



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

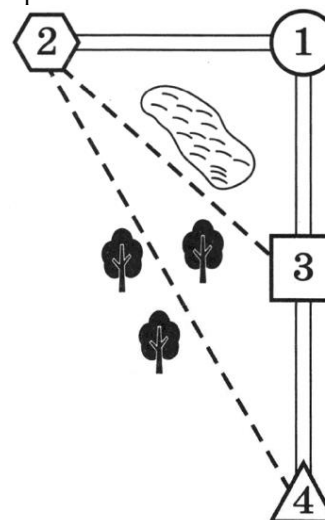
- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Миша летом отдыхает у дедушки и бабушки в деревне Николаевке. Миша с дедушкой собираются съездить на велосипедах в село Игнатьево на железнодорожную станцию. Из Николаевки в Игнатьево можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе – через деревню Свистуху до деревни Берёзовки, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Игнатьево. Есть и третий маршрут: в Свистухе можно свернуть на прямую тропинку, которая идёт мимо пруда прямо в Игнатьево.



По шоссе Миша с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке 15 км/ч. Расстояние по шоссе от Николаевки до Свистухи равно 16 км, от Николаевки до Берёзовки – 36 км, а от Берёзовки до Игнатьево 15 км.



- 1 Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. В ответ запишите полученную последовательность четырёх цифр.

Насел. пункты	д. Берёзовка	с. Игнатьево	д. Николаевка	д. Свистуха
Цифры				

- 2 Сколько километров проедут Миша с дедушкой, если они поедут по шоссе через Берёзовку?

Ответ: _____.

- 3 Найдите расстояние от д. Николаевка до с. Игнатьево по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 4 Сколько минут затратят на дорогу Миша с дедушкой, если поедут на станцию через Берёзовку?

Ответ: _____.

- 5 Определите, на какой маршрут до станции потребуется меньше всего времени. В ответе укажите, сколько минут потратят на дорогу Миша с дедушкой, если поедут этим маршрутом.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$0,7 \cdot (-10)^3 - 4 \cdot (-10)^2 - 63.$$

Ответ: _____.

- 7 Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{9}$?

- 1) $[0,1; 0,2]$
- 2) $[0,2; 0,3]$
- 3) $[0,3; 0,4]$
- 4) $[0,4; 0,5]$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{x^{-13} \cdot x^5}{x^{-10}}$$

при $x = 8$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$x^2 - 18 = 7x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

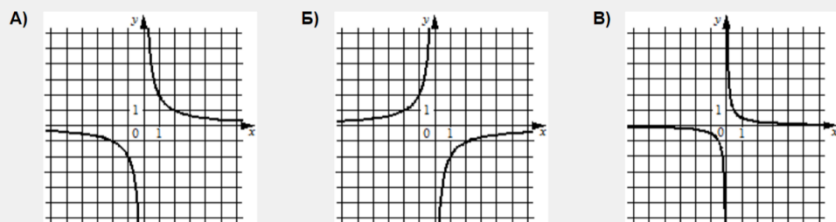


- 10 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Ответ: _____.

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{2}{x}$

2) $y = \frac{1}{2x}$

3) $y = -\frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

	А	Б	В
Ответ:			

- 12 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна 4 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 48 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 13 Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

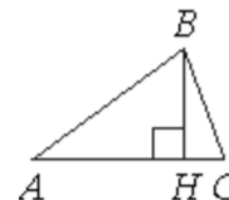
- 1) $x^2 - 8x - 83 > 0$
 2) $x^2 - 8x + 83 < 0$
 3) $x^2 - 8x - 83 < 0$
 4) $x^2 - 8x + 83 > 0$

Ответ:

- 14 При проведении химического опыта реагент равномерно охлаждали на $5,6^\circ\text{C}$ в минуту. Найдите температуру реагента (в градусах Цельсия) спустя 5 минут после начала проведения опыта, если начальная температура составляла $+6,2^\circ\text{C}$.

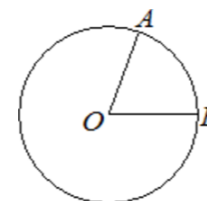
Ответ: _____.

- 15 В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH , $\angle BAC = 37^\circ$. Найдите угол ABH . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

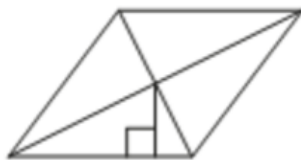
- 16 На окружности с центром в точке O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 66^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 99. Найдите длину большей дуги AB .



Ответ: _____.



- 17 Сторона ромба равна 9, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
- 2) Если в параллелограмме две соседние стороны равны, то этот параллелограмм является ромбом.
- 3) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите неравенство

$$\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0.$$

- 21 Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

- 23 Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5.

- 24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

- 25 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 10$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 112° и 113° .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	1243
2	51
3	39
4	153
5	148
6	-1163
7	2
8	64
9	9
10	0,35
11	132
12	3
13	2
14	-21,8
15	53
16	441
17	18
18	28
19	12
20	$(1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$
21	18
22	$\frac{9}{25}$
23	24
24	■
25	$10\sqrt{2}$

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите неравенство $\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0$.

