

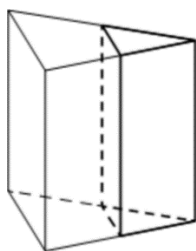


4 Найдите значение выражения

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13.$$

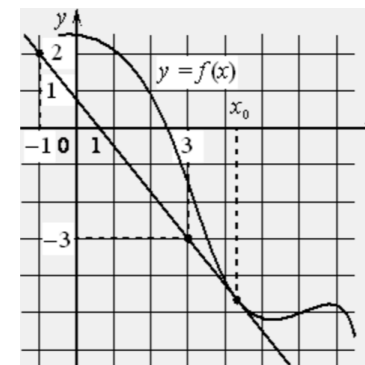
Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 75. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями  $u$  и  $v$  (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала  $f$  (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле  $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ , где  $f_0 = 170$  Гц – частота исходного сигнала,  $c$  – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 2$  м/с и  $v = 17$  м/с – скорости приёмника и источника относительно среды. При какой скорости  $c$  распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет равна 180 Гц? Ответ дайте в м/с.

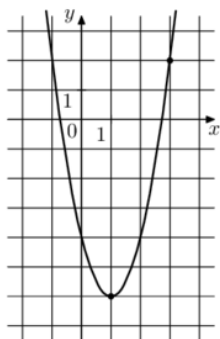
Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 384 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 48 часов. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**9** На рисунке изображён график функции  $f(x) = ax^2 - 4x + c$ . Найдите  $f(-3)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 70% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 65% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Найдите точку минимума функции

$$y = 1,5x^2 - 30x + 48 \cdot \ln x + 4.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**12** а) Решите уравнение

$$4\sin^2 x = \operatorname{tg} x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\pi; 0]$ .

**13** Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 6. Точки  $K, L$  и  $M$  – центры граней  $ABCD, AA_1 D_1 D$  и  $CC_1 D_1 D$  соответственно.

- а) Докажите, что  $B_1 KLM$  – правильная пирамида.
- б) Найдите объём  $B_1 KLM$ .

**14** Решите неравенство

$$\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \leq 1.$$

**15** В июле планируется взять кредит на сумму 6 409 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?



**16** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $AB = 7$ ,  $BC = 24$ ,  $CD = 15$ ,  $AD = 20$  и  $AC = 25$ .

- а) Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  вписанный.
- б) Найти косинус угла между его диагоналями.

**17** При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

**18** Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 10 раз больше, либо в 10 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3024.

- а) Может ли последовательность состоять из двух членов?
- б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**



**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	8
2	0,375
3	4,5
4	6
5	37,5
6	-1,25
7	340
8	20
9	26
10	0,5
11	8
12	а) $\pi n, \frac{\pi}{12} + \pi n, \frac{5\pi}{12} + \pi n; n \in Z$ б) $0; -\pi; -\frac{7\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}$
13	18
14	$[2; 3)$
15	3 817 125 руб.
16	0,6
17	$(-3; +\infty) \setminus \{0; 2; 6; 12\}$
18	а) нет б) да, 252, 2520, 252 в) 549

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий  
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

**Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.**

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



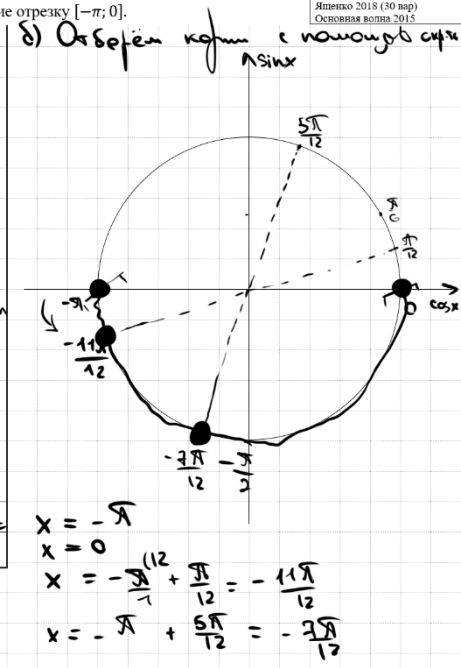
12 а) Решите уравнение

$$4\sin^2 x = \operatorname{tg} x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\pi; 0]$ .

