

**Олимпиада "Курчатов" по математике, 2021-2022 год,  
отборочный этап, 8-9 классы**

**№ 1**

Алина загадала пятизначное число, состоящее из цифр 1, 2, 3, 4, 5 (каждая цифра встречается в числе ровно один раз), а Полина пытается это число угадать.

Между девочками состоялся следующий диалог:

- Полина: «Ты загадала число 12345?»
- Алина: «Нет, но моё число совпадает с 12345 ровно в трёх разрядах».
- Полина: «Может быть, ты загадала число 45213?»
- Алина: «А вот с 45213 моё число совпадает ровно в двух разрядах».

Какое число загадала Алина?

Число

**№ 2**

Дан треугольник  $ABC$ . Точки  $K$  и  $L$  – середины сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Оказалось, что биссектрисы углов  $AKL$  и  $CLK$  пересекаются на отрезке  $AC$ . Найдите длину отрезка  $AC$ , если известно, что  $AB = 17$  и  $BC = 24$ .

Число

### № 3

Миша купил несколько фруктов: яблок и апельсинов. Оказалось, что если бы он купил вдвое больше яблок, апельсинов всё равно было бы больше. А если бы он купил вдвое больше апельсинов, а яблок на 21 больше, то яблок было бы больше. Сколько яблок и сколько апельсинов купил Миша, если суммарно их было больше 18?

яблок

апельсинов

### № 4

На доске написан квадратный трёхчлен  $P(x)$ . Ваня заметил, что

- если из  $P(x)$  вычесть  $x^2$ , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из  $P(x)$  вычесть  $x$ , то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень;
- если из  $P(x)$  вычесть 1, то получится квадратный трёхчлен, имеющий ровно один действительный корень.

Найдите  $P(12)$ .

Число

### № 5

Артём загадал натуральное число  $N \leq 11$ . Вася может назвать натуральное число  $M$ , после чего Артём сообщит ему, чему равен наибольший общий делитель чисел  $M$  и  $N$ . Найдите наименьшее возможное значение  $M$ , при котором Вася по такому ответу гарантированно сможет узнать число  $N$ .

Число

### № 6

В каждой клетке полоски  $1 \times 55$  стоит либо плюс, либо минус. Таня выбирает любые три клетки и меняет три знака в них на противоположные. А Саша выбирает любые три последовательных клетки и меняет три знака в них на противоположные.

Изначально во всех клетках стояли минусы. Таня и Саша делают ходы по очереди, начинает Таня. Какого наибольшего количества плюсов может добиться Таня после какого-нибудь своего хода?

Число