из лука, чтобы попасть точно в середину мишени? При натяжении лука работа Вовы равна $A = 500$ Дж, КПД лука $\eta = 0,17$. Масса стрелы $m = 54$ г. В момент выстрела стрела находится на $h = 70$ см выше центра мишени. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с^2.

Возможное решение

Найдем начальную скорость стрелы, записав выражение для кинетической энергии стрелы:

$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \eta A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\eta A}{m}}.$$

Горизонтальная и вертикальная компоненты скорости стрелы соответственно равны $v_x = v\cos\alpha$ и $v_y = v\sin\alpha$.

Если стрела, вылетающая на высоте h выше центра мишени, летит время t, то верно

$$v\cos\alpha \cdot t = L,$$

$$v\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = -h.$$

Выразив $\sin\alpha$, получим:

$$\cos\alpha = \frac{L}{vt} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{L}{vt}\right)^2} = \sqrt{\frac{v^2t^2 - L^2}{v^2t^2}}.$$

Подставим в нижнее уравнение и решим его относительно переменной t^2:

$$vt \cdot \sqrt{\frac{v^2t^2 - L^2}{v^2t^2}} = \frac{gt^2}{2} - h \Rightarrow$$

$$v^2t^2 - L^2 = h^2 - hgt^2 + \frac{g^2t^4}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{g^2t^4}{4} - (hg + v^2)t^2 + (h^2 + L^2) = 0 \Rightarrow$$

$$t_{1,2}^2 = \frac{(hg + v^2) \pm \sqrt{(hg + v^2)^2 - 4 \cdot \frac{g^2}{4}(h^2 + L^2)}}{2 \cdot \frac{g^2}{4}} \Rightarrow$$

$$t_1 = \pm 10{,}8\ c,\ \ t_2 \pm 3{,}8\ c.$$

При этом t может не может иметь отрицательное значение. Тогда получаем, что Вова может пустить стрелу под двумя разными углами α_1 и α_2:

$$\cos\alpha_1 \approx 0{,}3,$$

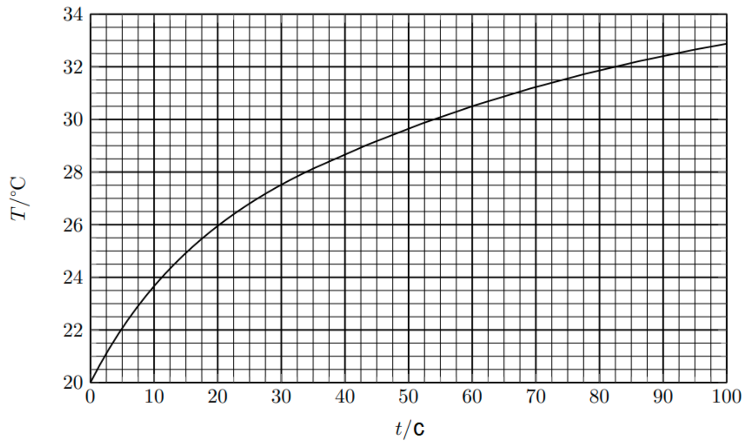
$$\cos\alpha_2 \approx 0{,}9.$$

Критерии

1. Получено выражение для скорости стрелы (+ 1 балл).
2. Записаны уравнения движения стрелы (+ 1 балл).
3. Получено уравнение для времени полета стрелы (+ 1 балл).
3. Найдены оба угла (+ 2 балла).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 2. В водонагревателе мощностью $P = 2,0$ кВт изначально находится вода массы m_0 и температуры $T_0 = 20°C$. Водонагреватель включают, и в этот же момент вода с той же температурой $T_1 = 20°C$ начинает поступать извне в нагреватель с постоянной скоростью, то есть масса поступающей извне воды в единицу времени постоянна и равна $\mu = \mathrm{Const}$ (г/с). Когда нагреватель полностью наполняется водой, вода начинает вытекать из отверстия сверху. Температура вытекающей воды продолжает расти до установления на уровне $36°C$. График изменения температуры воды, вытекающей из нагревателя, показан на рисунке. Найдите начальную массу воды m_0 и массу поступающей извне воды в единицу времени μ. Предположим, что, кроме вытекающей из нагревателя воды, потерь тепла нет, а вода в нагревателе всегда имеет одинаковую температуру. Удельная теплоемкость воды с = 4,2 кДж / (кг·К).



Возможное решение

Изначально температура поступившей извне воды равна температуре воды внутри водонагревателя и вода не вытекает. Поэтому температура воды изменяется только за счет тепла, полученного от нагревателя: $\Delta Q = cm_0\Delta T = P\Delta t$. Если момент времени Δt достаточно мал, то получим наклон $\Delta T/\Delta t \approx 0,45$ °C/с , который необходимо измерить на графике в момент времени $t = 0$. Наклон можно найти, проведя касательную на графике в начальный момент времени $t = 0$, которая примерно проходит через точку $T = 24,5°C$ и $t = 10$ с. Откуда получаем

$$m_0 = \frac{P}{c\frac{\Delta T}{\Delta t}} \approx 1,1 \text{ кг.}$$

Стабильная температура достигается, когда энергия, необходимая для нагрева вытекающей в единицу времени воды, равна мощности нагревателя. Тогда мы получаем соотношение $P = \mu c(T - T_0)$. Подставляя температуру $T = 36°C$, получим искомое значение μ:

$$\mu = \frac{P}{c(T - T_0)} \approx 30 \text{ г/с.}$$

Критерии

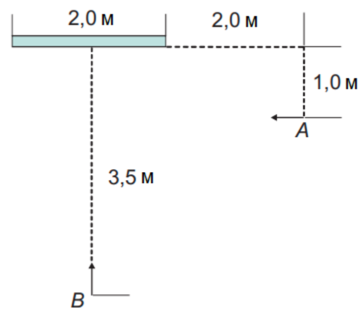
1. Найдено изменение температуры за малый промежуток времени (+ 2 балла).

2. Найдена масса воды (+ 1 балл).

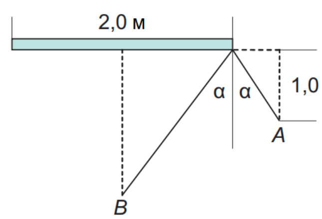
3. Найден массовый расход в единицу времени (+ 2 балла).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 3. На стене большой комнаты висит зеркало шириной 2,0 м. Первоначально человек A стоит лицом к стене на расстоянии 2,0 м справа от правого края зеркала и 1,0 м от стены и начинает двигаться параллельно стене со скоростью 1,0 м/с в левую сторону. В этот же момент человек B начинает двигаться со скоростью 1,0 м/с в сторону центра зеркала под прямым углом к плоскости зеркала. Изначально человек B стоит на расстоянии 3,5 м от центра зеркала. Через какое время они увидят друг друга в зеркале? Закон отражения гласит, что угол падения равен углу отражения.



Возможное решение



Пусть два человека увидят друг друга в зеркале в момент времени t. К этому времени, человек A преодолеет расстояние $2 - 1 \cdot t$, а человек B - $3,5 - 1 \cdot t$. Из подобия треугольников получаем:

$$\frac{1}{3,5 - t} = \frac{2 - t}{1}.$$

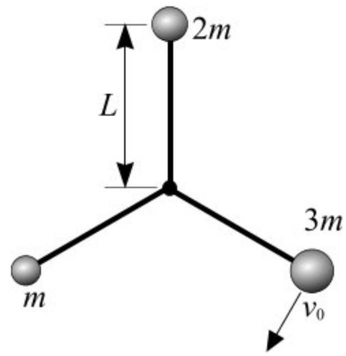
Решая полученное квадратное уравнение, получим ответ: $t = 1{,}5$ с.

