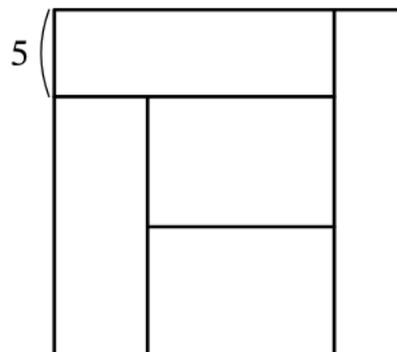


**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2021–2022 уч. г. ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
11 класс**

1. Произведение девяти последовательных натуральных чисел делится на 1111. Какое наименьшее возможное значение может принимать среднее арифметическое этих девяти чисел?

Ответ: 97

2. Квадрат разрезали на пять прямоугольников равной площади, как изображено на рисунке. Ширина одного из прямоугольников равна 5. Найдите площадь квадрата.

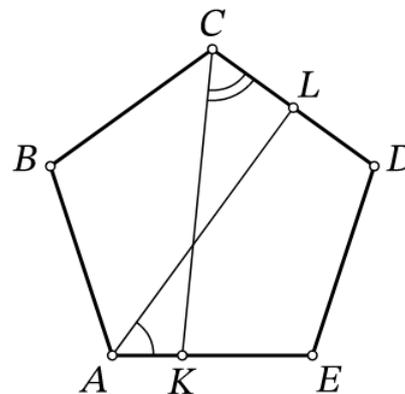


Ответ: 400.

3. В турнире по футболу участвовало 15 команд, каждая сыграла с каждой ровно один раз. За победу давалось 3 очка, за ничью — 1 очко, а за поражение — 0 очков. После завершения турнира оказалось, что некоторые 6 команд набрали хотя бы N очков каждая. Какое наибольшее целое значение может принимать N ?

Ответ: 34.

4. Дан правильный пятиугольник $ABCDE$. На стороне AE отмечена точка K , на стороне CD — точка L . Известно, что $\angle LAE + \angle KCD = 108^\circ$, $AK : KE = 3 : 7$. Найдите $CL : AB$.



Правильный пятиугольник — пятиугольник, у которого все стороны равны и все углы равны.

Ответ: 0,7.

5. На доске написано некоторое двузначное натуральное число. Незнайка заявил, что оно делится на 3, 4, 5, 9, 10, 15, 18, 30. Знайка, услышав это, огорчил Незнайку тем, что тот ошибся ровно 4 раза. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 36, 45, 72.

6. Квадратный трёхчлен $P(x)$ таков, что $P(P(x)) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 4$.

Чему может равняться $P(8)$? Укажите все возможные варианты.

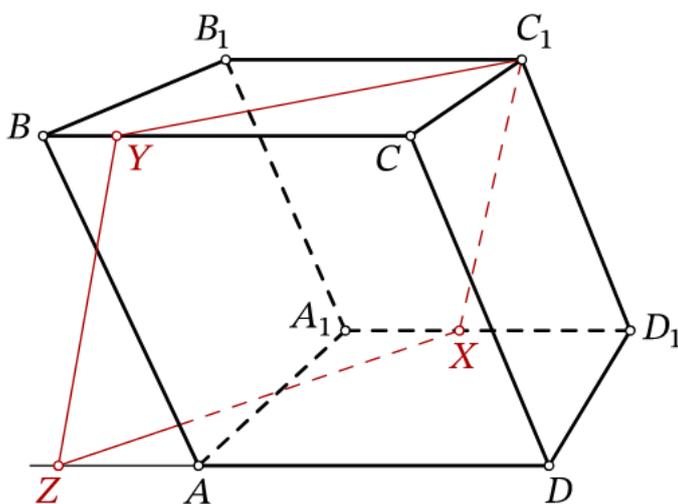
Ответ: 58.

7. В стране 110 городов. Между каждыми двумя из них либо есть дорога, либо её нет. Автомобилист находился в некотором городе, из которого вела ровно одна дорога. Проехав по дороге, он оказался во втором городе, из которого вели уже ровно две дороги. Проехав по одной из них, он оказался в третьем городе, из которого вели уже ровно три дороги, и так далее. В какой-то момент, проехав по одной из дорог, он оказался в N -м городе, из которого вели уже ровно N дорог. На этом автомобилист своё путешествие прекратил. (Для каждого $2 \leq k \leq N$ из k -го города выходило ровно k дорог с учётом той, по которой автомобилист в этот город приехал.)

Какое наибольшее значение может принимать N ?

Ответ: 107.

8. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На ребре $A_1 D_1$ выбрана точка X , а на ребре BC выбрана точка Y . Известно, что $A_1 X = 5$, $BY = 3$, $B_1 C_1 = 14$. Плоскость $C_1 X Y$ пересекает луч DA в точке Z . Найдите DZ .



Ответ: 20.