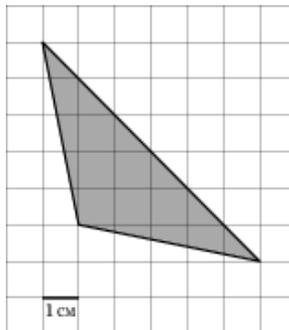




- 3 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения

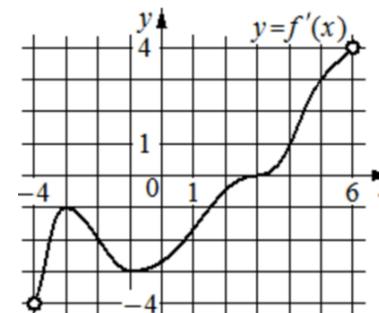
$$\log_5(7 - x) = \log_5(3 - x) + 1.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Один угол равнобедренного треугольника на  $90^\circ$  больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

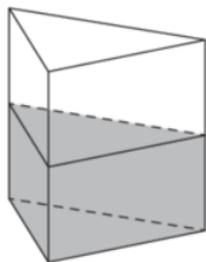
- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 6)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 В сосуде, имеющем форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

### Часть 2

- 9 Найдите значение выражения  $10p(a) - 60a - 4$ , если  $p(a) = 6a - 2$ .  
 Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 450$  нм на дифракционную решётку с периодом  $d$  нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  $\varphi$  (отсчитываемый от перпендикуляра к решётке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума  $k$  связаны соотношением  $d \sin \varphi = k\lambda$ . Под каким минимальным углом  $\varphi$  (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решётке с периодом, не превосходящим 1800 нм?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Плиточник должен уложить 240 м<sup>2</sup> плитки. Если он будет укладывать на 6 м<sup>2</sup> в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 9 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = (3x^2 + 21x - 21)e^x$  на отрезке  $[-5; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
 Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}} \cdot (\sin x + 1) = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi\right].$$

- 14 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB$  равна боковому ребру  $SA$ . Медианы треугольника  $SBC$  пересекаются в точке  $M$ .

- а) Докажите, что  $AM = AD$ .  
б) Точка  $N$  – середина  $AM$ . Найдите  $SN$ , если  $AD = 6$ .

- 15 Решите неравенство

$$\frac{1}{\log_{(x-1)} \frac{x}{6}} \geq -1.$$

- 16 Биссектриса угла  $ADC$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $E$ . В треугольник  $ADE$  вписана окружность, касающаяся стороны  $AE$  в точке  $K$  и стороны  $AD$  в точке  $T$ .

- а) Докажите, что  $KT \parallel DE$ .  
б) Найдите угол  $BAD$ , если сторона  $AD = 6$  и  $KT = 3$ .

- 17 Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего года и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей.

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + x + 2a^2 + 1)^2 = 8a^2(x^2 + x + 1)$$

имеет ровно один корень.

- 19 Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $n \geq 3$ ) состоит из натуральных чисел, причём каждый член последовательности больше среднего арифметического соседних (стоящих рядом с ним) членов.

- а) Приведите пример такой последовательности, состоящей из четырёх членов, сумма которых равна 50.  
б) Может ли такая последовательность состоять из шести членов и содержать два одинаковых числа?  
в) Какое наименьшее значение может принимать сумма членов такой последовательности при  $n = 10$ ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	7
2	12
3	12
4	0,04
5	2
6	30
7	5
8	5
9	-24
10	30
11	10
12	-21
13	а) $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \frac{3\pi}{2} + 2\pi n; n \in Z$ б) $-\frac{9\pi}{2}; -\frac{21\pi}{4}$
14	$\sqrt{15}$
15	$(1; 2) \cup (2; 3] \cup (6; +\infty)$
16	60
17	7
18	$\pm \frac{\sqrt{6}}{4}$
19	а) 2, 12, 18, 18 б) да в) 70

### Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13 а) Решите уравнение

$$\cos x + \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} \cdot (\sin x + 1) = 0$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $[-\frac{11\pi}{2}; -4\pi]$

а)  $(\frac{2-\sqrt{2}}{2}) \cdot (\sin x + 1) = -\cos x$   
 б)  $\frac{2-\sqrt{2}}{2} \cdot (\sin x + 1) = (-\cos x)^2$  | 2  
 2)  $-\cos x \geq 0$  |  $1 \cdot (-1)$

в)  $\cos x \leq 0$

г)  $(2-\sqrt{2}) \cdot (\sin x + 1) = 2\cos^2 x$   
 $2\sin x + 2 - \sqrt{2} \cdot \sin x - \sqrt{2} = 2 - 2\sin^2 x$   
 $2\sin x + 2\sin x - \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} = 0$   
 $2\sin x \cdot (\sin x + 1) - \sqrt{2} \cdot (\sin x + 1) = 0$   
 $(\sin x + 1) \cdot (2\sin x - \sqrt{2}) = 0$

д) Ответём корни с помощью о.к.т. -т.а.