Критерии

1. Найден закон изменения пути двух людей от времени (+ 2 балла).
2. Записано подобие трегольников (+ 2 балла).
3. Получен верный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

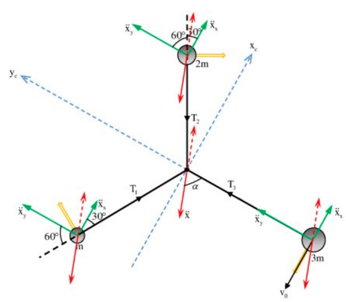
Задача 4. На концах трёх жёстких невесомых стержней длиной $L = 12$ см каждый закреплены три одинаковых по размеру маленьких шарика массами m, $2m$ и $3m$, где $m = 110$ г. Противоположные концы стержней соединены между собой в одной точке, вокруг которой они могут свободно вращаться. Первоначально вся система неподвижно лежит на гладкой горизонтальной поверхности; все углы между соседними стержнями равны $2\pi/3$. Коротким ударом шарику массой $3m$ сообщают скорость $v_0 = 4$ м/с, направленную перпендикулярно соответствующему стержню и параллельно поверхности. Найдите ускорения всех трёх шариков сразу после удара, считая их отличными от нуля.



Возможное решение

Поскольку стержни и точка их соединения невесомы, $\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{T_3} = 0$. В свою очередь, углы между любыми двумя стержнями равны, поэтому

$$|\vec{T_1}| = |\vec{T_2}| = |\vec{T_3}| = T$$



Расположим оси x и y так, как указано на рисунке, и перейдем в систему отсчета, связанную с точкой соединения стержней. Ускорение данной точки обозначим за a. Тогда можно записать баланс действующих сил для каждого из трех шариков в проекции на соответствующие стержни:

$$T_1 = ma_x \cos\frac{\pi}{6} - ma_y \cos\frac{\pi}{3},$$

$$T_2 = -2ma_x \cos\frac{\pi}{6} - 2ma_y \cos\frac{\pi}{3},$$

$$T_3 = 3ma_x + 3m\frac{v_0^2}{L}.$$

Данная система содержит три неизвестных, $T_1 = T_2 = T_3, a_x, a_y$. Решив систему, получим искомое

$$T_1 = \frac{6}{11}\frac{mv_0^2}{L}.$$

Тогда ускорения для шариков массой $m, 2m, 3m$ соответственно равны

$$a_1 = \frac{6}{11}\frac{v_0^2}{L},\ a_2 = \frac{3}{11}\frac{v_0^2}{L},\ a_3 = \frac{2}{11}\frac{v_0^2}{L}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$a_1 \approx 7,3 \text{ м/с},\ a_2 \approx 3,6 \text{ м/с},\ a_3 \approx 2,4 \text{ м/с}.$$

Критерии

1. Получено равенство сил T_1, T_2, T_3 (+ 1 балл).
2. Верно составлены уравнения на баланс сил для шариков (+ 3 балла).
3. Верно найдены ускорения шариков (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 5. Рассмотрим футбольный мяч, заполненный воздухом. Избыточное давление внутри мяча $\Delta p = 20$ кПа, радиус мяча $R = 10$ см и его масса $m = 400$ г. Можно пренебречь зависимостью избыточного давления от деформации шара и массы внутри шара. Материал, из которого сделан мяч, не растягивается.

1) Мяч зажали между двумя параллельными жесткими пластинами, расстояние между которыми равно $2R - 2h$ (так, что глубина деформации, на которую продавливается мяч, с каждой из двух сторон мяча равна $h = 1$ см). Найдите силу, с которой мяч давит на пластину.

2) Мяч движется со скоростью $v_0 = 2$ м/с и ударяется о твердую стенку. Найти максимальную глубину деформированного участка h и время столкновения t. Считайте, что искомая величина h значительно меньше радиуса мяча R.

Возможное решение

1) $F = \Delta p S$, где $S = \pi r^2$ — площадь поверхности сегмента контакта мяча и стенки. С помощью теоремы Пифагора можно найти радиус r: $r^2 = R^2 - (R-h)^2 = (2R-h)h$, поэтому

$$F = \Delta p \pi h(2R - h) \approx 120\ H.$$

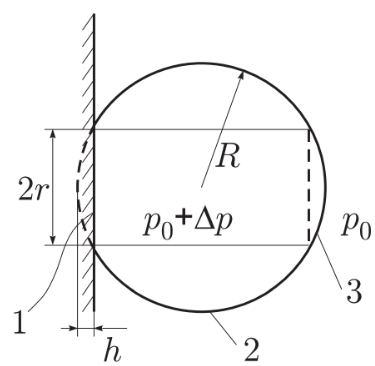
2) При ударе мяч деформируется так, как показано на рисунке: оболочка не растягивается, поэтому сохраняет сферическую форму (кроме мест соприкосновения со стенкой). Используя приближение $h \ll R$, можно пренебречь членом порядка h^2 в выражении для силы. Тогда сила пропорциональна h, т.е. мяч ведет себя как пружина с жесткостью $k = 2\pi R \Delta p$. Тогда можно воспользоваться законом сохранения энергии и выразить искомую величину h:

$$mv_0^2 = 2\pi R \Delta p h^2 \Rightarrow$$

$$h = v_0 \sqrt{\frac{m}{2\pi R \Delta p}} \approx 11\ \text{мм}.$$

Искомое t является половиной периода гармонических колебаний пружинного маятника с жесткостью $k = 2\pi R \Delta p$:

$$t = \pi \sqrt{\frac{m}{2\pi R \Delta p}} \approx 18\ \text{мс}.$$



Критерии

1. Найдена сила, с которой мяч давит на пластину (+ 1 балл).
2. Верно записан закон сохранения энергии для деформированного меча (+ 2 балл).
3. Найдена максимальная глубина деформации h (+ 1 балл).
4. Найдено время столкновения t (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2022

Заключительный этап. 10 класс

Задача 1. Вова участвует в соревнованиях по стрельбе из лука, где ему нужно поразить цель на расстоянии $L = 200$ м. Под каким углом α к горизонту Вова должен стрелять из лука, чтобы попасть точно в середину мишени? При натяжении лука работа Вовы равна $A = 500$ Дж, КПД лука $\eta = 0{,}17$. Масса стрелы $m = 54$ г. В момент выстрела стрела находится на $h = 70$ см выше центра мишени. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

Возможное решение

Найдем начальную скорость стрелы, записав выражение для кинетической энергии стрелы:

$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \eta A \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\eta A}{m}}.$$

Горизонтальная и вертикальная компоненты скорости стрелы соответственно равны $v_x = v\cos\alpha$ и $v_y = v\sin\alpha$.

Если стрела, вылетающая на высоте h выше центра мишени, летит время t, то верно

$$v\cos\alpha \cdot t = L,$$

$$v\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = -h.$$

Выразив $\sin\alpha$, получим:

$$\cos\alpha = \frac{L}{vt} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{L}{vt}\right)^2} = \sqrt{\frac{v^2t^2 - L^2}{v^2t^2}}.$$

Подставим в нижнее уравнение и решим его относительно переменной t^2:

$$vt \cdot \sqrt{\frac{v^2t^2 - L^2}{v^2t^2}} = \frac{gt^2}{2} - h \Rightarrow$$

$$v^2t^2 - L^2 = h^2 - hgt^2 + \frac{g^2t^4}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{g^2t^4}{4} - (hg + v^2)t^2 + (h^2 + L^2) = 0 \Rightarrow$$

$$t_{1,2}^2 = \frac{(hg + v^2) \pm \sqrt{(hg + v^2)^2 - 4 \cdot \frac{g^2}{4}(h^2 + L^2)}}{2 \cdot \frac{g^2}{4}} \Rightarrow$$

$$t_1 = \pm 10{,}8\ c,\ \ t_2 \pm 3{,}8\ c.$$

При этом t может не может иметь отрицательное значение. Тогда получаем, что Вова может пустить стрелу под двумя разными углами α_1 и α_2:

$$\cos\alpha_1 \approx 0{,}3,$$

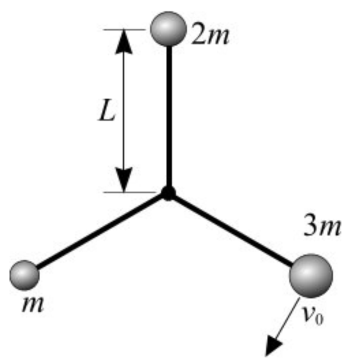
$$\cos\alpha_2 \approx 0{,}9.$$

Критерии

1. Получено выражение для скорости стрелы (+ 1 балл).
2. Записаны уравнения движения стрелы (+ 1 балл).
3. Получено уравнение для времени полета стрелы (+ 1 балл).
3. Найдены оба угла (+ 2 балла).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

