

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

К И М
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Найдите корень уравнения

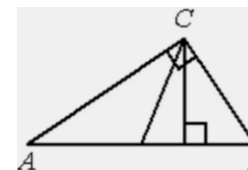
$$36^{x-5} = \frac{1}{6}.$$

Ответ: _____.

- 2** На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

- 3** Острые углы прямоугольного треугольника равны 84° и 6° . Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.



4

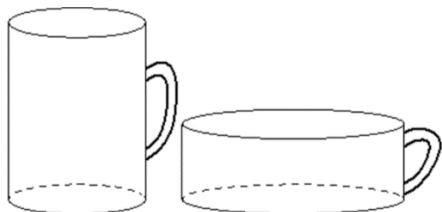
Найдите

 $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

Ответ: _____.

5

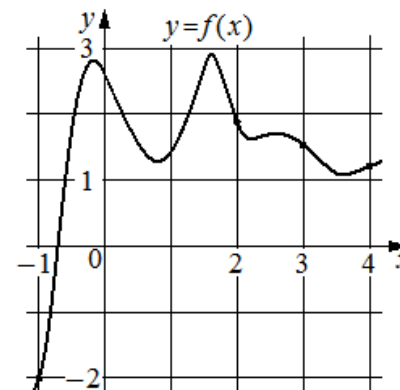
Первая цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в три раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: _____.

6

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки $-1, 2, 3, 4$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

7

Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 120 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 320 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____.

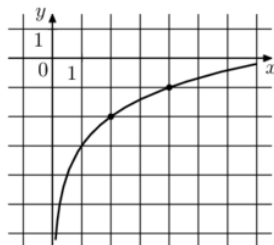
8

Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 150 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.



- 9 На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(32)$.



Ответ: _____.

- 10 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

- 11 Найдите точку минимума функции

$$y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$3 \cdot 9^{x-\frac{1}{2}} - 7 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^{x+1} = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 3]$.

- 13 В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $AA_1 = 4\sqrt{3}$. На рёбрах AB , $A_1 D_1$ и $C_1 D_1$ отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = A_1 N = C_1 K = 1$.

- а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром BC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

- 14 Решите неравенство

$$\frac{3\lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2.$$

- 15 15-го марта в банке был взят кредит на некоторую сумму на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 30-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какая сумма была взята в кредит, если общая сумма выплат после его погашения составила 555 тысяч рублей?



16 В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

- а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.
б) Пусть P — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP:PN$.

17 Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(ax^2 - 2x)^2 + (a^2 - a + 2)(ax^2 - 2x) - a^2(a - 2) = 0$$

имеет ровно два решения.

18 На доске написано 30 чисел: десять «5», десять «4» и десять «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

- а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.
б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.
в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	4,5
2	0,55
3	78
4	-0,96
5	4,5
6	-1
7	8
8	30
9	2
10	0,5
11	7
12	а) $\log_{\frac{3}{2}} 3; \log_{\frac{3}{2}} 4$ б) $\log_{\frac{3}{2}} 3$
13	55
14	$(0; 0,01) \cup \{1\} \cup (100; +\infty)$
15	400 000
16	3:1
17	$\{-2\} \cup \{0\} \cup (1; +\infty)$
18	а) «10 пятёрок» и «10 четвёрок и 10 троек» б) ■ в) $4\frac{14}{29}$

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

14 Решите неравенство
 $\frac{3\lg^2 x - 8}{\lg^2 x - 4} \geq 2$.

