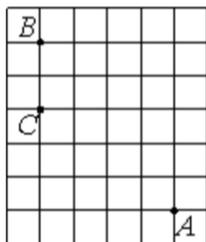


- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .



Ответ: _____.

- 4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.

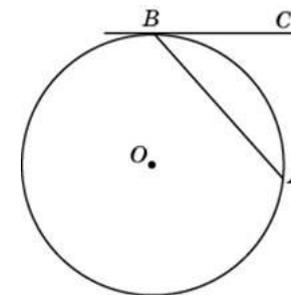
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения

$$3^{\log_9(4x+1)} = 9.$$

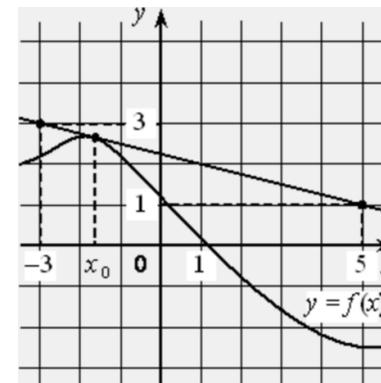
Ответ: _____.

- 6 Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку B . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

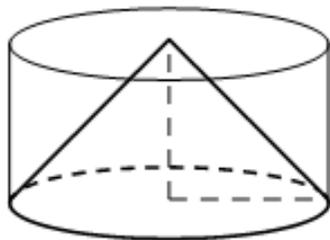
- 7 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.



- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $5\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$4 \log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0,8.$$

Ответ: _____.

- 10 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \cdot \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K — число покупателей, оценивших магазин.

Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 20, их средняя оценка равна 0,25, а оценка экспертов равна 0,61.

Ответ: _____.

- 11 Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 15 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

- 12 Найдите точку минимума функции

$$y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi \right].$$

- 14 Дана правильная призма $ABC A_1 B_1 C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M – середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 5$.

- а) Докажите, что плоскость $BB_1 M$ делит отрезок $C_1 T$ пополам.
 б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину меньшей из них.

- 15 Решите неравенство

$$\log_2(4^x + 81^x - 4 \cdot 9^x + 3) \geq 2x.$$

- 16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.

- 17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший – не менее 0,6 млн рублей.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции

$$f(x) = \frac{x^2 - ax + 5}{x^2 - 2x + 4}$$

содержится в интервале $(-3; 4)$.

- 19 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 720, и

- а) пять;
 - б) четыре;
 - в) три
- из них образуют геометрическую прогрессию?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	7
2	4
3	4
4	0,33
5	20
6	46
7	-0,25
8	5
9	-4
10	0,265
11	8,4
12	7
13	а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; n \in Z$ б) $\frac{35\pi}{6}$
14	$\frac{7\sqrt{93}}{16}$
15	$(-\infty; 0] \cup [0,5; +\infty)$
16	$\sqrt{65}$
17	20
18	$(8 - 2\sqrt{33}; 4\sqrt{17} - 6)$
19	а) нет б) нет в) да

Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

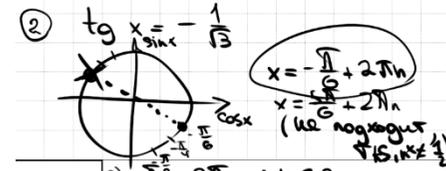
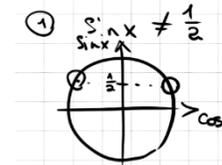
13

а) Решите уравнение

$$\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin x - 1} = 0$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[\frac{9\pi}{2}; 6\pi]$

а) $\begin{cases} \sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1 = 0 \\ 2 \sin x - 1 \neq 0 \end{cases}$ б) $\begin{cases} \operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sin x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

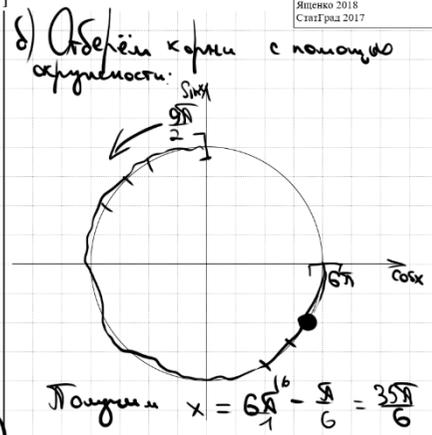


ОТВЕТ: а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{35\pi}{6}$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обосновано получен верный ответ в пункте а ИЛИ в пункте б	1
Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

Источники:

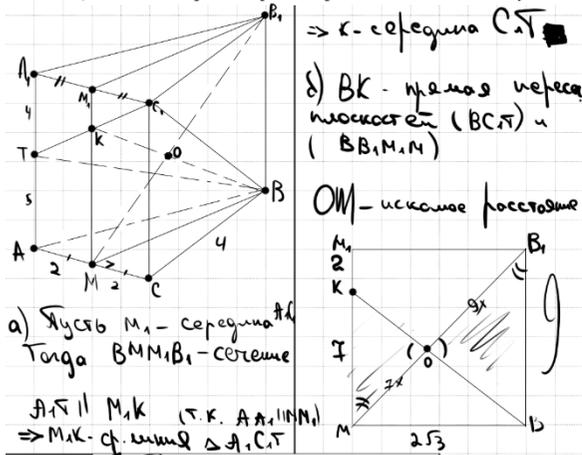
Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2020 (50 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Ященко 2018
 Ященко 2018
 СтатГрад 2017



14 Дана правильная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 9$. Точка M – середина ребра AC , а на ребре AA_1 взята точка T так, что $AT = 5$.

Источники:
Ященко 2018 (10 вар)
Ященко 2018 (30 вар)

- а) Докажите, что плоскость BB_1M делит отрезок C_1T пополам.
- б) Плоскость BTC_1 делит отрезок MB_1 на две части. Найдите длину меньшей из них.



$\Rightarrow k$ - середина C_1T

$M_1K = \frac{1}{2} A_1T = 2$

$MB_1 = \sqrt{9^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{93}$

$\triangle MCK \sim \triangle BOB_1$

$k = \frac{7}{9}$

$\frac{OM}{B_1O} = \frac{7}{9}$

$\Rightarrow OM = \frac{7}{16} \cdot MB_1 = \frac{7}{16} \cdot \sqrt{93}$

а) Пусть M_1 – середина A_1C_1 . Тогда BM_1B_1 – сечение.

$A_1T \parallel M_1K$ (т.к. $AA_1 \parallel MM_1$)

$\Rightarrow M_1K$ - средняя линия $\triangle A_1C_1T$

ОТВЕТ: $\frac{7}{16} \sqrt{93}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

15 Решите неравенство $\log_2(4^x + 81^x - 4 \cdot 9^x + 3) \geq 2x$

Источники:
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Статград 2019

$\log_2(4^x + 81^x - 4 \cdot 9^x + 3) \geq \log_2 2^{2x}$

$4^x + 81^x - 4 \cdot 9^x + 3 \geq 4^x$ $t > 0$

Пусть $9^x = t$

$t^2 - 4t + 3 \geq 0$

$0 < t \leq 1$

$t \geq 3$

$0 < 9^x \leq 1$

$9^x \leq 9^0$

$x \leq 0$

$9^x \geq 3$

$(3^2)^x \geq 3^1$

$3^{2x} \geq 3^1$

$2x \geq 1$

$x \geq \frac{1}{2}$

ОТВЕТ: $(-\infty; 0] \cup [0,5; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «>» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».



16 В треугольник ABC вписана окружность радиуса R , касающаяся стороны AC в точке M , причём $AM = 5R$ и $CM = 1,5R$.

- а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
 б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R = 4$.

$\rho = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2x + 2,5R + 2 \cdot 1,5R}{2} = x + 1,5R$
 $P = 6,5R + x$
 $S = (6,5R + x) \cdot R$
 $S = \sqrt{(6,5R+x) \cdot x \cdot 5R \cdot 1,5R}$
 $(6,5R+x) \cdot R = \sqrt{6,5R \cdot x \cdot 1,5R}$
 $(6,5R+x)^2 = 7,5 \cdot x \cdot (6,5R+x) \quad | : (6,5R+x)$
 $6,5R + x = 7,5x$
 $6,5R = 6,5x$
 $R = x$
 Рассмотрим $\triangle ABC$:
 $(6,5R)^2 = (2,5R)^2 + (6R)^2$
 $42,25R^2 = 42,25R^2$

ОТВЕТ: $\sqrt{65}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Источники:

Семёнов 2018
Яценко 2018

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ



Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны, и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (ФОРМУЛА ГЕРОНА)

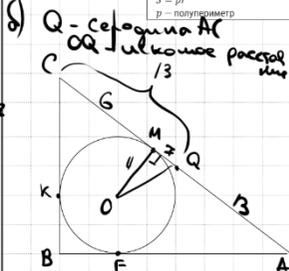


$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА (ЧЕРЕЗ РАДИУС)



$S = pr$
 p — полупериметр



$QM = R - r = 4 - 2 = 2$
 $\triangle OQM$ — \triangle прямоугольный
 $OQ = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.