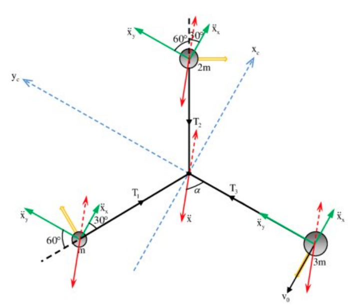
Задача 2. На концах трёх жёстких невесомых стержней длиной $L = 12$ см каждый закреплены три одинаковых по размеру маленьких шарика массами m, $2m$ и $3m$, где $m = 110$ г. Противоположные концы стержней соединены между собой в одной точке, вокруг которой они могут свободно вращаться. Первоначально вся система неподвижно лежит на гладкой горизонтальной поверхности; все углы между соседними стержнями равны $2\pi/3$. Коротким ударом шарику массой $3m$ сообщают горизонтальную скорость $v_0 = 4$ м/с, направленную перпендикулярно соответствующему стержню. Найдите ускорения всех трёх шариков сразу после удара, считая их отличными от нуля.



Возможное решение

Поскольку стержни и точка их соединения невесомы, $\vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{T_3} = 0$. В своб очередь, углы между любыми двумя стержнями равны между собой, поэтому

$$|\vec{T_1}| = |\vec{T_2}| = |\vec{T_3}| = T.$$



Расположим оси x и y так, как указано на рисунке и перейдем в систему отсчета, связанную с точкой соединения стержней. Ускорение данной точки обозначим за a. Тогда можно записать баланс действующих сил для каждого из трех шариков в проекции на соответсвтующие стержни:

$$T_1 = ma_x \cos\frac{\pi}{6} - ma_y \cos\frac{\pi}{3},$$

$$T_2 = -2ma_x \cos\frac{\pi}{6} - 2ma_y \cos\frac{\pi}{3},$$

$$T_3 = 3ma_x + 3m\frac{v_0^2}{L}.$$

Данная система содержит три неизвестных, $T_1 = T_2 = T_3, a_x, a_y$. Решая систему относительно данных неизвестных, получим искомое

$$T_1 = \frac{6}{11}\frac{mv_0^2}{L}.$$

А значит ускорения для шариков массой $m, 2m, 3m$ соответственно равны:

$$a_1 = \frac{6}{11}\frac{v_0^2}{L},\ a_2 = \frac{3}{11}\frac{v_0^2}{L},\ a_3 = \frac{2}{11}\frac{v_0^2}{L}.$$

Подставляя численные значения, получим:

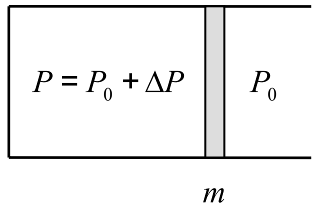
$$a_1 \approx 7,3 \text{ м/с},\ a_2 \approx 3,6 \text{ м/с},\ a_3 \approx 2,4 \text{ м/с}.$$

Критерии

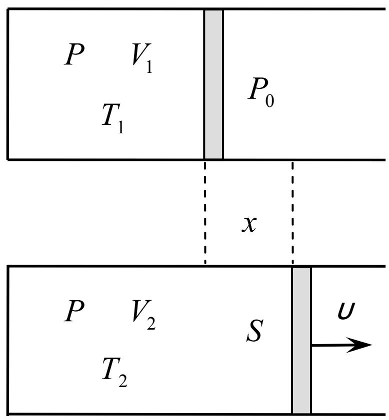
1. Получено равенство сил T_1, T_2, T_3(+ 1 балл).
2. Верно составлены уравнения на баланс сил для шариков (+ 3 балла).
3. Верно найдены ускорения шариков (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 3. Вакуумная камера большого объёма заполнена воздухом при постоянном давлении $P_0 = 1$ кПа. В камере расположен длинный горизонтальный цилиндр, левый торец которого закрыт, а правый открыт в камеру. В цилиндре может скользить без трения поршень массой $m = 1{,}2$ кг. Между поршнем и левым торцом цилиндра находится идеальный одноатомный газ при давлении $P = P_0 + \Delta P$, где $\Delta P = 10$ Па. Поршень отпускают и начинают нагревать газ так, что его давление не меняется. К некоторому моменту времени к газу подвели количество теплоты $Q = 5$ Дж. Найдите скорость поршня v в этот момент. Числовой ответ выразите в см/с и округлите до целого значения. Процесс расширения газа считайте равновесным.



Возможное решение



Пусть ν — число молей газа, V_1 и V_2 — начальный и конечный объёмы, T_1 и T_2 — начальная и конечная температуры. Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A\,.$$

Приращение внутренней энергии газа равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\,(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}P\,(V_2 - V_1) = \frac{3}{2}PSx\,,$$

где S и x — площадь и перемещение поршня. Работа постоянной силы давления газа на поршень равна:

$$A = PSx\,.$$

Получаем:

$$Q = \frac{5}{2}PSx = \frac{5}{2}(P_0 + \Delta P)Sx\,.$$

Запишем теперь второй закон Ньютона для поршня:

$$ma = PS - P_0S = \Delta PS\,.$$

Таким образом, поршень разгоняется с постоянным ускорением:

$$a = \frac{\Delta PS}{m}\,.$$

Для равноускоренного движения перемещение и скорость поршня связаны соотношением:

$$x = \frac{v^2}{2a} = \frac{mv^2}{2\Delta PS}\,.$$

Подставляя x в уравнение для Q, находим скорость поршня:

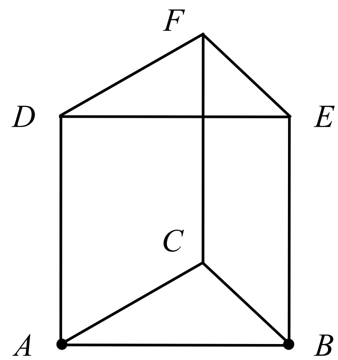
$$Q = \frac{5(P_0 + \Delta P)\,mv^2}{4\Delta P} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{4Q\,\Delta P}{5m\,(P_0 + \Delta P)}} = 18 \text{ см/с}.$$

Критерии

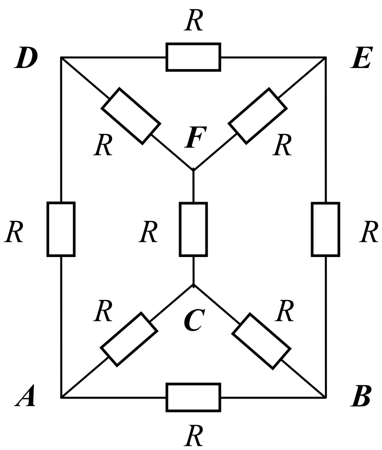
1. Верно получено выражение для Q из первого начала термодинамики (+ 2 балла).
2. Верно записан второй закон Ньютона для поршня (+ 1 балл).
3. Верно получена связь перемещения поршня с его скоростью (+ 1 балл).
4. Получен правильный численный ответ (+ 1 балл).

