Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8. 10 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Найдите корень уравнения

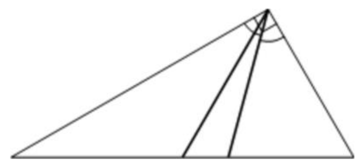
$\log_{81} 3^{2x-6} = 2.$

Ответ: ___________________________.

2 В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

Ответ: ___________________________.

3 Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ___________________________.

4

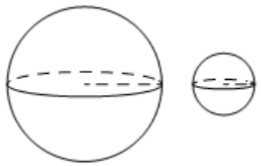
Найдите значение выражения

$$\frac{-6\sin 374^\circ}{\sin 14^\circ}.$$

Ответ: ___________________________.

5

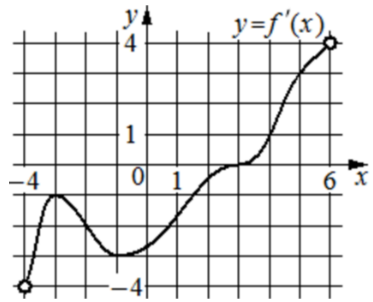
Дано два шара. Радиус первого шара в 2 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



Ответ: ___________________________.

6

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 6)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x$ или совпадает с ней.



Ответ: ___________________________.

7

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика H (в м) вычисляется по формуле $H = \frac{{v_0}^2}{4g}(1 - \cos\alpha)$, где $v_0 = 26$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α мячик пролетит над стеной высотой 7,45 м на расстоянии 1 м? Ответ дайте в градусах.

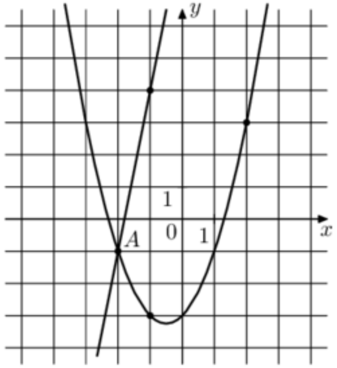
Ответ: ___________________________.

8

Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 24 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 34 часа после отправления из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: ___________________________.

9 На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Ответ: ___________________________.

10 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: ___________________________.

11 Найдите наименьшее значение функции

$y = (2x + 15) \cdot e^{2x+16}$ на отрезке $[-12; -2]$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

13 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B, а на окружности другого основания – точки B_1 и C_1, причём BB_1 − образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.
б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1, если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.

14 Решите неравенство

$(5x - 13) \cdot \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 10) \geq 0.$

15 Геннадий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий.

Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Геннадий платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, - 200 рублей.

Геннадий готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

16 Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудалённой от вершин B и D.

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30°$.
б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM, если $BC = 9$.

17 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a-5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

18 а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?
б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.
в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	7
2	0,08
3	31
4	-6
5	4
6	5
7	60
8	756
9	39
10	0,039
11	-1
12	а) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n;\ n\in Z$ б) $-\frac{13\pi}{6};\ -\frac{17\pi}{6};\ -\frac{19\pi}{6}$
13	$\operatorname{arctg}\frac{2}{3}$
14	$(2{,}5; 2{,}6]\cup(3;+\infty)$
15	90
16	$\frac{3\sqrt{21}}{14}$
17	$(-\infty;-3)\cup(-3;0)\cup\left(3;\frac{25}{8}\right)$
18	а) нет б) 234567 в) 12

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

12

Задание с развернутым ответом

а) Решите уравнение

$$9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

Номер: 4485

Источники:
FIPI (новый банк)
Ященко 2016 (36 вар)
Семёнов 2015
Основная волна (Резерв) 2019
Основная волна 2017
Досрочная волна 2014

а) $9^{\sin x} + \frac{1}{9^{\sin x}} = \frac{10}{3} \quad \Big| \cdot 9^{\sin x}$

$(9^{\sin x})^2 - \frac{10}{3} \cdot 9^{\sin x} + 1 = 0$

Пусть $9^{\sin x} = t$

$t^2 - \frac{10}{3} \cdot t + 1 = 0 \quad \Big| \cdot 3$

$3t^2 - 10t + 3 = 0$

$D = 100 - 36 = 64$

$t = \frac{10 \pm 8}{6}$

$t_1 = 3$

$t_2 = \frac{1}{3}$

$9^{\sin x} = 3^1$

$3^{2\sin x} = 3^1$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$9^{\sin x} = 3^{-1}$