Источники:
 Основная волна 2017
 Досрочная волна (Резерв) 2015

Пусть $\lg x = t$

$$\frac{3t^2 - 8}{t^2 - 4} - 2 \geq 0$$

$$\frac{3t^2 - 8 - 2t^2 + 8}{t^2 - 4} \geq 0$$

$$\frac{t^2}{t^2 - 4} \geq 0$$

$\begin{cases} t < -2 \\ t = 0 \\ t > 2 \end{cases}$

ОТВЕТ: $(0; 0,01) \cup \{1\} \cup (100; +\infty)$

$\lg x < \lg \frac{1}{100}$ $\lg x = \lg 1$ $\lg x > \lg 100$
 $x < \frac{1}{100}$ $x = 1$ $x > 100$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

15 15-го марта в банке был взят кредит на некоторую сумму на 31 месяц. Условия его возврата таковы:
 - 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
 - 15-го числа 30-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
 - к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Источники:
 ЕГЭ (новый банк)
 Основная волна 2018
 Основная волна (Резерв) 2021

Какая сумма была взята в кредит, если общая сумма выплат после его погашения составила 555 тысяч рублей?

Пусть S - сумма кредита
 $b = 1,02$

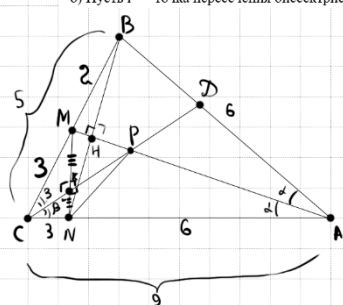
7 число - день платежа
 x - сумма, на которую уменьшится долг к 15-му числу 30-го месяца