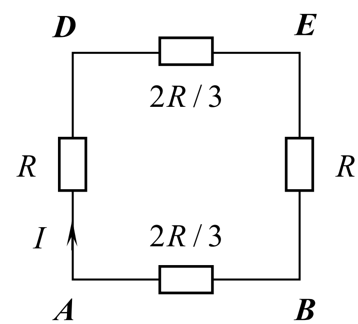
Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 4. Правильная треугольная призма, собранная из девяти одинаковых проволочных отрезков, подключёна к источнику постоянного напряжения за точки A и B. Найдите отношение $x = P/P_{EF}$, где P — тепловая мощность, выделяющаяся на всей призме, а P_{EF} — тепловая мощность, выделяющаяся на отрезке EF.



Возможное решение





Обозначим сопротивление одного отрезка через R и перерисуем призму в виде плоской схемы. Так как при подключении батареи к точкам A и B схема зеркально симметрична относительно прямой, задаваемой отрезком CF, распределение токов также обладает зеркальной симметрией. В частности, токи в ветвях AC и CB одинаковы. Отсюда следует, что по отрезку CF ток не течёт и этот отрезок можно убрать из схемы. Заменяя треугольники ABC и DEF эквивалентными сопротивлениями $2R/3$, получаем простую схему из четырёх сопротивлений. Сопротивление верней ветви $ADEB$ равно $8R/3$. Сила тока I, текущего по этой ветви, равна:

$$I = \frac{V}{8R/3} = \frac{3V}{8R},$$

где V — напряжение, поданное на точки A и B. Напряжение на участке DE:

$$V_{DE} = I \cdot \frac{2R}{3} = \frac{V}{4}.$$

Напряжение на отрезке EF в два раза меньше:

$$V_{EF} = \frac{V}{8}.$$

Тепловая мощность, выделяющаяся на этом отрезке:

$$P_{EF} = \frac{V_{EF}^2}{R} = \frac{V^2}{64R}.$$

Общее сопротивление призмы:

$$R_0 = \frac{(8R/3)\cdot(2R/3)}{(10R/3)} = \frac{8R}{15}.$$

Тепловая мощность, выделяющаяся на призме:

$$P = \frac{V^2}{R_0} = \frac{15V^2}{8R}.$$

Отношение мощностей:

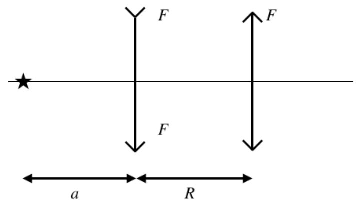
$$x = \frac{P}{P_{EF}} = \frac{15\cdot 64}{8} = 120.$$

Критерии

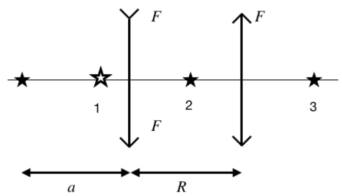
1. Верно получена эквивалентная схема призмы(+1 балл).
2. Верно найдено общее сопротивление призмы (+ 1 балл).
3. Верно найдена мощность, выделяющаяся во все призме (+ 1 балл).
4. Верно найдена мощность, выделяющаяся на участке EF (+ 1 балл).
5. Получен правильный численный ответ (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 5. Оптическая система состоит из источника, находящегося на главной оптической оси, составной линзы и собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Оптические оси составной и собирающей линз совпадают. Верхняя половина составной линзы представляет собой половину рассеивающей линзы с фокусным рассоянием F, нижняя половина – половиной собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Расстояние от объекта до составной линзы $a > F$. Расстояние между линзами равно R. Найдите расстояние от объекта до собирающей линзы, при условии что расстояние между линзами R – максимальное возможное расстояние, при котором система линз формирует два действительных изображения, находящихся на оптической оси. $F = 10$ см, $a = 30$ см.



Возможное решение



Рассмотрим изображения, возникающие в системе с единственной составной линзой.

Половина рассеивающей линзы формирует мнимое изображение 1 (см.рисунок), находящееся левее составной линзы, абсолютное значение расстояния от него до составной линзы b_1 дается формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b_1} = -\frac{1}{F},$$

$$b_1 = \frac{aF}{a+F}.$$

Нижняя половина составной линзы формирует действительное изображение 2 (см.рисунок) правее составной линзы, абсолютное значение расстояния до составной линзы b_2 также находится по формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{F},$$

$$b_2 = \frac{aF}{a-F}.$$

Поместим в систему вторую линзу, расположив ее вплотную к первой линзе. В дальнейшем будем считать, что составная линза зафиксирована на оптической оси, все изменения расстояния между линзами происходят за счет перемещения собирающей линзы вдоль оптической оси.

Расходящийся пучок света, формируемый верхней половиной линзы, не будет фокусироваться в действительное изображение, пока расстояние от изображения 1 до собирающей линзы будет меньше фокусного расстояния F. Сходящийся пучок света, формируемый нижней половиной составной линзы, будет дополнительно фокусироваться собирающей линзой и формировать действительное изображение до тех пор, пока расстояние от собирающей линзы до составной будет меньше b_2.

Найдем расстояние между линзами, при котором собирающая линза начнет фокусировать расходящийся пучок от верхней половины составной линзы в изображение 3. Для этого необходимо, чтобы расстояние от мнимого изображения 1 до собирающей линзы было больше, чем фокусное расстояние собирающей линзы:

$$F < R + b_1 = R + \frac{aF}{a+F},$$

$$R > F - \frac{aF}{a+F} = \frac{F^2}{a+F} = R_1.$$

Сравним расстояния R_1 и b_2, чтобы определить, возможна ли ситуация формирования двух действительных изображений при $R < b_2$:

$$R_1 = \frac{F^2}{a+F} = \frac{aF^2 - F^3}{a^2 - F^2},$$

$$b_2 = \frac{a^2F + aF^2}{a^2 - F^2},$$

$$b_2 - R_1 = \frac{a^2F + F^3}{a^2 - F^2} > 0.$$

Таким образом, возможно формирование двух действительных изображений в системе при $R_1 < R < b_2$. При $R = b_2$ пучок от нижней половины фокусируется в центре собирающей линзы, а пучок от рассеивающей половинки – в некоторой точке, расстояние до которой от собирающей линзы b_3 получим из формулы тонкой линзы:

$$\frac{1}{b_1 + b_2} + \frac{1}{b_3} = \frac{1}{F},$$

$$\frac{1}{b_3} = \frac{1}{F} - \frac{a^2 - F^2}{2a^2F} = \frac{a^2 + F^2}{2a^2F},$$

$$b_3 = \frac{2a^2F}{a^2 + F^2}.$$

Рассмотрим дальнейшее увеличение расстояния от составной до собирающей линзы. При $R > b_2$ пучок от рассеивающей половинки по-прежнему фокусируется в изображение 3. Также в системе присутствует действительное изображение 2. Таким образом, существуют по меньшей мере два действительных изображения.

Однако, в этом случае на собирающую линзу попадает пучок от действительного изображения 2. Собирающая линза будет фокусировать этот пучок в еще одно действительное изображение, когда расстояние от нее до действительного изображения 2 будет больше фокусного расстояния линзы, или:

$$R > b_2 + F = F + \frac{aF}{a - F} = \frac{2aF - F^2}{a - F} = R_2.$$

После этого в системе будет 3 действительных изображения. Найдем расстояния c_1 и c_2 от двух изображений, получаемых собирающей линзой, до собирающей линзы, третье действительное изображение по-прежнему есть изображение 2. При условии $R > R_2$ получим:

$$\frac{1}{b_1 + R} + \frac{1}{c_1} = \frac{1}{F},$$

$$\frac{1}{R - b_2} + \frac{1}{c_2} = \frac{1}{F},$$

$$c_1 = \frac{F(b_1 + R)}{b_1 + R - F},$$

$$c_2 = \frac{F(R - b_2)}{R - b_2 - F}.$$

Ситуация, при которой действительные изображения будут находиться в двух точках возможна только тогда, когда $c_1 = c_2$:

$$\frac{(b_1 + R)}{b_1 + R - F} = \frac{F(R - b_2)}{R - b_2 - F}.$$

Таким образом, получим, что это равенство переходит в $b_2 = -b_1$, что невозможно. Откуда следует, что максимально возможное расстояние между линзами при условии, что действительные изображения находятся в двух точках, равно

$R_{max} = R_2 = \frac{2aF - F^2}{a - F} = 25$ см. Тогда искомое расстояние: $a + R_{max} = 55$ см.

