

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

К И М
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Найдите корень уравнения

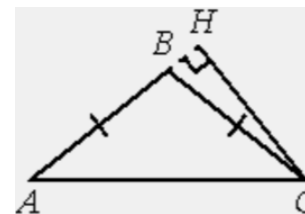
$$\frac{1}{3x - 1} = 5.$$

Ответ: _____.

- 2** В классе 26 семиклассников, среди них два близнеца – Иван и Игорь. Класс случайным образом делят на две группы, по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Иван и Игорь окажутся в разных группах.

Ответ: _____.

- 3** В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 14$, высота CH равна 7. Найдите синус угла ACB .



Ответ: _____.

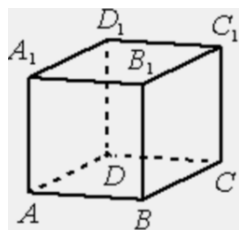


4 Найдите значение выражения

$$0,75^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{4}} \cdot 12^{\frac{7}{8}}.$$

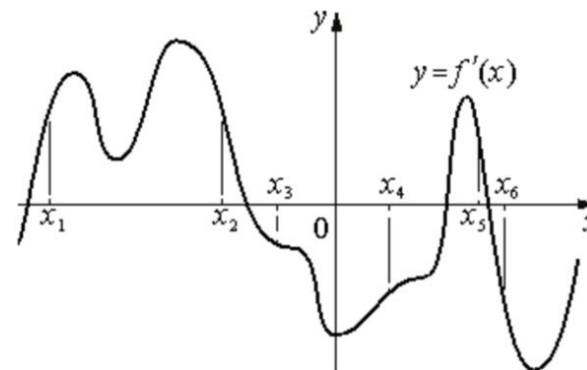
Ответ: _____.

5 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между прямыми $A_1 D$ и $B_1 D_1$. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены шесть точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Сколько из этих точек лежит на промежутках возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

7 Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температура вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1300$ К, $a = -\frac{14}{3}$ К/мин², $b = 98$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1720 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

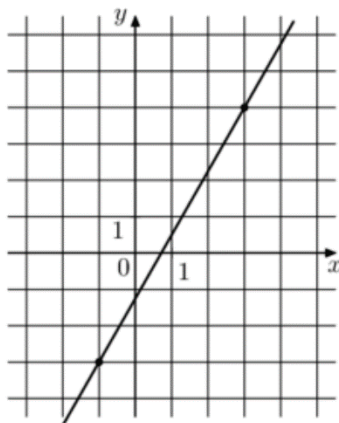
Ответ: _____.

8 Расстояние между городами А и В равно 630 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 350 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.



- 9 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-5)$.



Ответ: _____.

- 10 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

- 11 Найдите наибольшее значение функции

$$y = 33x - 30 \sin x + 29 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right].$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

- 13 На рёбрах DD_1 и BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причём $DP = 10$, а $B_1 Q = 4$. Плоскость $A_1 P Q$ пересекает ребро CC_1 в точке M .

- а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .
б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости $A_1 P Q$.

- 14 Решите неравенство

$$\frac{2^x}{2^x - 3} + \frac{2^x + 1}{2^x - 2} + \frac{5}{4^x - 5 \cdot 2^x + 6} \leq 0.$$

- 15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.



16 В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры NK и HM соответственно.

- а) Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC .
б) Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырёхугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a + 1)x + a}$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

18 В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?
б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?
в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	0,4
2	0,52
3	0,5
4	12
5	60
6	3
7	6
8	50
9	-10
10	0,1
11	29
12	а) $\pi + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-3\pi; -\frac{7\pi}{2}$
13	$\frac{36\sqrt{41}}{41}$
14	$\{0\} \cup (1; \log_2 3)$
15	11
16	9/55
17	$[-\frac{1}{3}; 0) \cup \{1\}$
18	а) нет б) нет в) 387

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



12 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi]$.