Дата Сумма долга

15-го марта	S
1-го апреля	Sb
15-го апреля	$Sb - x$
1-го мая	$Sb \cdot b$
15-го мая	$Sb \cdot b - x$
1-го июня	Sb^2
15-го июня	$Sb^2 - x$
1-го июля	Sb^3
15-го июля	$Sb^3 - x$
1-го августа	Sb^4
15-го августа	$Sb^4 - x$
1-го сентября	Sb^5
15-го сентября	$Sb^5 - x$
1-го октября	Sb^6
15-го октября	$Sb^6 - x$
1-го ноября	Sb^7
15-го ноября	$Sb^7 - x$
1-го декабря	Sb^8
15-го декабря	$Sb^8 - x$
1-го января	Sb^9
15-го января	$Sb^9 - x$
1-го февраля	Sb^{10}
15-го февраля	$Sb^{10} - x$
1-го марта	Sb^{11}
15-го марта	$Sb^{11} - x$
1-го апреля	Sb^{12}
15-го апреля	$Sb^{12} - x$
1-го мая	Sb^{13}
15-го мая	$Sb^{13} - x$
1-го июня	Sb^{14}
15-го июня	$Sb^{14} - x$
1-го июля	Sb^{15}
15-го июля	$Sb^{15} - x$
1-го августа	Sb^{16}
15-го августа	$Sb^{16} - x$
1-го сентября	Sb^{17}
15-го сентября	$Sb^{17} - x$
1-го октября	Sb^{18}
15-го октября	$Sb^{18} - x$
1-го ноября	Sb^{19}
15-го ноября	$Sb^{19} - x$
1-го декабря	Sb^{20}
15-го декабря	$Sb^{20} - x$
1-го января	Sb^{21}
15-го января	$Sb^{21} - x$
1-го февраля	Sb^{22}
15-го февраля	$Sb^{22} - x$
1-го марта	Sb^{23}
15-го марта	$Sb^{23} - x$
1-го апреля	Sb^{24}
15-го апреля	$Sb^{24} - x$
1-го мая	Sb^{25}
15-го мая	$Sb^{25} - x$
1-го июня	Sb^{26}
15-го июня	$Sb^{26} - x$
1-го июля	Sb^{27}
15-го июля	$Sb^{27} - x$
1-го августа	Sb^{28}
15-го августа	$Sb^{28} - x$
1-го сентября	Sb^{29}
15-го сентября	$Sb^{29} - x$
1-го октября	Sb^{30}
15-го октября	$Sb^{30} - x$
1-го ноября	Sb^{31}
15-го ноября	$Sb^{31} - x$
1-го декабря	Sb^{32}
15-го декабря	$Sb^{32} - x$
1-го января	Sb^{33}
15-го января	$Sb^{33} - x$
1-го февраля	Sb^{34}
15-го февраля	$Sb^{34} - x$
1-го марта	Sb^{35}
15-го марта	$Sb^{35} - x$
1-го апреля	Sb^{36}
15-го апреля	$Sb^{36} - x$
1-го мая	Sb^{37}
15-го мая	$Sb^{37} - x$
1-го июня	Sb^{38}
15-го июня	$Sb^{38} - x$
1-го июля	Sb^{39}
15-го июля	$Sb^{39} - x$
1-го августа	Sb^{40}
15-го августа	$Sb^{40} - x$
1-го сентября	Sb^{41}
15-го сентября	$Sb^{41} - x$
1-го октября	Sb^{42}
15-го октября	$Sb^{42} - x$
1-го ноября	Sb^{43}
15-го ноября	$Sb^{43} - x$
1-го декабря	Sb^{44}
15-го декабря	$Sb^{44} - x$
1-го января	Sb^{45}
15-го января	$Sb^{45} - x$
1-го февраля	Sb^{46}
15-го февраля	$Sb^{46} - x$
1-го марта	Sb^{47}
15-го марта	$Sb^{47} - x$
1-го апреля	Sb^{48}
15-го апреля	$Sb^{48} - x$
1-го мая	Sb^{49}
15-го мая	$Sb^{49} - x$
1-го июня	Sb^{50}
15-го июня	$Sb^{50} - x$
1-го июля	Sb^{51}
15-го июля	$Sb^{51} - x$
1-го августа	Sb^{52}
15-го августа	$Sb^{52} - x$
1-го сентября	Sb^{53}
15-го сентября	$Sb^{53} - x$
1-го октября	Sb^{54}
15-го октября	$Sb^{54} - x$
1-го ноября	Sb^{55}
15-го ноября	$Sb^{55} - x$
1-го декабря	Sb^{56}
15-го декабря	$Sb^{56} - x$
1-го января	Sb^{57}
15-го января	$Sb^{57} - x$
1-го февраля	Sb^{58}
15-го февраля	$Sb^{58} - x$
1-го марта	Sb^{59}
15-го марта	$Sb^{59} - x$
1-го апреля	Sb^{60}
15-го апреля	$Sb^{60} - x$
1-го мая	Sb^{61}
15-го мая	$Sb^{61} - x$
1-го июня	Sb^{62}
15-го июня	$Sb^{62} - x$
1-го июля	Sb^{63}
15-го июля	$Sb^{63} - x$
1-го августа	Sb^{64}
15-го августа	$Sb^{64} - x$
1-го сентября	Sb^{65}
15-го сентября	$Sb^{65} - x$
1-го октября	Sb^{66}
15-го октября	$Sb^{66} - x$
1-го ноября	Sb^{67}
15-го ноября	$Sb^{67} - x$
1-го декабря	Sb^{68}
15-го декабря	$Sb^{68} - x$
1-го января	Sb^{69}
15-го января	$Sb^{69} - x$
1-го февраля	Sb^{70}
15-го февраля	$Sb^{70} - x$
1-го марта	Sb^{71}
15-го марта	$Sb^{71} - x$
1-го апреля	Sb^{72}
15-го апреля	$Sb^{72} - x$
1-го мая	Sb^{73}
15-го мая	$Sb^{73} - x$
1-го июня	Sb^{74}
15-го июня	$Sb^{74} - x$
1-го июля	Sb^{75}
15-го июля	$Sb^{75} - x$
1-го августа	Sb^{76}
15-го августа	$Sb^{76} - x$
1-го сентября	Sb^{77}
15-го сентября	$Sb^{77} - x$
1-го октября	Sb^{78}
15-го октября	$Sb^{78} - x$
1-го ноября	Sb^{79}
15-го ноября	$Sb^{79} - x$
1-го декабря	Sb^{80}
15-го декабря	$Sb^{80} - x$
1-го января	Sb^{81}
15-го января	$Sb^{81} - x$
1-го февраля	Sb^{82}