Критерии

1. Указано, что составная линза формирует два изображения, одно из которых мнимое, другое - действительное (+ 1 балл).

2. Найдено положение каждого из изображений от составной линзы (+ 1 балла).

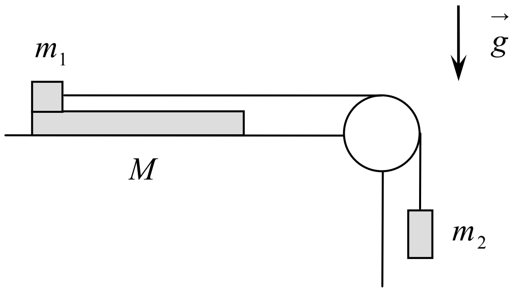
3. Указано, что для формирования действительных изображений в двух точках требуется фокусировка расходящегося пучка от рассеивающей половинки составной линзы (+ 1 балл).

4. Найдено условие на максимальное расстояние между линзами, при превышении которого появляется третье действительное изображение (+ 1 балл).

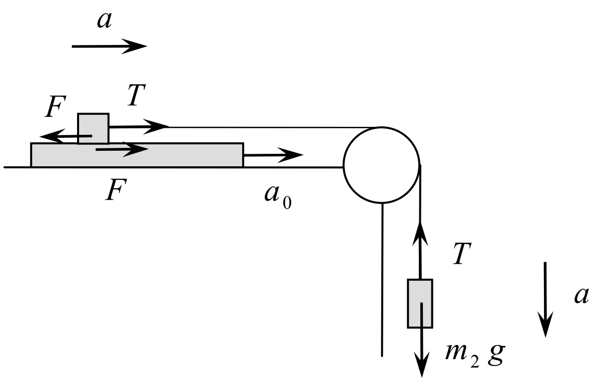
5. Показано, что после превышения максимального расстояние положения двух изображений справа от рассеивающей линзы никогда не совпадают (+ 1 балл).

Максимальная оценка за задачу — 5 баллов.

Задача 1. На гладком горизонтальном столе лежит доска массой $M = 3$ кг и длиной $L = 0{,}8$ м. На краю доски стоит маленький брусок массой $m_1 = 0{,}15$ кг. К бруску привязана длинная невесомая нерастяжимая нить, переброшенная через гладкую трубу, закреплённую на краю стола. К вертикальному концу нити подвешивают груз массой $m_2 = 0{,}05$ кг и отпускают его без толчка. Найдите время τ, за которое брусок соскользнёт с доски. Коэффициент трения скольжения бруска по доске $\mu = 0{,}25$; ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение



Запишем второй закон Ньютона для бруска, груза и доски в неподвижной системе отсчёта, связанной со столом:

$$\begin{aligned} m_1\, a &= T - F\,, \\ m_2\, a &= m_2\, g - T\,, \\ M a_0 &= F\,. \end{aligned}$$

Здесь a — ускорение бруска и груза, a_0 — ускорение доски, T — сила натяжение нити, $F = \mu m_1\, g$ — сила трения скольжения, действующая между бруском и доской. Из этих уравнений находим ускорения:

$$a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2}\, g\,, \quad a_0 = \frac{\mu m_1\, g}{M}\,.$$

Ускорение бруска относительно доски равно:

$$a' = a - a_0 = \frac{M m_2 - \mu m_1\,(m_1 + m_2 + M)}{M\,(m_1 + m_2)}\,.$$

Относительно доски брусок проходит расстояние L. Из этого условия находим время τ:

$$L = \frac{a'\,\tau^2}{2} \quad \longrightarrow \quad \tau = \sqrt{\frac{2L}{a'}} = \sqrt{\frac{2L}{g} \cdot \frac{M\,(m_1 + m_2)}{M m_2 - \mu m_1\,(m_1 + m_2 + M)}} = 1{,}8 \text{ с}$$

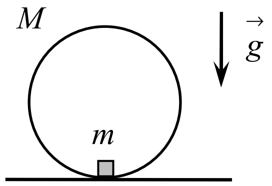
Ответ:

$$\tau = \sqrt{\frac{2L}{g} \cdot \frac{M\,(m_1 + m_2)}{M m_2 - \mu m_1\,(m_1 + m_2 + M)}} = 1{,}8 \text{ с}$$

Критерии

1. Правильно записан второй закон Ньютона для бруска, груза и доски (+3 балла).
2. Правильно найдены ускорения бруска и доски (+2 балла).
3. Правильно рассмотрено относительное движение бруска и доски (+2 балла).
4. Получен правильный буквенный ответ (+2 балла).
5. Получен правильный числовой ответ (+1 балл).

Задача 2. На горизонтальном столе стоит тонкий обруч массой $M = 50$ г и радиусом $R = 0{,}1$ м. Масса обруча равномерно распределена по его длине. К внутренней стороне обруча прикреплён точечный груз массой $m = 4$ г. В положении равновесия груз находится в самой нижней точке обруча. Найдите период T малых колебаний обруча около этого положения. Считайте, что обруч катается по столу без проскальзывания. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение

Рассмотрим сначала вспомогательную задачу о кинетической энергии обруча, катящегося по столу без проскальзывания. Мысленно разобьём обруч на малые элементы и перенумеруем их индексом j. Пусть $\overrightarrow{V}$ — скорость центра обруча относительно стола, m_j — масса элемента с номером j, $\overrightarrow{V_j'}$ — скорость этого элемента относительно центра обруча. Так как относительно центра все элементы движутся по окружности, скорости $\overrightarrow{V_j'}$ направлены по касательной к обручу и одинаковы по абсолютной величине. Обозначим эту абсолютную величину через V'. Так как обруч катится без проскальзывания, мгновенная скорость точки касания обруча со столом равна нулю. Отсюда следует, что

$$V' = V\,.$$

Скорость элемента j относительно стола равна:

$$\overrightarrow{V_j} = \overrightarrow{V} + \overrightarrow{V_j'}\,.$$

Для кинетической энергии обруча имеем:

$$K = \sum_j \frac{m_j V_j^2}{2} = \sum_j \frac{m_j\,(\overrightarrow{V} + \overrightarrow{V_j'}\,)^2}{2} = \sum_j \frac{m_j V^2}{2} + \sum_j m_j \overrightarrow{V}\overrightarrow{V_j'} + \sum_j \frac{m_j V'^2}{2}\,.$$

В силу равенства $V' = V$ первая и последняя суммы одинаковы:

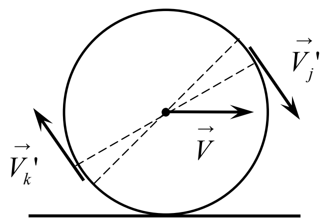
$$\sum_j \frac{m_j V^2}{2} = \sum_j \frac{m_j V'^2}{2} = \left(\sum_j m_j\right)\frac{V^2}{2} = \frac{MV^2}{2}\,.$$

Здесь сумма масс m_j равна массе обруча M. Рассмотрим оставшуюся сумму:

$$\sum_j m_j \overrightarrow{V}\overrightarrow{V_j'} = \overrightarrow{V} \sum_j m_j \overrightarrow{V_j'}\,.$$

Докажем, что эта сумма равна нулю:

$$\sum_j m_j \overrightarrow{V_j'} = 0\,.$$



Для этого разобьём обруч на чётное число одинаковых элементов массой Δm каждый. Тогда

