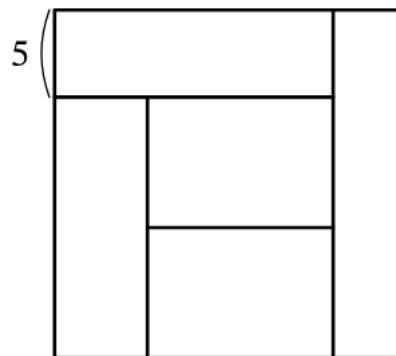


**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ 2021–2022 уч. г. ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП  
11 класс**

1. Произведение девяти последовательных натуральных чисел делится на 1111. Какое наименьшее возможное значение может принимать среднее арифметическое этих девяти чисел?

Ответ: 97

2. Квадрат разрезали на пять прямоугольников равной площади, как изображено на рисунке. Ширина одного из прямоугольников равна 5. Найдите площадь квадрата.

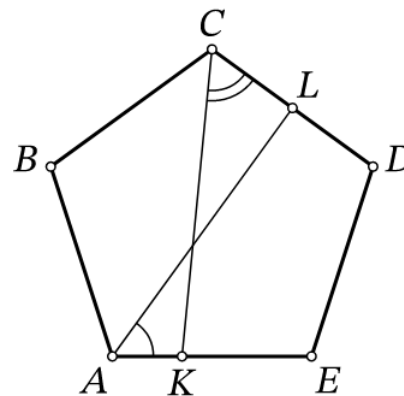


Ответ: 400.

3. В турнире по футболу участвовало 15 команд, каждая сыграла с каждой ровно один раз. За победу давалось 3 очка, за ничью — 1 очко, а за поражение — 0 очков. После завершения турнира оказалось, что некоторые 6 команд набрали хотя бы  $N$  очков каждая. Какое наибольшее целое значение может принимать  $N$ ?

Ответ: 34.

4. Дан правильный пятиугольник  $ABCDE$ . На стороне  $AE$  отмечена точка  $K$ , на стороне  $CD$  — точка  $L$ . Известно, что  $\angle LAE + \angle KCD = 108^\circ$ ,  $AK : KE = 3 : 7$ . Найдите  $CL : AB$ .



Правильный пятиугольник — пятиугольник, у которого все стороны равны и все углы равны.

Ответ: 0,7.

5. На доске написано некоторое двузначное натуральное число. Незнайка заявил, что оно делится на 3, 4, 5, 9, 10, 15, 18, 30. Знайка, услышав это, огорчил Незнайку тем, что тот ошибся ровно 4 раза. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 36, 45, 72.

6. Квадратный трёхчлен  $P(x)$  таков, что  $P(P(x)) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 4$ .

Чему может равняться  $P(8)$ ? Укажите все возможные варианты.

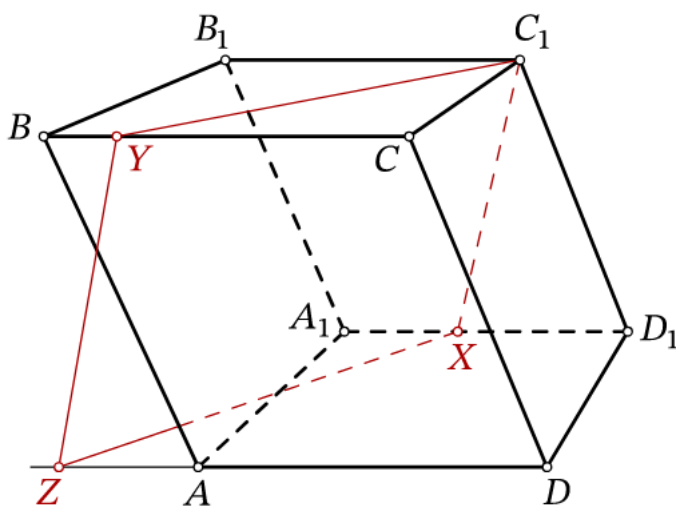
Ответ: 58.

7. В стране 110 городов. Между каждыми двумя из них либо есть дорога, либо её нет. Автомобилист находился в некотором городе, из которого вела ровно одна дорога. Проехав по дороге, он оказался во втором городе, из которого вели уже ровно две дороги. Проехав по одной из них, он оказался в третьем городе, из которого вели уже ровно три дороги, и так далее. В какой-то момент, проехав по одной из дорог, он оказался в  $N$ -м городе, из которого вели уже ровно  $N$  дорог. На этом автомобилист своё путешествие прекратил. (Для каждого  $2 \leq k \leq N$  из  $k$ -го города выходило ровно  $k$  дорог с учётом той, по которой автомобилист в этот город приехал.)

Какое наибольшее значение может принимать  $N$ ?

Ответ: 107.

8. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . На ребре  $A_1 D_1$  выбрана точка  $X$ , а на ребре  $BC$  выбрана точка  $Y$ . Известно, что  $A_1 X = 5$ ,  $BY = 3$ ,  $B_1 C_1 = 14$ . Плоскость  $C_1 X Y$  пересекает луч  $DA$  в точке  $Z$ . Найдите  $DZ$ .



Ответ: 20.