15-го февраля	$Sb^{82} - x$
1-го марта	Sb^{83}
15-го марта	$Sb^{83} - x$
1-го апреля	Sb^{84}
15-го апреля	$Sb^{84} - x$
1-го мая	Sb^{85}
15-го мая	$Sb^{85} - x$
1-го июня	Sb^{86}
15-го июня	$Sb^{86} - x$
1-го июля	Sb^{87}
15-го июля	$Sb^{87} - x$
1-го августа	Sb^{88}
15-го августа	$Sb^{88} - x$
1-го сентября	Sb^{89}
15-го сентября	$Sb^{89} - x$
1-го октября	Sb^{90}
15-го октября	$Sb^{90} - x$
1-го ноября	Sb^{91}
15-го ноября	$Sb^{91} - x$
1-го декабря	Sb^{92}
15-го декабря	$Sb^{92} - x$
1-го января	Sb^{93}
15-го января	$Sb^{93} - x$
1-го февраля	Sb^{94}
15-го февраля	$Sb^{94} - x$
1-го марта	Sb^{95}
15-го марта	$Sb^{95} - x$
1-го апреля	Sb^{96}
15-го апреля	$Sb^{96} - x$
1-го мая	Sb^{97}
15-го мая	$Sb^{97} - x$
1-го июня	Sb^{98}
15-го июня	$Sb^{98} - x$
1-го июля	Sb^{99}
15-го июля	$Sb^{99} - x$
1-го августа	Sb^{100}
15-го августа	$Sb^{100} - x$
1-го сентября	Sb^{101}
15-го сентября	$Sb^{101} - x$
1-го октября	Sb^{102}
15-го октября	$Sb^{102} - x$
1-го ноября	Sb^{103}
15-го ноября	$Sb^{103} - x$
1-го декабря	Sb^{104}
15-го декабря	$Sb^{104} - x$
1-го января	Sb^{105}
15-го января	$Sb^{105} - x$
1-го февраля	Sb^{106}
15-го февраля	$Sb^{106} - x$
1-го марта	Sb^{107}
15-го марта	$Sb^{107} - x$
1-го апреля	Sb^{108}
15-го апреля	$Sb^{108} - x$
1-го мая	Sb^{109}
15-го мая	$Sb^{109} - x$
1-го июня	Sb^{110}
15-го июня	$Sb^{110} - x$
1-го июля	Sb^{111}
15-го июля	$Sb^{111} - x$
1-го августа	Sb^{112}
15-го августа	$Sb^{112} - x$
1-го сентября	Sb^{113}
15-го сентября	$Sb^{113} - x$
1-го октября	Sb^{114}
15-го октября	$Sb^{114} - x$
1-го ноября	Sb^{115}
15-го ноября	$Sb^{115} - x$
1-го декабря	Sb^{116}
15-го декабря	$Sb^{116} - x$
1-го января	Sb^{117}
15-го января	$Sb^{117} - x$
1-го февраля	Sb^{118}
15-го февраля	$Sb^{118} - x$
1-го марта	Sb^{119}
15-го марта	$Sb^{119} - x$
1-го апреля	Sb^{120}
15-го апреля	$Sb^{120} - x$
1-го мая	Sb^{121}
15-го мая	$Sb^{121} - x$
1-го июня	Sb^{122}
15-го июня	$Sb^{122} - x$
1-го июля	Sb^{123}
15-го июля	$Sb^{123} - x$
1-го августа	Sb^{124}
15-го августа	$Sb^{124} - x$
1-го сентября	Sb^{125}
15-го сентября	$Sb^{125} - x$
1-го октября	Sb^{126}
15-го октября	$Sb^{126} - x$
1-го ноября	Sb^{127}
15-го ноября	$Sb^{127} - x$
1-го декабря	Sb^{128}
15-го декабря	$Sb^{128} - x$
1-го января	Sb^{129}
15-го января	$Sb^{129} - x$
1-го февраля	Sb^{130}
15-го февраля	$Sb^{130} - x$
1-го марта	Sb^{131}
15-го марта	$Sb^{131} - x$
1-го апреля	Sb^{132}
15-го апреля	$Sb^{132} - x$
1-го мая	Sb^{133}
15-го мая	$Sb^{133} - x$
1-го июня	Sb^{134}
15-го июня	$Sb^{134} - x$
1-го июля	Sb^{135}
15-го июля	$Sb^{135} - x$
1-го августа	Sb^{136}
15-го августа	$Sb^{136} - x$
1-го сентября	Sb^{137}
15-го сентября	$Sb^{137} - x$
1-го октября	Sb^{138}
15-го октября	$Sb^{138} - x$
1-го ноября	Sb^{139}
15-го ноября	$Sb^{139} - x$
1-го декабря	Sb^{140}
15-го декабря	$Sb^{140} - x$
1-го января	Sb^{141}
15-го января	$Sb^{141} - x$
1-го февраля	Sb^{142}
15-го февраля	$Sb^{142} - x$
1-го марта	Sb^{143}
15-го марта	$Sb^{143} - x$
1-го апреля	Sb^{144}
15-го апреля	$Sb^{144} - x$
1-го мая	Sb^{145}
15-го мая	$Sb^{145} - x$
1-го июня	Sb^{146}
15-го июня	$Sb^{146} - x$
1-го июля	Sb^{147}
15-го июля	$Sb^{147} - x$
1-го августа	Sb^{148}
15-го августа	$Sb^{148} - x$
1-го сентября	Sb^{149}
15-го сентября	$Sb^{149} - x$
1-го октября	Sb^{150}
15-го октября	$Sb^{150} - x$
1-го ноября	Sb^{151}
15-го ноября	$Sb^{151} - x$
1-го декабря	Sb^{152}
15-го декабря	$Sb^{152} - x$
1-го января	Sb^{153}
15-го января	$Sb^{153} - x$
1-го февраля	Sb^{154}
15-го февраля	$Sb^{154} - x$
1-го марта	Sb^{155}
15-го марта	$Sb^{155} - x$
1-го апреля	Sb^{156}
15-го апреля	$Sb^{156} - x$
1-го мая	Sb^{157}
15-го мая	$Sb^{157} - x$
1-го июня	Sb^{158}
15-го июня	$Sb^{158} - x$
1-го июля	Sb^{159}
15-го июля	$Sb^{159} - x$
1-го августа	Sb^{160}
15-го августа	$Sb^{160} - x$
1-го сентября	Sb^{161}
15-го сентября	$Sb^{161} - x$
1-го октября	Sb^{162}