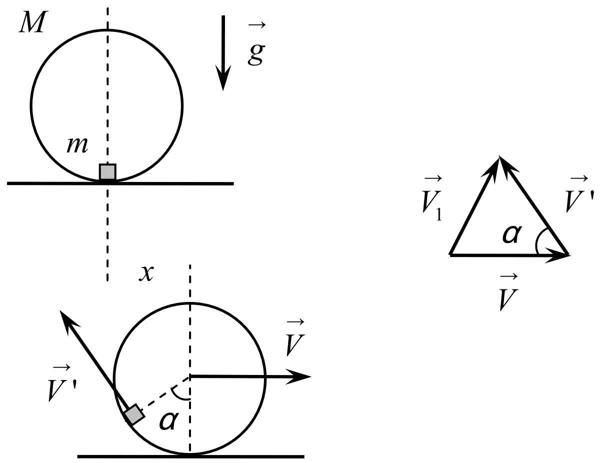
$$\sum_j m_j \overrightarrow{V_j'} = \Delta m \sum_j \overrightarrow{V_j'} .$$

Для каждого элемента j имеется диаметрально противоположный элемент k, скорость которого равна $-\overrightarrow{V_j'}$:

$$\overrightarrow{V_k'} = -\overrightarrow{V_j'} .$$

Поэтому вклад этой пары элементов в рассматриваемую сумму равен нулю. Поскольку все элементы можно сгруппировать в такие пары, то и вся сумма обращается в нуль. Окончательно получаем:

$$K = \frac{MV^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = MV^2 .$$



Перейдём теперь к задаче о колебаниях обруча с грузом. Выведем обруч из положения равновесия, слегка толкнув его вправо и сообщив некоторую энергию E. Так как обруч катится по столу без проскальзывания, энергия сохраняется. Запишем её для промежуточного положения, в котором центр обруча сместился на расстояние x от своего первоначального положения, а все точки обруча повернулись на угол α относительно центра. Пусть $\overrightarrow{V}$ — скорость центра обруча в этом положении, а $\overrightarrow{V}'$ — скорость груза относительно центра. Как и раньше имеем равенство $V' = V$. Скорость груза относительно стола равна:

$$\overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{V} + \overrightarrow{V}' .$$

Её абсолютная величина:

$$V_1 = 2\,V \sin\frac{\alpha}{2} .$$

Принимая потенциальную энергию в положении равновесия за нуль, получаем:

$$E = MV^2 + \frac{mV_1^2}{2} + mgR\,(\,1 - \cos\alpha\,) = MV^2\left(1 + \frac{2m}{M}\sin^2\frac{\alpha}{2}\right) + mgR\,(\,1 - \cos\alpha\,) .$$

Упростим это выражение для малых значений угла α:

$$\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} \ll 1 , \quad 1 + \frac{2m}{M}\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 1 , \quad 1 - \cos\alpha = 2\,\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha^2}{2} ,$$

$$E = MV^2 + \frac{mgR\,\alpha^2}{2} .$$

Обозначим через ω мгновенную угловую скорость вращения обруча вокруг центра. Имеем:

$$V' = \omega R , \quad V' = V \quad \longrightarrow \quad V = \omega R .$$

Пусть $\Delta\,x$ и $\Delta\,\alpha$ — приращения координаты x и угла α за малое время $\Delta\,t$. Тогда

$$\frac{\Delta\,x}{\Delta\,t} = \frac{\Delta\,\alpha}{\Delta\,t}\,R \quad \longrightarrow \quad \Delta\,(\,x - \alpha R\,) = 0 .$$

Отсюда следует, что разность $(x - \alpha R)$ не зависит от времени. Учитывая, что в начальный момент x и α равны нулю, получаем:

$$x = \alpha R \quad \longrightarrow \quad \alpha = \frac{x}{R}\,,$$

$$E = MV^2 + \frac{mg\,x^2}{2R}\,.$$

Это выражение подобно выражению для энергии груза массой m_0, колеблющегося на пружине жёсткости k:

$$E = \frac{m_0 V^2}{2} + \frac{k\,x^2}{2}\,.$$

Период колебаний такого груза равен:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k}}\,.$$

Сделав в этой формуле замену

$$m_0 \to 2M \quad \text{и} \quad k \to \frac{mg}{R}\,,$$

находим период колебаний в нашей задаче:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}} = 3{,}14 \text{ с}\,.$$

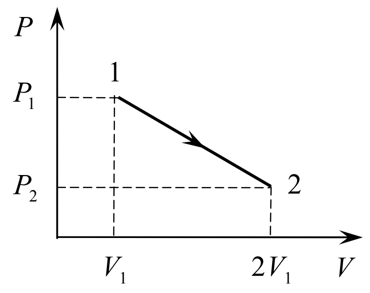
Ответ:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2MR}{mg}} = 3{,}14 \text{ с}$$

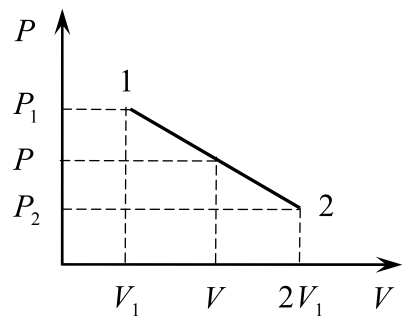
Критерии

1. Правильно записано выражение для кинетической энергии обруча с грузом (+3 балла).
2. Правильно записано выражение для полной механической энергии (+1 балл).
3. Правильно получена связь между смещением обруча и углом его поворота (+2 балла).
4. Получено правильное выражение для энергии при малых смещениях обруча (+1 балл).
5. Получен правильный буквенный ответ (+2 балла).
6. Получен правильный числовой ответ (+1 балл).

Задача 3. Один моль идеального одноатомного газа переводят из начального состояния 1 с давлением P_1 и объёмом V_1 в конечное состояние 2 с давлением $P_2 < P_1$ и объёмом $2\,V_1$. На диаграмме $P-V$ процесс перехода изображается прямолинейным отрезком, соединяющим точки 1 и 2. Найдите минимальное значение конечного давления P_2 , при котором в рассматриваемом процессе газ не будет отдавать тепло.



Возможное решение



Обозначим через P и V давление и объём газа в промежуточном состоянии. На отрезке $1-2$ эти величины связаны линейным соотношением:

$$P = P_1 + \frac{P_2 - P_1}{V_1}\,(\,V - V_1\,)\,.$$

Введём безразмерную переменную x:

$$x = \frac{V - V_1}{V_1}\,.$$

При изменении объёма от V_1 до $2\,V_1$ переменная x меняется от 0 до 1. На отрезке $1-2$ имеем:

$$P = P_1 + (\,P_2 - P_1\,)\,x = P_1\,\left[\,1 - (\,1 - \alpha\,)\,x\,\right]\,.$$

Выразим подведённое к газу количество теплоты Q как функцию x. Для этого запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta\,U + A\,.$$

Пусть T_1 и T — температуры газа в начальном и промежуточном состояниях. Тогда приращение внутренней энергии газа равно:

$$\Delta\,U = \frac{3}{2}\,R\,T - \frac{3}{2}\,R\,T_1 = \frac{3}{2}\,(\,PV - P_1V_1\,)\,.$$

Подставляя сюда выражение для P, получаем:

$$\Delta\,U = \frac{3}{2}\,P_1V_1\,x\,\left[\,\alpha - (\,1 - \alpha\,)\,x\,\right]\,.$$

Работу газа A вычислим как площадь трапеции:

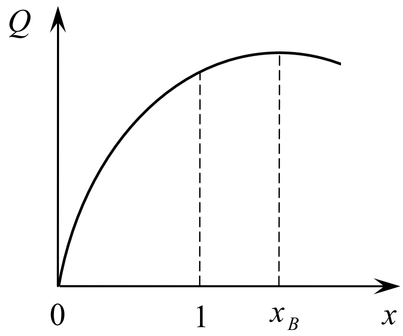
$$A = \frac{1}{2}\,(\,P + P_1\,)\,(\,V - V_1\,) = \frac{1}{2}\,P_1V_1\,x\,\left[\,2 - (\,1 - \alpha\,)\,x\,\right]\,.$$

Для количества теплоты получаем:

$$Q = \frac{1}{2} P_1 V_1 \left[(3\alpha + 2) x - 4 (1 - \alpha) x^2 \right] .$$

График зависимости Q от x представляет собой параболу. Так как $\alpha < 1$, ветви параболы направлены вниз. Координата вершины x_B равна:

$$x_B = \frac{3\alpha + 2}{8(1 - \alpha)} .$$



Газ не будет отдавать тепло, если все значения x из промежутка $[0, 1]$ соответствуют восходящей ветви параболы. В этом случае

$$x_B \geq 1 .$$

Отсюда получаем ограничение на величину параметра α:

$$\frac{3\alpha + 2}{8(1 - \alpha)} \geq 1 \quad \longrightarrow \quad \alpha \geq \frac{6}{11} .$$

Минимальное значение α равно:

$$\alpha = \frac{6}{11} .$$

Оно соответствует равенству $x_B = 1$.