$1 + \frac{r}{100} = B$
 Июль — месяц выплаты
 Дата Сумма долга

Дата	Сумма долга
1 июля	4,5 млн
1 февраля	4,5B
1 июля	4 млн
1 февраля	4B
1 июля	3,5 млн
1 февраля	3,5B
1 июля	3 млн
1 февраля	3B

Дата Сумма долга
 1 июля 4,5 млн
 1 февраля 4,5B
 1 июля 4 млн
 1 февраля 4B
 1 июля 3,5 млн
 1 февраля 3,5B
 1 июля 3 млн
 1 февраля 3B

Платежи равномерно уменьшаются
 $\Rightarrow 4,5B - 4$ — наиб. впт.
 $95B$ — наим. впт.

$\begin{cases} 4,5B \leq 5,4 \\ 0,5B \geq 0,6 \end{cases} \quad | : 0,5$
 $\begin{cases} 9B \leq 10,8 \\ B \geq 1,2 \end{cases}$
 $\Rightarrow B = 1,2$
 $1 + \frac{r}{100} = 1,2$
 $\frac{r}{100} = 0,2$
 $r = 20\%$

ОТВЕТ: 20

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведён к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки ниже нет жёсткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближённый к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

Источники:

ФИПИ
osfpi
Основная волна 2019
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Основная волна 2015

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210503



18 Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции

$$f(x) = \frac{x^2 - ax + 5}{x^2 - 2x + 4}$$

содержится в интервале $(-3; 4)$.

$$-3 < \frac{x^2 - ax + 5}{x^2 - 2x + 4} < 4$$

Заметим, что $x^2 - 2x + 4 = (x-1)^2 + 3$

⇒ можно домножить на знаменатель обе части нерав.

$$-3(x^2 - 2x + 4) < x^2 - ax + 5 < 4(x^2 - 2x + 4)$$

$$-3x^2 + 6x - 12 < x^2 - ax + 5 < 4x^2 - 8x + 16$$

$$\begin{cases} 4x^2 - ax - 6x + 17 > 0 \\ 3x^2 + ax - 8x + 11 > 0 \end{cases}$$

ОТВЕТ: $(8 - 2\sqrt{33}; -6 + 4\sqrt{17})$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

Источники:

Ященко 2018 (36 вар)
Ященко 2018 (50 вар)

$$\begin{cases} 4x^2 + (-a-6)x + 17 > 0 \\ 3x^2 + (a-8)x + 11 > 0 \\ D_1 < 0 \\ D_2 < 0 \end{cases}$$

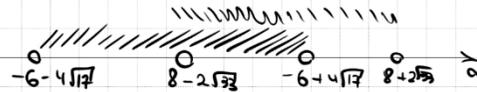
$$\begin{cases} (a+6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 17 < 0 \\ (a-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 11 < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} (a+6)^2 - (4\sqrt{17})^2 < 0$$

$$(a+6-4\sqrt{17}) \cdot (a+6+4\sqrt{17}) < 0$$

$$\textcircled{2} (a-8)^2 - (2\sqrt{33})^2 < 0$$

$$(a-8-2\sqrt{33}) \cdot (a-8+2\sqrt{33}) < 0$$



19 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 720, и а) пять; б) четыре; в) три из них образуют геометрическую прогрессию?

а) $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5 = 720$
 $b_1 \cdot b_1 q \cdot b_1 q^2 \cdot b_1 q^3 \cdot b_1 q^4 = 720$
 $b_1^5 \cdot q^{10} = 720$
 q не может равняться 1, так как 720 не делится на 5.
 ⇒ не могу

б) $b_1 \cdot b_1 q \cdot b_1 q^2 \cdot b_1 q^3 \cdot x = 720$
 $b_1^4 \cdot q^6 \cdot x = 720$
 То же самое, для q нет подходящего значения.

в) $b_1 \cdot b_1 q \cdot b_1 q^2 \cdot x \cdot y = 720$
 $b_1^3 \cdot q^3 \cdot x \cdot y = 720$
 $q = 2$ Пусть $x = 9$
 $b_1 = 1$ $y = 10$

ОТВЕТ: а) Нет
б) Нет
в) Да, например 124910

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – исковая оценка в пункте в;	1
– пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (50 вар)
Ященко 2018 (30 вар)
Ященко 2018 (36 вар)
Основная волна 2011

720	2
360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	
720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5	



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