$$\text{а) } \frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} - \frac{4 \cos^2 \frac{x}{2} (\sin^2 \frac{x}{2})}{1} = 0$$

$$\sin x - \frac{2 \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot 2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 0$$

$$\frac{\sin x - 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 0$$

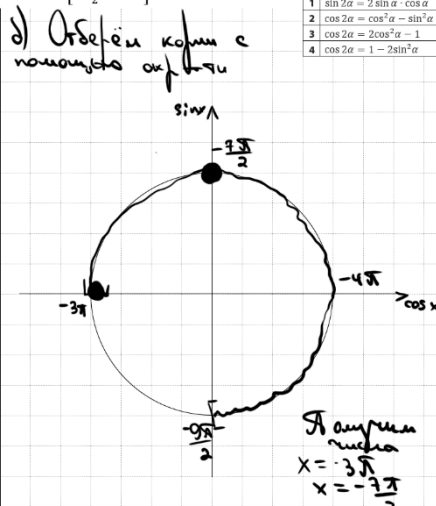
$$\sin x - 2 \sin^2 \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin x \cdot (1 - \sin \frac{x}{2}) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \sin \frac{x}{2} = 1$$

$$x = 2\pi n \text{ (не подходит)} \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi + 2\pi n$$

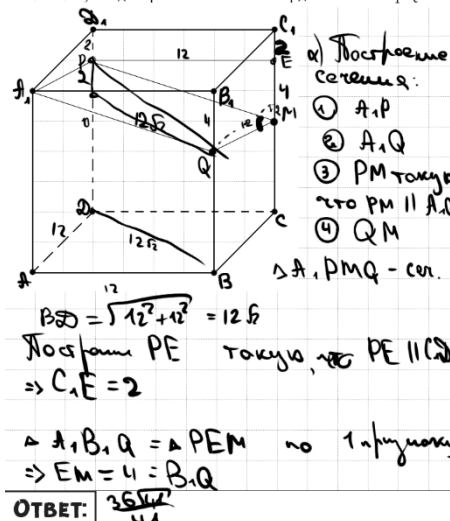
ОТВЕТ: а) $\pi - 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
б) $-3\pi, -\frac{7\pi}{2}$ 

Источники:

ФИПИ (новый банк)
Досрочная волна 2018ФОРМУЛЫ
ДВОЙНОГО УГЛА

- 1 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- 2 $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- 3 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- 4 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

13

На ребрах DD_1 и BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 12 отмечены точки P и Q соответственно, причём $DP = 10$, а $B_1 Q = 4$. Плоскость $A_1 P Q$ пересекает ребро CC_1 в точке M .а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости $A_1 P Q$.

Источники:

Основная волна (Резерв) 2016

$$\Rightarrow C_1 M = 2 + 4 = 6$$

$$\Rightarrow C_1 M = \frac{1}{2} C C_1$$

$$\Rightarrow M - \text{середица } C C_1$$

$$S_{P Q M} = \frac{1}{2} \cdot S_{P Q M} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot S_{C_1 P Q M} \cdot h$$

$$P M = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

$$Q M = \sqrt{12^2 + 2^2} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$$

$$P Q = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 12^2} = \sqrt{292} = 2\sqrt{73}$$

$$\cos \angle P M Q = \frac{160 + 148 - 292}{2 \cdot 4\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{37}} = \frac{1}{\sqrt{370}}$$

$$\sin \angle P M Q = \frac{\sqrt{369}}{\sqrt{370}} = \frac{3\sqrt{41}}{\sqrt{370}}$$

$$S_{P Q M} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{37} \cdot \frac{3\sqrt{41}}{\sqrt{370}} = 12\sqrt{41}$$

$$12\sqrt{41} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} \cdot 12 \cdot 12$$

$$h = \frac{36}{\sqrt{41}} = \frac{36\sqrt{41}}{41}$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



14 Решите неравенство $\frac{2^x}{2^x-3} + \frac{2^x+1}{2^x-2} + \frac{5}{4^x-5 \cdot 2^x+6} \leq 0$.

Источники:
 ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Ященко 2021 (36 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Основная волна 2021
 Основная волна 2017
 Материалы для экспертов ЕГЭ
РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ
 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Решение:
 $2^x = t$
 $\frac{t}{t-3} + \frac{t+1}{t-2} + \frac{5}{t^2-5t+6} \leq 0$
 $\frac{t^{t-2}}{t-3} + \frac{t+1}{t-2} + \frac{5}{(t-2)(t-3)} \leq 0$
 $\frac{t^2-2t+t^2-3t+t-3+5}{(t-2)(t-3)} \leq 0$
 $\frac{2t^2-4t+2}{(t-2)(t-3)} \leq 0 \quad | :2$
 $\frac{t^2-2t+1}{(t-2)(t-3)} \leq 0$
 $\frac{(t-1)^2}{(t-2)(t-3)} \leq 0$
ОТВЕТ: $\{0\} \cup (1; \log_2 3)$