131EDB

$$\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0$$

$$(x-1)^2-2 < 0$$

$$x^2-2x+1-2 < 0$$

$$x^2-2x-1 < 0$$

$$D = 8 = \sqrt{8^2} = (2\sqrt{2})^2$$

$$x_1 = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2}$$

ОТВЕТ: $(1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.



930157

$$t_{\text{туда}} - t_{\text{обратно}} = 2$$

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77x + 77 \cdot 4 - 77x + 77 \cdot 4}{x^2 - 16} = 2$$

$$\frac{2 \cdot 77 \cdot 4}{x^2 - 16} = \frac{2 \cdot 1}{1} \quad | :2$$

$$x^2 - 16 = 308$$

$$x^2 = 324$$

$$x = 18 \quad \text{или} \quad x = -18$$

ОТВЕТ: 18

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = \frac{3x+5}{3x^2+5x}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

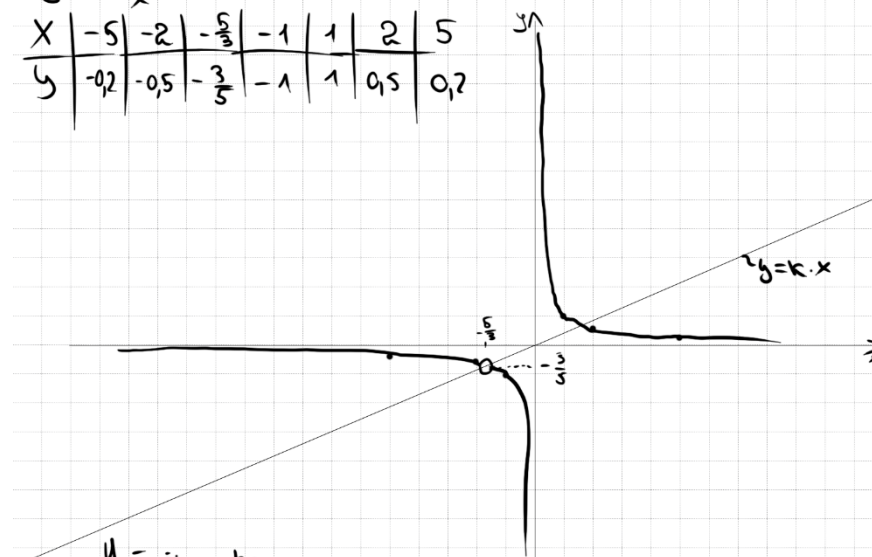
DA94D8

$$y = \frac{3x+5}{x \cdot (3x+5)}$$

$$OD3: \begin{cases} x \neq 0 \\ 3x+5 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Получим:

X	-5	-2	$-\frac{5}{3}$	-1	1	2	5
y	-0,2	-0,5	$-\frac{3}{5}$	-1	1	0,5	0,2



Найдем k :

$$-\frac{3}{5} = k \cdot \left(-\frac{5}{3}\right)$$

$$k = -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{9}{25}$$

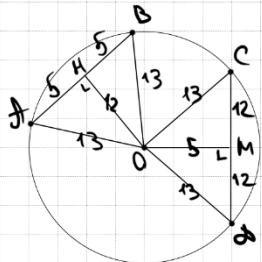
ОТВЕТ: $\frac{9}{25}$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5.

C96A5C



$$\triangle AOB \sim \triangle COD - \text{п/с.}$$

$$AO = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$MO = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$CD = 12 + 12 = 24$$

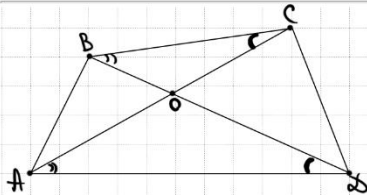
ОТВЕТ: 24

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

367109



$$\textcircled{1} \triangle BOC \sim \triangle AOD \text{ по 2 углам}$$

$$(\angle BOC = \angle AOD \text{ вертикальные}$$

$$\angle BCA = \angle BDA \text{ по усл.)}$$

$$\Rightarrow \frac{BO}{AO} = \frac{OC}{OD}$$

$$\textcircled{2} \frac{BO}{OC} = \frac{AO}{OD}$$

$$\angle BOA = \angle COD \text{ верт.}$$

$$\Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle CDO \text{ по 2 углам.}$$

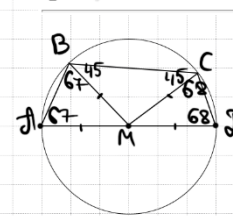
$$\Rightarrow \angle ABD = \angle ACD \quad \blacksquare$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 10$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 112° и 113° .

1B79A1



Вспомог. $ABCD$ в окр. - Γ

$$\angle D = 180 - 112 = 68$$

$$\angle A = 180 - 113 = 67$$

$$\angle OCM = 68$$

$$\angle ABM = 67$$

$$\angle CAM = 112 - 67 = 45$$

$$\angle BCM = 113 - 68 = 45$$

$$\Rightarrow \angle BMC = 180 - 45 - 45 = 90$$

Рассмотрим $\triangle BMC$:

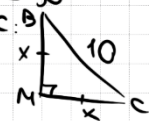
$$10^2 = x^2 + x^2$$

$$100 = 2x^2$$

$$x^2 = 50$$

$$x = 5\sqrt{2}$$

$$AD = 2x = 10\sqrt{2}$$

ОТВЕТ: $10\sqrt{2}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