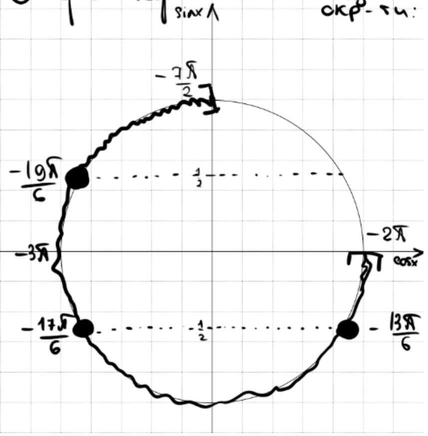
$3^{2\sin x} = 3^{-1}$

$\sin x = -\frac{1}{2}$

$\sin x = \pm\frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n;\ n \in Z$

б) Отберём корни с помощью окр-ти:



$x = -3\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{19\pi}{6}$

$x = -3\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{17\pi}{6}$

$x = -2\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{13\pi}{6}$

Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$ б) $-\frac{19\pi}{6};\ -\frac{17\pi}{6};\ -\frac{13\pi}{6}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13

Задание с развернутым ответом

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B, а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1, причём BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1, если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.

Номер: 5081

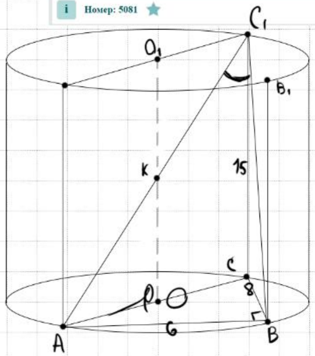
Источники:
FIPI (новый банк)
Основная волна 2018

ТЕОРЕМА О ТРЁХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ

Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной

ТЕОРЕМА, ОБРАТНАЯ ТТП

Прямая, проведённая в плоскости и перпендикулярная наклонной, перпендикулярна и проекции наклонной на эту плоскость



а) Пусть CC_1 — обр. цил.

$\angle ABC = 90°$ (опир. на диаметр)

BC — проекция

BC_1 — наклонная

$\Rightarrow \angle ABC_1 = 90°$ (ТТП)

б) ① $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

② $\angle AC_1C$ — искомый

$tg\angle AC_1C = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

$\angle AC_1C = arctg\left(\frac{2}{3}\right)$

Ответ: $arctg\left(\frac{2}{3}\right)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

14 Решите неравенство
$(5x-13)\cdot\log_{2x-5}(x^2-6x+10)\geq 0.$

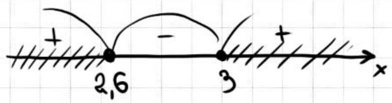
Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Ященко 2018
Досрочная волна 2016

МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
БЫЛО	СТАЛО
$\log_a f-\log_a g$	$(a-1)(f-g)$
a^f-a^g	$(a-1)(f-g)$
$\lvert f\rvert-\lvert g\rvert$	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f}-\sqrt{g}$	$(f-g)$

$(5x-13)\cdot\left(\log_{2x-5}(x^2-6x+10)-\log_{2x-5}1\right)\geq 0$

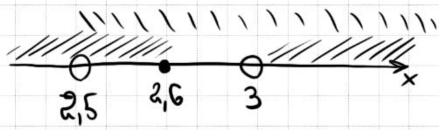
$$\begin{cases} ① (5x-13)(2x-5-1)\cdot(x^2-6x+10-1)\geq 0 \\ ② 2x-5>0 \\ ③ 2x-5\neq 1 \\ ④ x^2-6x+10>0 \end{cases}$$

① $(5x-13)\cdot(2x-6)\cdot(x^2-6x+9)\geq 0$



② $x>2{,}5$ ③ $x\neq 3$ ④ $x^2-6x+10>0$
$D<0$
x – любое

Найдём пересечение:



Ответ: $(2{,}5;2{,}6]\cup(3;+\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 Геннадий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий.

Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Геннадий платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, - 200 рублей.