График:

Дополнительные заметки:
 $2^x = 1 \Rightarrow x = 0$
 $2 < 2^x < 3 \Rightarrow 2^1 < 2^x < 2^{\log_2 3} \Rightarrow 1 < x < \log_2 3$

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

Источники:
 ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна (Резерв) 2020
 СтатГрад 29.01.2020
 Досрочная волна 2019
 СтатГрад 24.01.2017
 Досрочная волна (Резерв) 2017
 Основная волна 2016

Решение:
 Пусть S — сумма долга.
 Июль 2016: S
 Январь 2017: $1,25 \cdot S$
 Июль 2017: $0,7 \cdot S$
 Январь 2018: $0,7 \cdot S \cdot 1,25 = 0,875 \cdot S$
 Июль 2018: $0,4 \cdot S$
 Январь 2019: $0,4 \cdot S \cdot 1,25 = 0,5 \cdot S$
 Июль 2019: 0

Условия выплат:
 $\frac{55}{100} \cdot S > 5 \Rightarrow S > \frac{500}{11} \approx 45,45$
 $\frac{475}{1000} \cdot S > 5 \Rightarrow S > \frac{5000}{475} \approx 10,53$
 $\frac{5}{10} \cdot S > 5 \Rightarrow S > 10$

Итог:
 $S > 45,45$
 $S > 10,53$
 $S > 10$
 Наименьшее целое $S = 46$.

ОТВЕТ: 46

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



16 Задание с развернутым ответом

В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры NK и HM соответственно.

а) Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC .

б) Найдите отношение площади треугольника MBK к площади четырехугольника $AKMC$, если $BH = 3$, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.

Номер: 4383

а) $\angle BKH = 90^\circ$ - эти углы опущены на одну сторону BH
 $\angle BMK = 90^\circ$
 $\Rightarrow$ Можно описать окруж-ть с диаметром BK

Пусть $\angle BKM = \alpha$
 Тогда $\angle BMK = 2\alpha$
 $\angle BKM = \frac{1}{2} \cdot 2\alpha = \alpha$
 $\angle CKM = 90^\circ - \alpha$

в $\triangle CMK$:
 $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$
 $\Rightarrow \triangle MBK \sim \triangle ABC$ по 2 углам
 (д-ва $\angle B$ общ.)

б) Пусть $S_{ABC} = 64$
 Тогда $S_{MBK} = 9x$
 $S_{AKMC} = 55x$
 $\frac{S_{MBK}}{S_{AKMC}} = \frac{9x}{55x} = 9:55$

ОТВЕТ: 9/55

Источники:

ФИПИ (новый банк)
 Ященко 2016 (36 вар)
 Савинков 2015
 Основная волна 2014
 Материалы для экспертов ФИПИ

ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

Если два равных угла опираются на один отрезок, то около четырехугольника можно описать окружность

ОТНОШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ В ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКАХ

В подобных треугольниках отношение периметров, биссектрис, медиан, высот и средних перпендикуляров равно коэффициенту подобия

ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$\frac{S_{\text{подобного треугольника}}}{S_{\text{исходного треугольника}}} = k^2$

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a+1)x + a}$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

Источники:

Основная волна (Резерв) 2017
 РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ
 $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Разложим подкоренное на множители

$3x^2 - (3a+1)x + a = 0$
 $x_1 + x_2 = \frac{3a+1}{3} = a + \frac{1}{3}$
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{3}$
 $x_1 = a$
 $x_2 = \frac{1}{3}$

Получаем
 $3x^2 - (3a+1)x + a = 3(x-a)(x-\frac{1}{3})$
 $= (x-a)(3x-1)$

Вернемся с учетом к уравнению

$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{(x-a)(3x-1)}$

$\begin{cases} (x-a)(x+a) = (x-a)(3x-1) \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-a)(x+a) - (x-a)(3x-1) = 0 \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-a)(x+a - 3x + 1) = 0 \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} (x-a)(-2x+1) = 0 \\ x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$x = a$
 $-2x = -a - 1$
 $x^2 - a^2 \geq 0$
 $0 \leq x \leq 1$