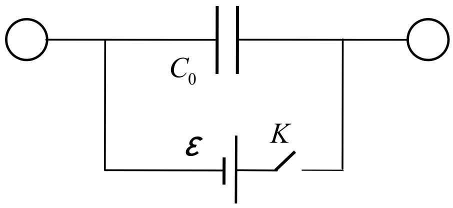
Ответ:

$$\alpha = \frac{6}{11} .$$

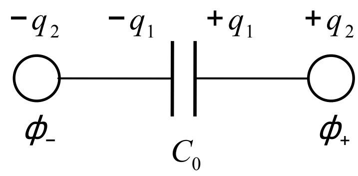
Критерии

1. Правильно записана зависимость давления от объёма (+1 балл).
2. Правильно записано первое начало термодинамики (+1 балл).
3. Получены правильные выражения для приращения внутренней энергии, работы газа и количества теплоты (+4 балла).
4. Исследована зависимость количества теплоты от объёма (+2 балла).
5. Правильно сформулировано условие того, что тепло не отводится (+1 балла).
6. Получен правильный ответ (+1 балл).

Задача 4. При помощи длинных тонких проводов обкладки плоского конденсатора ёмкостью $C_0 = 3{,}5$ пФ присоединены к двум одинаковым металлическим шарикам радиуса $R = 2{,}7$ см (каждая обкладка присоединена к одному шарику). Вся система подключена к батарее с ЭДС $\varepsilon = 12$ В через ключ K. Сначала ключ разомкнут, конденсатор и шарики не заряжены. Найдите количество теплоты Q, выделившееся в цепи после замыкания ключа. Считайте, что $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ м/Ф .



Возможное решение



В задаче рассматривается сложный конденсатор, обкладками которого являются пластины плоского конденсатора, соединённые с шариками. Найдём ёмкость C этого конденсатора. Поместим на обкладки заряды $\pm q$. Потенциал положительной обкладки обозначим через φ_+ , потенциал отрицательной через φ_- . Ёмкость конденсатора равна:

$$C = \frac{q}{V}\,,$$

где V — напряжение на конденсаторе:

$$V = \varphi_+ - \varphi_-$$

Пусть заряды на пластинах плоского конденсатора равны $\pm q_1$, а заряды на шариках $\pm q_2$. Пренебрегая зарядами на соединительных проводах, имеем:

$$q = q_1 + q_2\,.$$

Каждая обкладка сложного конденсатора представляет собой единый проводник, потенциал которого одинаков во всех его точках. Поэтому потенциалы пластин плоского конденсатора равны $\varphi_\pm$ и напряжение на плоском конденсаторе равно V . Тогда заряд q_1 равен:

$$q_1 = C_0 V\,,$$

Потенциалы шариков также равны $\varphi_\pm$. Так как шарики и пластины расположены далеко друг от друга, то

$$\varphi_\pm = \pm\frac{kq_2}{R} \quad \to \quad V = \frac{2kq_2}{R} \quad \to \quad q_2 = \frac{VR}{2k}\,.$$

Окончательно получаем:

$$q = C_0 V + \frac{VR}{2k} = \left(C_0 + \frac{R}{2k}\right)V \quad \to \quad C = \frac{q}{V} = C_0 + \frac{R}{2k}\,.$$

После подлючения конденсатора к батарее на нём устанавливается напряжение ε и заряд $q = C\varepsilon$. Приращенние энергии конденсатора ΔU и работа батареи A равны:

$$\Delta U = \frac{C\varepsilon^2}{2}\,, \quad A = q\varepsilon = C\varepsilon^2\,.$$

Количество теплоты находим из уравнения баланса энергии:

$$A = \Delta U + Q \quad \to \quad Q = A - \Delta U = \frac{C\varepsilon^2}{2} = \left(C_0 + \frac{R}{2k}\right)\frac{\varepsilon^2}{2} = 0{,}36 \text{ нДж}$$

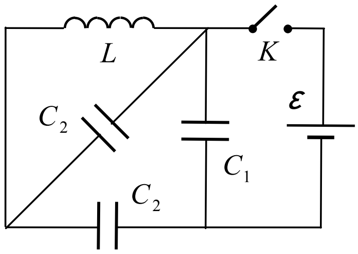
Ответ:

$$Q = \left(C_0 + \frac{R}{2k}\right)\frac{\varepsilon^2}{2} = 0{,}36 \text{ нДж}$$

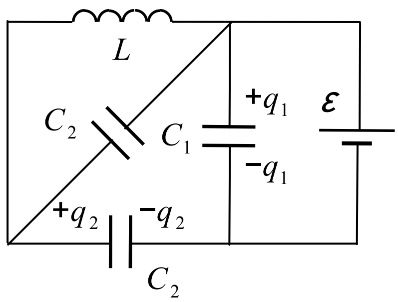
Критерии

1. Правильно найдены заряды шариков и обкладок плоского конденсатора (+2 балла).
2. Правильно найдены потенциалы обкладок (+1 балл).
3. Правильно найдена ёмкость сложного конденсатора (+1 балл).
4. Правильно записано уравнение баланса энергии (+1 балл).
5. Правильно найдены приращение энергии конденсатора и работа батареи (+2 балла).
6. Получен правильный буквенный ответ (+2 балла).
7. Получен правильный числовой ответ (+1 балл).

Задача 5. Электрическая цепь состоит из ключа K, катушки индуктивностью $L = 64$ мкГн, одного конденсатора ёмкостью $C_1 = 0{,}4$ нФ, двух конденсаторов ёмкостью $C_2 = 1{,}2$ нФ и батареи с ЭДС $\varepsilon = 12$ В. Сначала ключ разомкнут и конденсаторы не заряжены. Пренебрегая излучением и сопротивлением всех элементов цепи, найдите максимальное значение I_m тока в катушке после замыкания ключа.



Возможное решение



Поскольку в правом контуре нет индуктивности и сопротивление всех элементов цепи предполагается очень малым, можно считать, что сразу после замыкания ключа на конденсаторах устанавливаются некоторые начальные заряды q_1 и q_2. При этом, из–за действия ЭДС самоиндукции, ток через катушку всё ещё равен нулю. Учитывая, что напряжение на каждом из конденсаторов C_2 равно $\varepsilon/2$, получаем:

$$q_1 = C_1\,\varepsilon\,, \quad q_2 = \frac{C_2\,\varepsilon}{2}\,.$$

После установления на конденсаторах зарядов q_1 и q_2 ток через катушку начинает расти. ЭДС самоиндукции ε_s , возникающая в катушке, пропорциональна скорости изменения тока:

$$\varepsilon_s = -L\,\frac{\Delta\,I}{\Delta\,t}\,.$$

В те моменты времени, когда ток максимален, скорость его изменения обращается в нуль. По этой причине ЭДС самоиндукции также равна нулю, включенный по диагонали конденсатор C_2 не заряжен, и напряжение на каждом из двух оставшихся конденсаторах равно ε . Заряд конденсатора C_1 по–прежнему равен q_1, заряд нижнего конденсатора C_2 равен

$$q'_2 = C_2\,\varepsilon\,.$$

Для того чтобы найти максимальное значение тока в катушке, запишем уравнение баланса энергии:

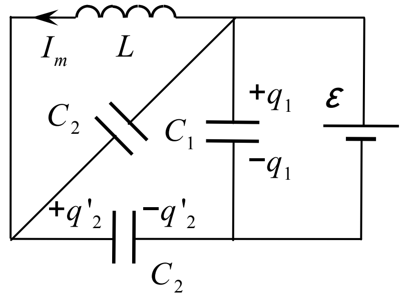
$$A = \Delta\,W + \frac{LI_m^2}{2}\,.$$

Здесь A — работа батареи, $\Delta\,W$ — приращение энергии конденсаторов:

$$\Delta\,W = W_2 - W_1\,,$$

W_1 и W_2 — начальная и конечная энергии. Работа A равна:

$$A = \Delta\,q\,\varepsilon\,,$$



где $\Delta\, q$ — заряд, прошедший через батарею в направлении действия её ЭДС. Так как заряд конденсатора C_1 не изменился, $\Delta\, q$ определяется зарядами отрицательной обкладки нижнего конденсатора C_2. Получаем:

$$-q_2 - \Delta\, q = -q'_2 \quad \to \quad \Delta\, q = q'_2 - q_2 = \frac{C_2\,\varepsilon}{2}\,, \quad A = \frac{C_2\,\varepsilon^2}{2}\,.$$

Для энергий имеем:

$$W_1 = \frac{C_1\,\varepsilon^2}{2} + 2\,\frac{C_2\,(\varepsilon/2)^2}{2} = \frac{C_1\,\varepsilon^2}{2} + \frac{C_2\,\varepsilon^2}{4}\,,$$

$$W_2 = \frac{C_1\,\varepsilon^2}{2} + \frac{C_2\,\varepsilon^2}{2}\,, \quad \Delta\, W = \frac{C_2\,\varepsilon^2}{4}\,.$$

Из полученных соотношений находим ток I_m:

$$\frac{LI_m^2}{2} = A - \Delta\, W = \frac{C_2\,\varepsilon^2}{4} \quad \to \quad I_m = \varepsilon\sqrt{\frac{C_2}{2L}} = 36{,}7 \text{ мА}$$

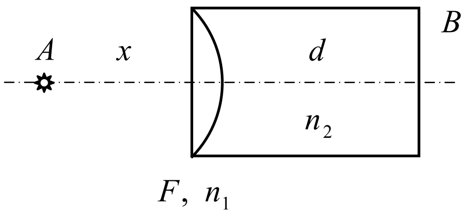
Ответ:

$$I_m = \varepsilon\sqrt{\frac{C_2}{2L}} = 36{,}7 \text{ мА}$$

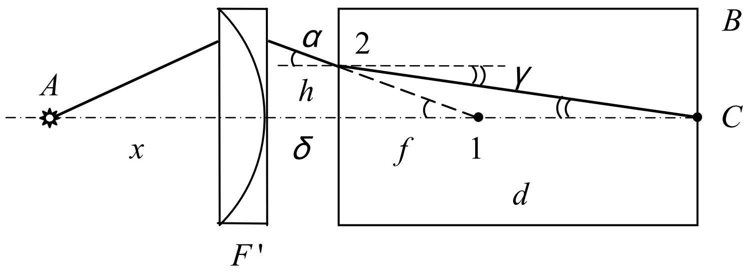
Критерии

1. Правильно найдены начальные заряды конденсаторов (+2 балла).
2. Указано, что при максимальном токе через катушку ЭДС самоиндукции обращается в нуль (+1 балл).
3. Правильно найдены заряды конденсаторов при максимальном токе (+1 балл).
4. Правильно записано уравнение баланса энергии (+1 балл).
5. Правильно найдены приращение энергии конденсаторов и работа батареи (+2 балла).
6. Получен правильный буквенный ответ (+2 балла).
7. Получен правильный числовой ответ (+1 балл).

Задача 6. Левый торец кругового цилиндра закрыт тонкой плосковыпуклой стеклянной линзой, обращённой выпуклой стороной внутрь цилиндра. Главная оптическая ось линзы совпадает с осью цилиндра, фокусное расстояние линзы в воздухе $F = 12$ см, показатель преломления стекла $n_1 = 1{,}8$. Правый торец цилиндра закрыт экраном B, изготовленным из тонкого матового стекла. Расстояние от линзы до экрана $d = 50$ см. Внутри цилиндр заполнен жидкостью с показателем преломления $n_2 = 1{,}4$. Слева от линзы, на её оптической оси, находится точечный источник света A, изображение которого получено на матовом экране. Найдите расстояние x от источника света до линзы.



Возможное решение



Мысленно проведём через вершину стеклянной линзы плоскость, перпендикулярную оси цилиндра. В результате получим систему двух соприкасающихся линз, одна из которых — исходная стеклянная линза, а другая — плосковогнутая рассеивающая линза, заполненная жидкостью. Для того чтобы найти фокусное расстояние F' составной системы в воздухе, воспользуемся тем фактом, что оптические силы соприкасающихся линз складываются:

$$\frac{1}{F'} = \frac{1}{F} - \frac{n_2 - 1}{R}\,.$$

Здесь R — радиус кривизны выпуклой поверхности стеклянной линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{n_1 - 1}{R}\,.$$

Выражая отсюда радиус R и подставляя его в формулу для F', получаем:

$$F' = \frac{(\,n_1 - 1\,)\,F}{n_1 - n_2}\,.$$

Фокусное расстояние F' положительно. Поэтому рассмотренная составная линза является собирающей.

Пусть луч света, испущенный источником A вдоль оси цилиндра, попадает в точку C экрана. Рассмотрим произвольный луч, испущенный под малым углом к оси. Требуется подобрать расстояние x между источником и стеклянной линзой так, чтобы этот луч также попал в точку C. Тогда точка C будет изображением источника.

Будем считать, что составная линза отделена от цилиндра с жидкостью тонким воздушным зазором шириной δ. В конечных результатах эту ширину следует положить равной нулю. Рассмотрим прохождение луча через составную линзу. Если бы за линзой не было жидкости, то луч пересёк бы ось цилиндра в точке 1. Обозначим расстояние от линзы до этой точки через f и запишем формулу линзы:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F'}\,.$$

Рассмотрим дополнительное преломление луча в точке 2, лежащей на плоской границе раздела воздух–жидкость. Обозначим через α и γ углы падения и преломления. По закону преломления имеем:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_2\,.$$

Угол α следует считать малым, поскольку только в этом случае справедлива стандартная формула линзы. Из закона преломления следует, что угол γ также мал. Заменяя синусы на углы, получаем:

$$\alpha = n_2\gamma\,.$$

Обозначим через h расстояние от точки 2 до оси цилиндра. Тогда

$$\alpha \approx \mathrm{tg}\alpha = \frac{h}{f-\delta}\,, \quad \gamma \approx \mathrm{tg}\gamma = \frac{h}{d} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{f-\delta} = \frac{n_2}{d}\,.$$

Полагая $\delta = 0$ и подставляя $1/f$ в формулу линзы, находим расстояние x:

$$x = \frac{(\,n_1-1\,)\,Fd}{(\,n_1-n_2\,)\,d - n_2\,(\,n_1-1\,)\,F} = 73 \text{ см}$$

Ответ:

$$x = \frac{(\,n_1-1\,)\,Fd}{(\,n_1-n_2\,)\,d - n_2\,(\,n_1-1\,)\,F} = 73 \text{ см}$$

Критерии

1. Исходная стеклянная линза заменена составной линзой (+2 балла).
2. Правильно найдено фокусное рассстояние составной линзы (+2 балла).
3. Правильно записана формула линзы (+1 балл).
4. Правильно рассмотрено преломление на плоской границе (+2 балла).
5. Получен правильный буквенный ответ (+2 балла).
6. Получен правильный числовой ответ (+1 балл).