

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2021–2022 уч. г. ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
9 класс**

1. На острове живут красные, жёлтые, зелёные и синие хамелеоны.

- В пасмурный день либо один красный хамелеон меняет окрас на жёлтый цвет, либо один зелёный хамелеон — на синий цвет.
- В солнечный день либо один красный хамелеон меняет окрас на зелёный цвет, либо один жёлтый хамелеон — на синий цвет.

В сентябре было 18 солнечных и 12 пасмурных дней. При этом количество жёлтых хамелеонов увеличилось на 5. На сколько увеличилось количество зелёных хамелеонов?

Ответ: 11.

2. У Дениса есть карточки с числами от 1 до 50. Сколько существует способов выбрать две карточки так, чтобы разность чисел на карточках равнялась 11, а произведение делилось на 5?

Порядок выбранных карточек не важен: например, способ выбора карточек с числами 5 и 16, а также способ выбора карточек с числами 16 и 5 — это один и тот же способ.

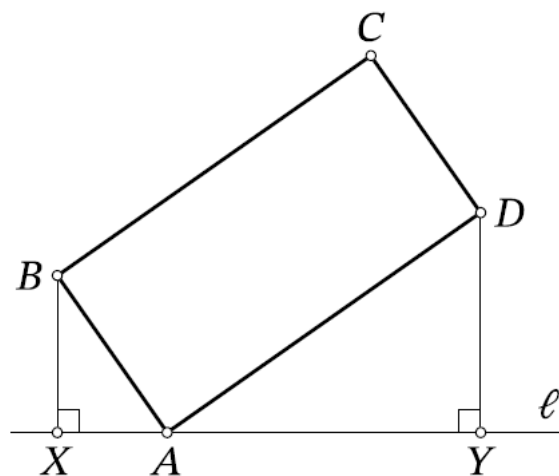
Ответ: 15.

3. Торговцы Андрей и Борис купили по 60 мешков картошки у одного и того же фермера. Все мешки стоили одинаково.

Андрей продал все свои мешки, увеличив их цену на 100 %. Борис же сначала увеличил цену на 60 %, а когда продал 15 мешков, увеличил цену ещё на 40 % и продал остальные 45 мешков. Оказалось, что Борис заработал на 1200 рублей больше Андрея. Сколько рублей стоил один мешок картошки у фермера?

Ответ: 250.

4. Через вершину A прямоугольника $ABCD$ проведена прямая ℓ , как изображено на рисунке. Из точек B и D опущены перпендикуляры BX и DY на прямую ℓ . Найдите длину отрезка XY , если известно, что $BX = 4$, $DY = 10$, $BC = 2AB$.

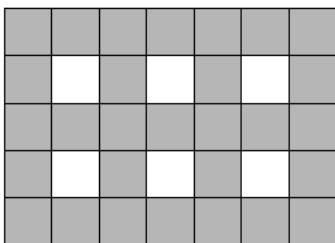


Ответ: 13.

5. У Леонида есть белый клетчатый прямоугольник. Сначала он покрасил в серый цвет все столбцы через один, начиная с самого левого, а затем все строки через одну, начиная с самой верхней. Все клетки, примыкающие к границе прямоугольника, оказались закрашены.

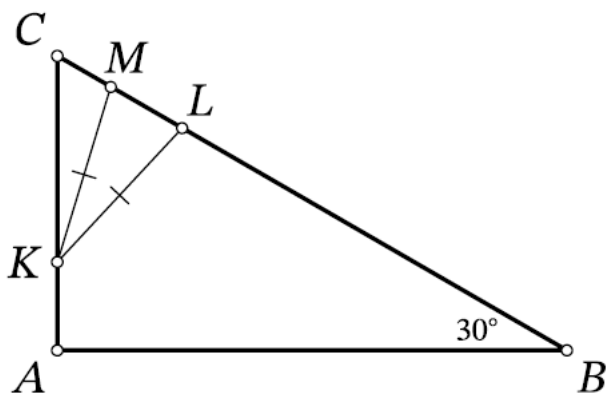
Сколько закрашенных клеток могло получиться в прямоугольнике, если белых клеток осталось 74? Укажите все возможные варианты.

Пример раскраски прямоугольника 5×7 изображён ниже.



Ответ: 301, 373.

6. В треугольнике ABC известны углы $\angle B = 30^\circ$ и $\angle A = 90^\circ$. На стороне AC отмечена точка K , а на стороне BC — точки L и M так, что $KL = KM$ (точка L лежит на отрезке BM). Найдите длину отрезка LM , если известно, что $AK = 4$, $BL = 31$, $MC = 3$.



Ответ: 14.

7. В школьном шахматном турнире участвовали 4 человека: Андрей, Ваня, Дима и Саша. Каждый сыграл дважды с каждым своим соперником. В каждой игре за победу давалось 1 очко, за ничью — 0,5 очков, за поражение — 0 очков.

Известно, что по окончании турнира

- все ребята набрали разное количество очков;
- Андрей занял первое место, Дима — второе, Ваня — третье, Саша — четвёртое;
- Андрей одержал столько же побед, сколько и Саша.

Сколько очков набрал каждый из ребят?

Ответ: Ваня набрал 2,5, Андрей набрал 4, Дима набрал 3,5, Саша набрал 2.

8. Целые числа n и m удовлетворяют неравенствам $3n - m < 5$, $n + m > 26$, $3m - 2n < 46$.

Чему может равняться $2n + m$? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 36.