16 В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

- а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.
б) Пусть P — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP:PN$.



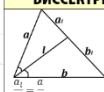
- ① по т. о бисс. $\frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow BM = 2, CM = 3$
② $\triangle ABN$ — равност. (т.к. AN — высота и бисс.)
 $\Rightarrow AN = 6$
 $CN = 3$

ОТВЕТ: 3:1.

Источники:

Ященко 2018
Основная волна (Резерв) 2014

**ТЕОРЕМА О
БИССЕКTRICE**



- ③ $\triangle CMN$ — равност.
СК-биссектриса и мед.
 $\Rightarrow MK = KN$

- б) ① $\triangle PMN$ — равност. (т.к. PK — высота и медиана)
 $\Rightarrow \frac{AP}{PM} = ?$

- ② $\triangle ACM$:
по т. о бисс. $\frac{AM}{CM} = \frac{AC}{BC} = \frac{9}{5} \Rightarrow AM = 2, CM = 3$
 $\frac{AP}{PM} = \frac{AC}{CM} = \frac{9}{3} = 3$

17

Задание с развернутым ответом

Найдите все значения a , при которых уравнение $(ax^2 - 2x)^2 + (a^2 - a + 2)(ax^2 - 2x) - a^2(a - 2) = 0$ имеет ровно два решения.

