

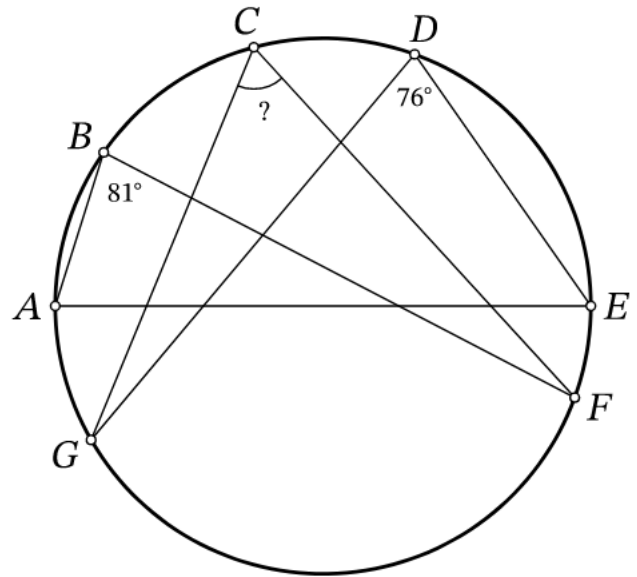
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ 2021–2022 уч. г. ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП  
10 класс**

1. Найдите наибольшее 12-значное натуральное число  $N$ , удовлетворяющее двум следующим условиям:

- В десятичной записи числа  $N$  шесть цифр «4» и шесть цифр «7»;
- В десятичной записи числа  $N$  никакие четыре подряд идущие цифры не образуют число «7444».

Ответ: 777744744744.

2. На окружности по часовой стрелке расположены точки  $A, B, C, D, E, F, G$ , как изображено на рисунке. Известно, что  $AE$  — диаметр окружности. Также известно, что  $\angle ABF = 81^\circ$ ,  $\angle EDG = 76^\circ$ . Сколько градусов составляет угол  $FCG$ ?



Ответ: 67.

3. Лёша разрезал куб  $n \times n \times n$  на 153 меньших кубика. Причём у всех кубиков, кроме одного, длина ребра равна 1. Найдите  $n$ .

Ответ: 6.

4. В классе учатся  $N$  школьников: несколько отличников и 8 хулиганов. Отличники всегда говорят правду, а хулиганы всегда врут.

Однажды все ученики этого класса сели за круглый стол, и каждый из них заявил всем остальным: «Как минимум треть из вас — хулиганы!»

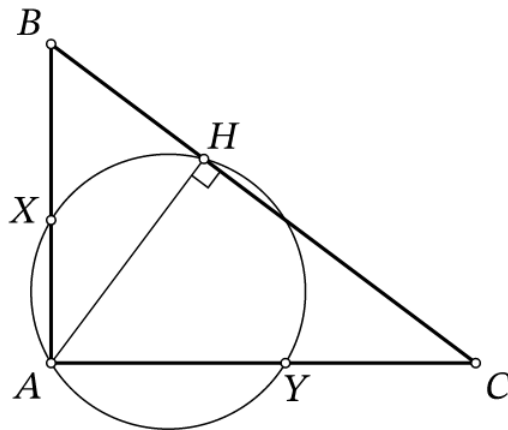
Чему может быть равно  $N$ ? Укажите все возможные варианты.

Ответ: 23, 24, 25.

5. У Вики есть 60 карточек с числами от 1 до 60. Она хочет разбить все карточки на пары так, чтобы во всех парах получался один и тот же модуль разности чисел. Сколько существует способов так сделать?

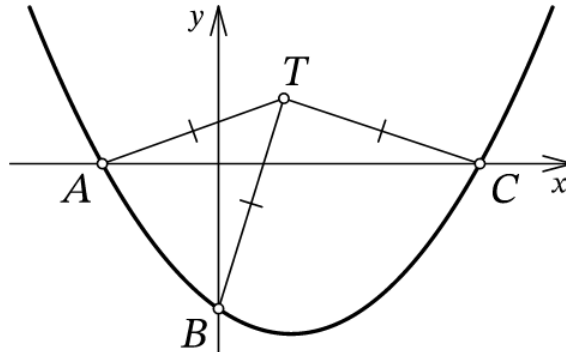
Ответ: 8.

6. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $A$  проведена высота  $AH$ . Окружность, проходящая через точки  $A$  и  $H$ , пересекает катеты  $AB$  и  $AC$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно. Найдите длину отрезка  $AC$ , если известно, что  $AH = 5$ ,  $AY = 6$ ,  $AB = 9$ .



Ответ: 13,5.

7. График функции  $f(x) = \frac{1}{12}x^2 + ax + b$  пересекает ось  $Ox$  в точках  $A$  и  $C$ , а ось  $Oy$  — в точке  $B$ , как изображено на рисунке. Оказалось, что для точки  $T$  с координатами  $(3;3)$  выполнено условие  $TA=TB=TC$ . Найдите  $b$ .



Ответ: -6.

8. При каком наименьшем натуральном  $a$  на числовом интервале  $(a, 3a)$  находится ровно 50 точных квадратов?

Ответ: 4486.