е) Получим числа:  
 $x = -4,5\pi$   
 $x = -5\pi - \frac{\pi}{4}$   
 $= -\frac{21\pi}{4}$

Источники:  
 Ященко 2020 (10 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2020 (50 вар)  
 Ященко 2019 (50 вар)  
 Ященко 2019 (14 вар)

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ  
 1  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   
 2  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$   
 3  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$   
 4  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

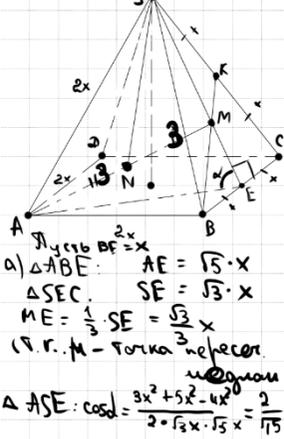
ОТВЕТ:  
 а)  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-4,5\pi; -5,25\pi$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ	
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2



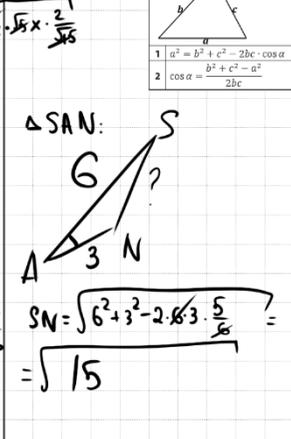
**14** В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB$  равна боковому ребру  $SA$ . Медианы треугольника  $SBC$  пересекаются в точке  $M$ .

- а) Докажите, что  $AM = AD$ .  
 б) Точка  $N$  — середина  $AM$ . Найдите  $SN$ , если  $AD = 6$ .



$\Delta AME: AM = \sqrt{\frac{2x}{3}x^2 + 5x^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}x \cdot \sqrt{5}x \cdot \frac{2}{3\sqrt{3}}}$   
 $AM = 2x = AD$

б)  $\Delta SAM: SA = 2x, AM = 2x, SM = 2\sqrt{3}$   
 $\cos \angle SAM = \frac{36 + 36 - 12}{2 \cdot 36} = \frac{60}{72} = \frac{5}{6}$



**Источники:**  
 Основная волна 2017  
**ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ**

1  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$   
 2  $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

**ОТВЕТ:**  $\sqrt{15}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт б не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

**15** Решите неравенство

$$\frac{1}{\log_{(x-1)} \frac{x}{6}} \geq -1$$

$\frac{1}{\log_{(x-1)} \frac{x}{6}} + 1 \geq 0$

$\frac{1}{\log_{(x-1)} \frac{x}{6}} + \log_{(x-1)} \frac{x}{6} \geq 0$

$\log_{(x-1)} \frac{x}{6} - \log_{(x-1)} \frac{1}{(x-1)} \geq 0$

$\log_{(x-1)} \frac{x}{6} - \log_{(x-1)} 1^{(x-1)} \geq 0$

$\log_{(x-1)} \frac{x}{6} - \log_{(x-1)} 1 \geq 0$

$\log_{(x-1)} \frac{x}{6} \geq \log_{(x-1)} 1$

$\frac{x^2 - x - 6}{6(x-1)} \geq 0$

$(x-2) \cdot \frac{x-6}{6} \geq 0$

$x > 1$   
 $x \neq 6$   
 $x \neq 2$

Найдем пересечение

**Источники:**  
 Яценко 2020 (14 вар)  
 Яценко 2020 (36 вар)  
 Яценко 2020 (50 вар)  
 Яценко 2019 (36 вар)

**МЕТОД ЗАМЕНЫ МНОЖИТЕЛЕЙ**

Было	Стало
$\log_a f = \log_a g$	$(a - 1)(f - g)$
$a^f = a^g$	$(a - 1)(f - g)$
$ f  =  g $	$(f - g)(f + g)$
$\sqrt{f} = \sqrt{g}$	$(f - g)$

**ОТВЕТ:**  $(1, 2) \cup (2, 3) \cup (6, +\infty)$

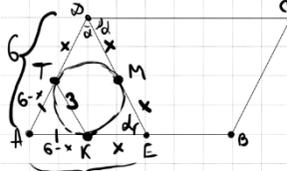
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «>» вместо «<», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».



**16** Биссектриса угла  $ADC$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $E$ . В треугольнике  $ADE$  вписана окружность, касающаяся стороны  $AE$  в точке  $K$  и стороны  $AD$  в точке  $T$ .