а)  $\frac{4\sin^2 x - \operatorname{tg} x}{\cos x} = 0$   
 $\frac{4\sin^2 x \cdot \cos x - \sin x}{\cos x} = 0$   
 $\frac{\sin x \cdot (4\sin x \cos x - 1)}{\cos x} = 0$   
 $\sin x = 0 \quad 2 \cdot \sin 2x - 1 = 0 \quad \cos x \neq 0$   
 $x = \pi n \quad \sin 2x = \frac{1}{2} \quad x \in \frac{\pi}{2} + \pi n$   
 $2x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{\pi}{12} + \pi n$   
 $2x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = \frac{5\pi}{12} + \pi n$

ОТВЕТ: а)  $\pi n, \frac{\pi}{12} + \pi n, \frac{5\pi}{12} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-\pi; 0; -\frac{2\pi}{12}; -\frac{\pi}{12}$



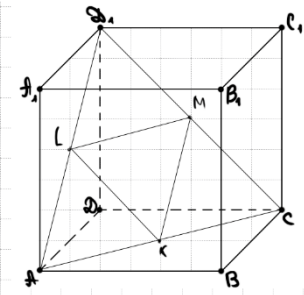
Источники:  
 Ященко 2018 (10 пар)  
 Ященко 2018 (30 пар)  
 Основная волна 2015

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

13 Ребро куба  $ABCD_1A_1C_1D_1$  равно 6. Точки  $K, L$  и  $M$  – центры граней  $ABCD, AA_1D_1D$  и  $CC_1D_1D$  соответственно.

- а) Докажите, что  $B_1KLM$  – правильная пирамида.  
 б) Найдите объем  $B_1KLM$ .

Источники:  
 Основная волна 2017



а) ①  $\triangle ACD_1$  – равност. тр. кат.  
 $LM$  – ср. линия равн. тр. кат.  
 $B_1K = B_1L = B_1M$   
 $\Rightarrow \triangle B_1KLM$  – правильная пирамида (т.к. все ср. линии равност. тр. кат.)

$B_1L, B_1M, B_1K$  – апофемы вправ. п.  
 $\Rightarrow B_1L = B_1M = B_1K$   
 $\Rightarrow B_1KLM$  – правильная пир. г.  
 б) ①  $V_{\text{куба}} = 6^3 = 216$   
 $V_{ACD_1D_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot 6 = 36$   
 $V_{A_1ACB_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot 6 = 36$   
 $V_{CC_1D_1B_1} = 36$   
 $V_{A_1A_1B_1D_1} = 36$   
 ②  $V_{ACD_1B_1} = 216 - 4 \cdot 36 = 72$   
 ③  $V_{B_1KLM} = \frac{1}{4} \cdot V_{ACD_1B_1} = 18$   
 (т.к.  $S_{KLM} = \frac{1}{4} S_{ACD_1}$ )

ОТВЕТ: 18

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



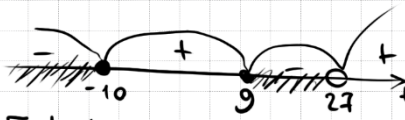
**14** Решите неравенство  $\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \leq 1$ .

**Источники:**  
Досрочная волна 2019

Пусть  $3^x = t$

$$\frac{t^2 + 2t - 117}{t - 27} - \frac{1}{1} \leq 0$$

$$\frac{t^2 + 2t - 117 - t + 27}{t - 27} \leq 0$$

$$\frac{t^2 + t - 90}{t - 27} \leq 0$$


$t \leq -10$   
 $9 \leq t < 27$

**ОТВЕТ:**  $[2, 3)$

$$3^x \leq -10$$

$$3^2 \leq 3^x < 3^3$$

$$2 \leq x < 3$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**15** В июле планируется взять кредит на сумму 6 409 000 рублей. Условия его возврата таковы:  
 - каждый январь долг возрастает на 12,5% по сравнению с концом предыдущего года;  
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