И Номер: 4468

Пусть $(ax^2 - 2x) = t$
Тогда $t^2 + (a^2 - a + 2)t - a^2(a - 2) = 0$
 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -a^2 + a - 2 \\ t_1 \cdot t_2 = -a^2 \cdot (a - 2) \end{cases}$

$\begin{cases} t_1 = -a^2 \\ t_2 = a - 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} ax^2 - 2x = -a^2 \\ ax^2 - 2x = a - 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} ax^2 - 2x + a^2 = 0 \\ ax^2 - 2x - a + 2 = 0 \end{cases}$

1 случай Если $a = 0$
2 случай Если $a^2 = -a + 2$
3 случай Если $a = -2$
4 случай Если $a = 1$
5 случай Если $a > 1$
ОТВЕТ: $\{-2\} \cup \{0\} \cup (1; +\infty)$

4 случай $\begin{cases} 4 - 4a^3 < 0 \\ 4a^2 - 8a + 4 > 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} a > 1 \\ (a - 1)^2 > 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} a > 1 \\ a \neq 1 \end{cases}$
 $a > 1$

5 случай При $a > 1$ будет 2 разл. реш.
 $\begin{cases} 4 - 4a^3 = 0 \\ 4a^2 - 8a + 4 = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} a = 1 \\ (a - 1)^2 = 0 \end{cases}$
 $a = 1$ будет 1 реш.

Источники:

ФИПИ (новый банк)
Ященко 2016 (36 пар)

1 случай Если $a = 0$, то $\begin{cases} -2x = 0 \\ -2x = -2 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$
 $\Rightarrow$ при $a = 0$ будет 2 разл. реш.

2 случай Если $a^2 = -a + 2$, то $a^2 + a - 2 = 0$
 $\begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases}$
Если $a = -2$, то $\begin{cases} -2x^2 - 2x + 4 = 0 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$
при $a = -2$ будет 2 разл. реш.
Если $a = 1$, то $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 = 0 \\ (x - 1)^2 = 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x = 1 \end{cases}$
 $\Rightarrow$ при $a = 1$ будет 1 реш.

3 случай $\begin{cases} 4 - 4a \cdot a^2 > 0 \\ 4 - 4a \cdot (-a + 2) < 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} 4 > 4a^3 \\ 4a^2 - 8a + 4 < 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} a^3 < 1 \\ a^2 - 2a + 1 < 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} a < 1 \\ (a - 1)^2 < 0 \end{cases}$ Нет реш.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1



Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

- 18** На доске написано 30 чисел: десять «5», десять «4» и десять «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

Источники:
Основная волна (Резерв) 2016

- а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.
 б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.
 в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.

а) Указанные ср арифм всех чисел = 4
 Число, greater $4 < \frac{A+B}{2} \quad | \quad 2$
 $A+B > 8$

10 пятёрок
 $A=5$

10 четвёрок и 10 троек
 $B=3,5$

б) Пусть S_1 - сумма 15-ти чисел в первой группе
 S_2 - сумма 15-ти чисел во второй группе
 $A = \frac{S_1}{15}$ $B = \frac{S_2}{15}$

ср. арифм. всех чисел = $\frac{S_1 + S_2}{30} = \frac{15A + 15B}{30} = \frac{A+B}{2}$

в) $A_{\max} = 5$ можно получить из одной или нескольких пятёрок
 Пусть $\boxed{5}$ $\boxed{9,5 + 10,4 + 10,3}$
 $A=5$ $B = \frac{9,5 + 10,4 + 10,3}{3} = \frac{145}{29}$

$\frac{A+B}{2} \text{ макс} = \frac{5 + \frac{145}{29}}{2} = \frac{260 + 145}{58} = \frac{405}{58} = 6,98 \dots$

ОТВЕТ: а) Приведен
 б) $\frac{A+B}{2} = 4$
 в) $\frac{405}{58}$

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в;	1

– пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Росособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