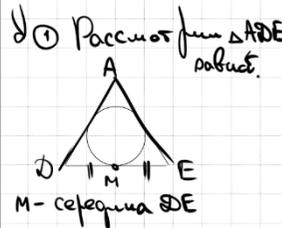
- а) Докажите, что  $KT \parallel DE$ .  
 б) Найдите угол  $BAD$ , если сторона  $AD = 6$  и  $KT = 3$ .



а) ①  $\angle CDE = \angle DEA = d$   
(покресл. лев.)

②  $AT = AK$   
(по св-ву кас.)

③  $\triangle ADE$  - равност.  
 $\triangle ATK$  - равност.



**Источники:**

Гордлин #16 2019  
Семёнов 2015

**СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ**



Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

② Пусть  $DM = x = ME$

③  $DM = DT = x$   
 $ME = EK = x$

$AK = AT = 6 - x$   
по свойству кас.

④  $\triangle ATK \sim \triangle ADE$

$$\frac{3}{2x} = \frac{6-x}{6}$$

$$18 = 12x - 2x^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = 3$$

$\Rightarrow \triangle ADE$  - равност.  
 $\Rightarrow \angle BAD = 60^\circ$

**ОТВЕТ:** 60

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**17** Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего года и четвёртого года вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 30 млн рублей.

Пусть в начале 2021 - 14,641 + 1,21x + 1,1x >= 30  
 месяц открытия вклада  
 Доход - месяц, копится %  
 x - фиксированная сумма пополнения вклада

Дата	Сумма вклада
1.01.21	10 млн
1.01.22	10 * 1,1
1.01.23	10 * 1,1^2 + x
1.01.24	10 * 1,1^3 + 1,1 * x + x
1.01.25	10 * 1,1^4 + 1,1^2 * x + 1,1 * x + x >= 30

$$2,31 \cdot x \geq 15,359$$

$$x \geq \frac{15,359}{2,31}$$

$$x \geq \frac{15359}{2310}$$

$$\frac{15359}{13860} \cdot \frac{2310}{6}$$

$$1490$$

$$x \geq 6 \quad \frac{1499}{2310}$$

**ОТВЕТ:** 7

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

**Источники:**

Яценко 2018 (36 вар)  
Досрочная волна 2016  
Основная волна (Резерв) 2016



**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 + x + 2a^2 + 1)^2 = 8a^2(x^2 + x + 1)$$

имеет ровно один корень.

Пусть  $x^2 + x + 1 = t$

$$(t + 2a^2)^2 = 8a^2 \cdot t$$

$$t^2 + 4a^2t + 4a^4 - 8a^2t = 0$$

$$t^2 - 4a^2t + 4a^4 = 0$$

$$(t - 2a^2)^2 = 0$$

$$t - 2a^2 = 0$$

$$x^2 + x + 1 - 2a^2 = 0$$

$$D = 0$$

$$1 - 4 \cdot (1 - 2a^2) = 0$$

$$1 - 4 + 8a^2 = 0$$

$$8a^2 = 3$$

$$a^2 = \frac{3}{8}$$

$$a = \pm \sqrt{\frac{3}{8}} = \pm \frac{\sqrt{6}}{4}$$

**ОТВЕТ:**  $\pm \frac{\sqrt{6}}{4}$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

**Источники:**

Ященко 2020 (10 вар)  
 Ященко 2020 (14 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2020 (50 вар)  
 Ященко 2019 (50 вар)  
 Ященко 2019 (14 вар)

**19** Последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $n \geq 3$ ) состоит из натуральных чисел, причём каждый член последовательности больше среднего арифметического соседних (стоящих рядом с ним) членов.

**Источники:**

Основная волна 2016

- а) Приведите пример такой последовательности, состоящей из четырёх членов, сумма которых равна 50.  
 б) Может ли такая последовательность состоять из шести членов и содержать два одинаковых числа?  
 в) Какое наименьшее значение может принимать сумма членов такой последовательности при  $n = 10$ ?

а) 7, 12, 15, 16 | б) 2, 12, 18, 18, 12, 2 | в)  $\frac{15+8+10+11+11+10+8+5+1}{8}$   
 $d=1 \quad d=3 \quad d=2 \quad d=1 \quad d=0 \quad d=1 \quad d=2 \quad d=3 \quad d=1$   
 3, 10, 16, 21  
 2, 12, 18, 18

**ОТВЕТ:** а) 2, 12, 18, 18  
 б) Да, пример приведен  
 в) 70

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – некорректная оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

① число "зеркальное" "расстояние"  
 ② по формуле суммы  
 ③  $a_n > \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$   
 $2a_n > a_{n-1} + a_{n+1}$   
 $a_n - a_{n-1} > a_{n+1} - a_n$   
 $\overline{a_{n-1}} \quad \overline{a_n} \quad \overline{a_{n+1}}$



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