**Источники:**  
Яценко 2018 (10 вар)  
Яценко 2018 (30 вар)  
Яценко 2018  
Яценко 2018  
Семёнов 2015  
Досрочная волна 2015

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

Пусть  $S = 6\,409\,000$   
 $x$  - ежегодный платеж  
 июль - месяц кредита

Дата	Сумма долга
и.р.1	$S$
я	$S$
м	$S - x$
я	$\frac{9}{8}S - \frac{9}{8}x$
м	$\frac{81}{64}S - \frac{9}{8}x - x = 0$

$$\frac{81}{64} \cdot S = \frac{17}{8} \cdot x$$

$$x = \frac{81 \cdot S \cdot 8}{64 \cdot 17} = \frac{81 \cdot 6\,409\,000}{8 \cdot 17} = 10\,125 \cdot 377 = 3\,817\,125$$

**ОТВЕТ:** 3 817 125

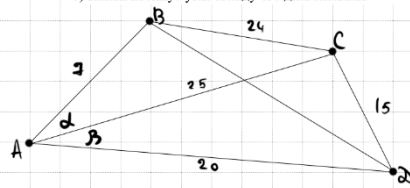
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2





**16** В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известно, что  $AB = 7$ ,  $BC = 24$ ,  $CD = 15$ ,  $AD = 20$  и  $AC = 25$ .

- а) Докажите, что четырёхугольник  $ABCD$  вписанный.  
 б) Найдите косинус угла между его диагоналями.



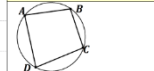
а) Заметим, что в  $\triangle ABC$  и  $\triangle ACD$  в силе теорема Пифагора:  
 $25^2 = 24^2 + 7^2$   
 $25^2 = 20^2 + 15^2$   
 $\Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$   
 $\angle ADC = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$   
 $\Rightarrow ABCD$  - вписанный

ОТВЕТ:  $\frac{3}{5}$ .

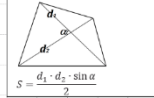
**Источники:**

Досрочная волна (Резерв) 2018  
 Янсенко 2018

**ТЕОРЕМА ПТОЛЕМЕЯ**



$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$   
 (работает только для вписанного четырёхугольника)



1) по т. Птолемея:

$25 \cdot BD = 24 \cdot 20 + 7 \cdot 15$   
 $25BD = 480 + 105$   
 $BD = \frac{117}{5}$

2)  $S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin d}{2} = S_{ABC} + S_{ADC}$

$\frac{25 \cdot \frac{117}{5}}{2} \cdot \sin d = \frac{7 \cdot 24}{2} + \frac{15 \cdot 20}{2}$

$\frac{5 \cdot 117}{2} \cdot \sin d = 84 + 150$   
 $\sin d = \frac{4}{5} \quad \cos d = \frac{3}{5}$   
 $\sin^2 d + \cos^2 d = 1$

**17** При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

1)  $|4x| - x - 3 - a = 0$   
 2)  $x^2 - x - a \neq 0$

Решим уравнение 1)

Если  $x = 0$ , то  $-3 - a = 0$   
 $a = -3$

$\Rightarrow$  при  $a = -3$   $x = 0$  единств. р-е  
 $\Rightarrow a \neq -3$

Если  $x > 0$ , то  $4x - x - 3 - a = 0$   
 $3x = 3 + a$   
 $x = \frac{3+a}{3}$

$x$  должен быть  $> 0$ , поэтому  
 $\frac{3+a}{3} > 0$   
 $3+a > 0$   
 $a > -3$

ОТВЕТ:  $(-3; +\infty) \setminus \{0; 2; 6; 12\}$

**Источники:**

Основная волна 2019  
 Янсенко 2021 (36 вар)  
 Янсенко 2020 (36 вар)