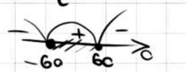
Геннадий готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Источники:
Ященко 2018
Основная волна (Резерв) 2017
Досрочная волна (Резерв) 2015

	часы	единицы товара
I	x^2	x
II	y^2	y

① $x^2\cdot 25\cancel{0}+y^2\cdot 20\cancel{0}=900\,00\cancel{0}$
Выразим y
$20y^2=90000-25x^2 \quad |:20$
$y^2=4500-\frac{5}{4}x^2$
$y=\sqrt{4500-\frac{5}{4}x^2}$

ОДЗ: $\begin{cases} x\geq 0 \\ 4500-\frac{5}{4}x^2\geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x\geq 0 \\ 3600-x^2\geq 0 \end{cases}$



$\Rightarrow x\in[0;60]$

② $x+y_{\text{наиб}}$ – ?

$f(x)=\left(x+\sqrt{4500-\frac{5}{4}x^2}\right)_{\text{наиб}}$

$f'(x)=1+\dfrac{1\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)\cdot \cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{4500-\frac{5}{4}x^2}}=0$

$1=\dfrac{5x}{4\sqrt{4500-\frac{5}{4}x^2}}$

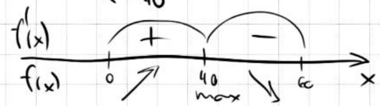
$4\sqrt{4500-\frac{5}{4}x^2}=5x \quad |^2$

$16\cdot\left(4500-\frac{5}{4}x^2\right)=25x^2 \quad |:16$

$4500-\frac{5}{4}x^2=\frac{25}{16}x^2$

$\overset{100}{\cancel{4500}}=\frac{45}{16}x^2 \quad |:45$

$x^2=1600$
$x=40$



$f(40)=40+\sqrt{4500-\frac{5}{4}\cdot 1600}=90$

Ответ: 90

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220221

16

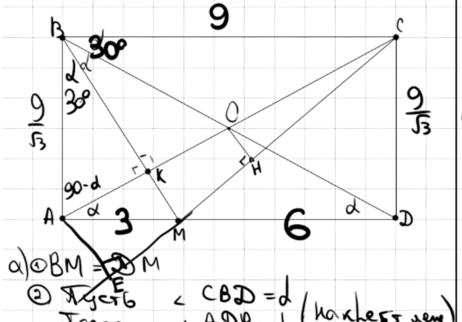
Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудалённой от вершин B и D.

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM, если $BC = 9$.

FAAE63

Источники:
FIPI (старый банк)
СтатГрад 11.03.2020
СтатГрад 24.01.2019
СтатГрад 06.03.2017
Досрочная волна (Резерв) 2016



а) ① $BM = DM$
② Пусть $\angle CBD = \alpha$. Тогда $\angle ADB = \alpha$ (накрест леж.)
$\angle OAD = \alpha$ ($\triangle AOD$ – р/б)
$\angle DBM = \alpha$ ($\triangle DBM$ – р/б)
$\angle BAK = 90 - \alpha$
$\angle ABK = 180 - 90 - (90 - \alpha) = \alpha$
$\Rightarrow \angle ABM = \angle DBC = \angle MBD = 30^\circ$

б) OH - ? ① Пусть AE – высота $\triangle ACM$. Тогда
$OH = \frac{1}{2} \cdot h_{\triangle ACM}$ (OH – ср. линия $\triangle CAE$)

$S_{\triangle CAM} = \frac{1}{2} \cdot CM \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AM \cdot \sin\alpha$

② Найдём AC:
$\triangle BCD$: $\cos 30^\circ = \frac{9}{BD}$ $\quad BD = \frac{2 \cdot 9}{\sqrt{3}} = AC$

$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{CD}{9}$ $\quad CD = 9 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}}$

③ Найдём AM:
$\triangle ABM$: $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{AM}{\frac{9}{\sqrt{3}}}$ $\quad AM = \frac{9}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$

④ Найдём CM:
$\triangle CDM$: $CM = \sqrt{\frac{81}{3} + 36} = \sqrt{63}$

⑤ $\sqrt{63} \cdot AE = \frac{18}{\sqrt{3}} \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$

$AE = \frac{18 \cdot \cancel{3}}{\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \cancel{3}\sqrt{7}} = \frac{9}{\sqrt{21}} \cdot \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = \frac{9\sqrt{21}}{21} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$

$OH = \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{21}}{7} = \frac{3\sqrt{21}}{14}$

ОТВЕТ: $\frac{3\sqrt{21}}{14}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

17

Задание с развернутым ответом

Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений
$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a-5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$
имеет ровно четыре различных решения.