$x = a$
 $x = \frac{a+1}{2}$
 $x^2 - a^2 \geq 0$
 $0 \leq x \leq 1$

$x_1 = a$ является корнем ур-я
 при a , ур-е $\begin{cases} x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} a^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq a \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \text{при } 0 \leq a \leq 1 \text{ } x_1 = a \text{ является корнем}$

$x_2 = \frac{a+1}{2}$ является корнем ур-я при a , ур-е $\begin{cases} x^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$\begin{cases} (\frac{a+1}{2})^2 - a^2 \geq 0 \\ 0 \leq \frac{a+1}{2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 2a + 1 - 4a^2 \geq 0 \\ 0 \leq a+1 \leq 2 \end{cases}$

$\begin{cases} -3a^2 + 2a + 1 \geq 0 \\ -1 \leq a \leq 1 \end{cases}$

$\Rightarrow$ при $a \in [-\frac{1}{3}; 1]$ $x_2 = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ является корнем ур-я

x_1 совпадает с x_2 , если $a = \frac{a+1}{2} \mid :2$
 $2a = a+1$
 $a = 1$

$x_1 = x_2$ один совпавший корень

Итак корни:

$x_2 = \frac{1}{3}$ 1 корень
 $x_2 = \frac{1}{3}$ 1 корень
 $x_1 = \frac{1}{3}$ 2 корня
 $x_2 = \frac{1}{3}$ 2 корня
 $x_1 = x_2 = \frac{1}{3}$ 1 корень

а $-\frac{1}{3}$ а $-\frac{1}{3}$ $-\frac{1}{3} < a < 0$ а 0 $0 < a < 1$ а 1 а $a > 1$

ОТВЕТ: $[-\frac{1}{3}; 0) \cup \{1\}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

18

В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?
 б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?
 в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?

Пусть x - кол-во лёгких овощей
 y - кол-во тяжёлых овощей
 $(65-x-y)$ - кол-во средн. овощей

$$\text{Ср. масса лёгких} = \frac{\text{Сумма масс лёгких}}{x} = 982$$

$$\text{Ср. масса средних} = \frac{\text{Сумма масс средних}}{65-x-y} = 1000$$

$$\text{Ср. масса тяжёлых} = \frac{\text{Сумма масс тяжёлых}}{y} = 1024$$

$$\text{Ср. масса всех} = \frac{\text{Сумма масс всех}}{65} = 1000$$

ОТВЕТ: а) нет
 б) нет
 в)

а) Могло ли быть $x=y$

$$\frac{982x + 1000(65-x-y) + 1024y}{65} = 1000$$

$$982x - 2000x + 1024y = 0$$

$$x = 0 = y$$

$\Rightarrow$ ни лёгких, ни тяжёлых нет, что противоречит условию

б) Масса ли $65-x-y = 13$?

$$\frac{982x + 1000(65-x-y) + 1024y}{65} = 1000$$

$$982x - 1000x - 1000y + 1024y = 0$$

$$24y = 18x$$

$$4y = 3x$$

$$y = \frac{3}{4}x$$

Если $x=4$, то $y=3$
 $x=8$, то $y=6$
 $x=12$, то $y=9$
 $x=16$, то $y=12$
 $x=20$, то $y=15$
 $x=24$, то $y=18$
 $x=28$, то $y=21$
 $x=32$, то $y=24$
 $x=36$, то $y=27$

При всех возможных комбинациях
 $65-x-y \neq 13$

В ящике лежат 65 овощей, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 982 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1024 г.

- а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?
 б) Могло ли в ящике оказаться ровно 13 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?
 в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?

в) Чтобы найти самый лёгкий овощ, нужно, чтобы среди всех лёгких был один самый лёгкий и остальные по 999 г

$$x_{\max} = 36$$

Пусть кол-во 999 г = 35 шт

$$\text{Ср. масса лёгких} = \frac{? + 35 \cdot 999}{36} = 982$$

$$? = 982 \cdot 36 - 35 \cdot 999 = 387$$

Пример: $\left. \begin{array}{l} 1 \text{ овощ по } 387 \\ 35 \text{ овощей по } 999 \end{array} \right\} 36 \text{ лёгких}$
 $\left. \begin{array}{l} 27 \text{ овощей по } 1024 \\ 2 \text{ овоща по } 1000 \end{array} \right\}$

Источники:

Основная волна 2019
 Ященко 2021 (36 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)



Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте b ; – пример в пункте b , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