$\Rightarrow$  при  $a > -3$  будет полнит. кор.  
 $x_1 = \frac{a+3}{3}$

Если  $x < 0$ , то  $-4x - x - 3 - a = 0$   
 $5x = -(3+a)$   
 $x = -\frac{3+a}{5}$

$x$  должен быть  $< 0$ , поэтому  
 $-\frac{3+a}{5} < 0$  (1-5)  
 $3+a > 0$   
 $a > -3$

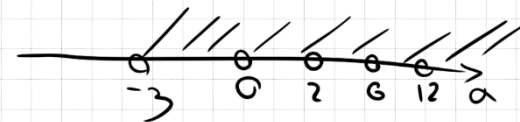
$\Rightarrow$  при  $a > -3$  будет отриц. корень  
 $x_2 = -\frac{3+a}{5}$

При  $a > -3$  получаем полнит.  $x_1$   
 или не отрицат.  $x_2$

Найдём, при каких  $a$   $x_1 = x_2$  удовл. кор-ва 2)  $x^2 - x - a = 0$

Если  $x_1 = \frac{a+3}{3}$ , то  $(\frac{a+3}{3})^2 - \frac{a+3}{3} - a = 0$  |  $\cdot 9$   
 $(a+3)^2 - 3(a+3) - 9a = 0$   
 $a^2 + 6a + 9 - 3a - 9 - 9a = 0$   
 $a^2 - 6a = 0$   
 $a \neq 0 \quad a \neq 6$

Если  $x_2 = -\frac{a+3}{5}$ , то  $(\frac{a+3}{5})^2 + \frac{a+3}{5} - a = 0$  |  $\cdot 25$   
 $(a+3)^2 + 5(a+3) - 25a = 0$   
 $a^2 + 6a + 9 + 5a + 15 - 25a = 0$   
 $a^2 - 14a + 24 = 0$   
 $a \neq 2$   
 $a \neq 12$



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3





Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта $a$ ; – обоснованное решение пункта $b$ ; – искомая оценка в пункте $в$ ; – пример в пункте $в$ , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

**18** Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 10 раз больше, либо в 10 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 3024.

а) Может ли последовательность состоять из двух членов?  
 б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?  
 в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

**Источники:**  
 ЕПР (старый банк)  
 Ященко 2021 (36 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2018 (10 вар)  
 Ященко 2018 (30 вар)

*Хуаеб X - первая член посл-ти*

а) ①  $X + 10X = 3024$   
 $11 \cdot X = 3024$   
 $X \notin \mathbb{N}$

②  $X + 0,1X = 3024$   
 $1,1X = 3024$   
 $11X = 30240$   
 $X \notin \mathbb{N}$   
 $\Rightarrow$  не может

б) ①  $X + 10X + 100X = 3024$   
 $111X = 3024$   
 $X \notin \mathbb{N}$

②  $X + 10X + X = 3024$   
 $12X = 3024$   
 $X = 252$

**252 2520 252**

$\Rightarrow$  га

в) Ищем по формулам 1 и 10

①  $1 \cdot 10 \quad 1 \cdot 10 \quad 1 \cdot 10 \quad + \dots + 1 = 3024$   
 $n \cdot 11 + 1 = 3024$   
 $n \cdot 11 = 3023$   
 $\emptyset$

②  $1 \cdot 10 \quad 1 \cdot 10 \quad 1 \cdot 10 \quad + \dots + 1 + 10 = 3024$   
 $n \cdot 11 = 3024$   
 $\emptyset$

$274 \text{ пар} +$

③  $10 \cdot 1 \quad 10 \cdot 1 \quad 10 \cdot 1 \quad + \dots + 10 = 3024$   
 $n \cdot 11 + 10 = 3024$   
 $n \cdot 11 = 3014$   
 $n = 274 \text{ пар} + \text{десятка} = 549 \text{ штук}$

④  $10 \cdot 1 \quad 10 \cdot 1 \quad 10 \cdot 1 \quad + \dots + 10 \cdot 1 = 3024$   
 $\emptyset$

**ОТВЕТ:**  
 а) не  
 б) га  
 в) 549

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