Номер: 5198

Источники:
FIPI (новый банк)
Основная волна 2018

Упростим второе ур-е системы:
$x^2 + y - xy - x = 0$
$x \cdot (x-y) - (x-y) = 0$
$(x-y) \cdot (x-1) = 0$
$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = y \end{array}\right.$

Получаем $\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a-5) \cdot x + 2ay + 1 = 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = y \end{array}\right. \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ ① \ a + ay^2 - 2a + 5 + 2ay + 1 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = y \\ ② \ ay^2 + ay^2 - \cancel{2ay} + 5y + \cancel{2ay} + 1 = 0 \end{cases} \end{array}\right.$

Если $a = 0$, то $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ 6 = 0 \end{cases} \quad \varnothing \\ \begin{cases} x = y \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases} \quad (-\frac{1}{5}; -\frac{1}{5}) \end{array}\right.$

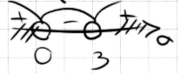
$\Rightarrow$ при $a = 0$ получаем 1 решение сис-мы

$\Rightarrow a \neq 0$

Если $a \neq 0$, то квадратные ур-я ① и ② должны иметь каждое по 2 различных реш. И $(1;1)$ не должно явл-ся реш. с-мы

$\begin{cases} ③ \ D_① > 0 \\ ④ \ D_② > 0 \\ ⑤ \ a \cdot 1^2 + a \cdot 1^2 - (2a-5) \cdot 1 + 2a \cdot 1 + 1 \neq 0 \end{cases}$

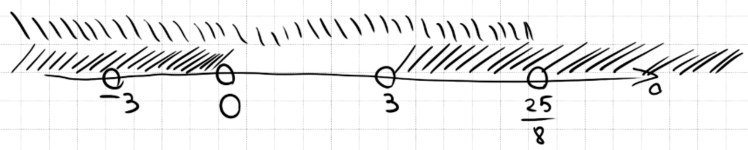
③ $ay^2 + 2ay + 6 - a = 0$
$D_① > 0$
$4a^2 - 4a(6-a) > 0$
$8a^2 - 24a > 0$
$8a \cdot (a-3) > 0$



④ $2a \cdot y^2 + 5y + 1 = 0$
$D_② > 0$
$25 - 8a > 0$
$8a < 25$
$a < \frac{25}{8}$

⑤ $2a \neq -6$
$a \neq -3$

Найдём пересечение:



ОТВЕТ: $(-\infty; -3) \cup (-3; 0) \cup (3; \frac{25}{8})$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 220221

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18

а) Существует ли конечная арифметическая прогрессия, состоящая из пяти натуральных чисел, такая, что сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 99?

б) Конечная арифметическая прогрессия состоит из шести натуральных чисел. Сумма наибольшего и наименьшего членов этой прогрессии равна 9. Найдите все числа, из которых состоит эта прогрессия.

в) Среднее арифметическое членов конечной арифметической прогрессии, состоящей из натуральных чисел, равно 6,5. Какое наибольшее количество членов может быть в этой прогрессии?

6762F0

Источники:
FIPI (старый банк)
Основная волна 2014

а) a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 (a_1+d, a_1+2d, a_1+3d, a_1+4d)

1 способ

$a_1+a_5=99$
$a_1+a_1+4d=99$
$2a_1+4d=99$
чётное = нечётному
невозможно

2 способ

$a_1+a_5=99$
$S_5=\frac{a_1+a_5}{2}\cdot 5=247{,}5$
$\Rightarrow$ не сущ., т.к. сумма пяти нат. чисел д.б. целой

б) a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 ($a_6=a_1+5d$)

$a_1+a_6=9$
$a_1+a_1+5d=9$
$2a_1+5d=9$
$a_1=2$, $d=1$ – единств. реш. в нат. числах
$\Rightarrow$ 2 3 4 5 6 7

в) $\text{Ср.арифм.}=\frac{\text{Сумма всех чисел}}{\text{кол-во чисел}}=6{,}5$

$\Rightarrow$ Сумма всех чисел $=6{,}5\cdot n$

$\frac{a_1+a_n}{2}\cdot \cancel{n}=6{,}5\cdot\cancel{n}$

$a_1+a_n=13$

$a_{1\,min}=1$ тогда $a_n=12$
$\Rightarrow n_{min}=12$

Приведём пример:
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Ответ:	
	а) нет
	б) 2 3 4 5 6 7
	в) 12

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта *а*; – обоснованное решение пункта *б*; – искомая оценка в пункте *в*; – пример в пункте *в*, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <…> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.