



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

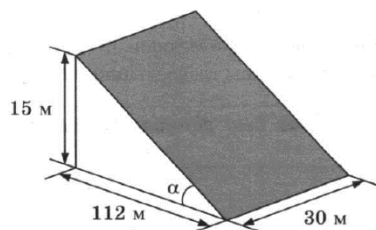
Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы – это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье – для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда.

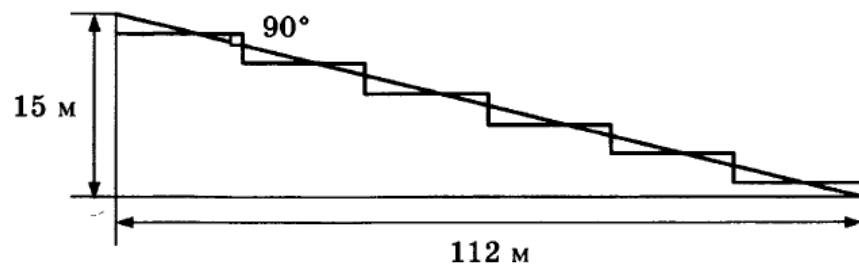


Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 30 м, а верхняя точка находится на высоте 15 м от подножия.



- 1 Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведённая под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.

- 2 Земледелец решил устроить террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона α , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



Ответ: _____.

- 3 На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

- 4 Земледелец получает 600 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 15% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Ответ: _____.

- 5 В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своём террасированном участке. За год обычно собирают два урожая – летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засевать разные культуры.

	Рис	Кукуруза	Пшено
1-й урожай (июнь)	600 г/м ²	750 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (сентябрь)	550 г/м ²	не выращивают	500 г/м ²

Ответ: _____.

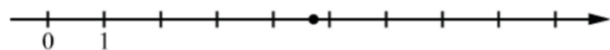


- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{9,2}{0,5 - 2,8}$$

Ответ: _____.

- 7 Одно из чисел $\frac{33}{7}, \frac{37}{7}, \frac{41}{7}, \frac{43}{7}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1) $\frac{33}{7}$
- 2) $\frac{37}{7}$
- 3) $\frac{41}{7}$
- 4) $\frac{43}{7}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$$

при $a = \frac{2}{7}$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$x^2 + 3x = 10.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 10 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Ответ: _____.

- 11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

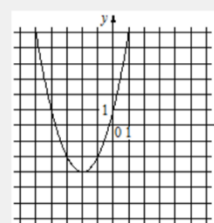
А) $y = x^2 + 4x + 1$

Б) $y = x^2 - 4x + 1$

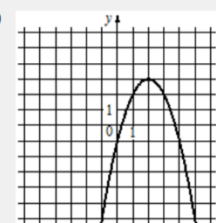
В) $y = -x^2 + 4x - 1$

ГРАФИКИ

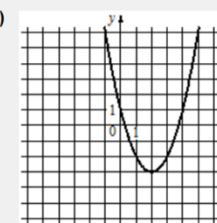
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12 В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле $C = 6000 + 4100n$, где n — число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.



13 Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

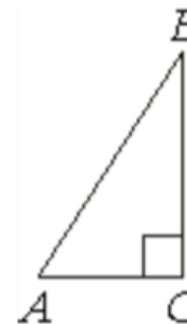
- 1) $x^2 - 56 > 0$
- 2) $x^2 + 56 > 0$
- 3) $x^2 - 56 < 0$
- 4) $x^2 + 56 < 0$

Ответ:

14 Грузовик перевозит партию щебня массой 360 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

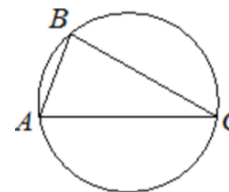
Ответ: _____.

15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$, $BC = 12$. Найдите AC .



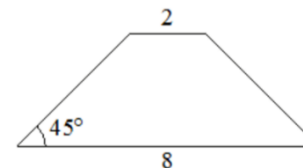
Ответ: _____.

16 В треугольнике ABC угол C равен 30° , $AB = 16$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: _____.

17 В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен 45° . Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: _____.



- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла.
- 2) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведённому в точку касания.
- 3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если

$$\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9.$$

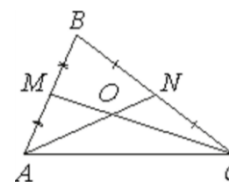
- 21 Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км – со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 22 Постройте график функции

$$y = x^2 - |4x + 3|.$$

Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно три общие точки.

- 23 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 12$, $CM = 18$. Найдите AO .



- 24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

- 25 В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	3390
2	13,4
3	0,9
4	1713,6
5	4368
6	-4
7	1
8	3,5
9	2
10	0,65
11	132
12	26500
13	4
14	19
15	9
16	16
17	15
18	6
19	13
20	10
21	75
22	$-1; \frac{9}{16}$
23	8
24	■
25	1,8

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = \frac{9}{1}$.

272B07

$$-40 + 50 = 10$$

$$\begin{aligned} 63a - 18b + 45 &= 2a - 7b + 5 \\ 61a - 11b &= -40 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 10

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

6F8CA8

$$\begin{aligned} v &= 60 & v &= 100 & v &= 75 \\ t &= 5 & t &= 3 & t &= 4 \\ s &= 300 & s &= 300 & s &= 300 \end{aligned}$$

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ
 $V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{полная}}}{t_{\text{полная}}}$

$$V_{\text{ср}} = \frac{300 \cdot 3}{5+3+4} = \frac{900}{12} = 75$$

ОТВЕТ: 75

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = x^2 - |4x + 3|.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

3EDA10

Анализ модуля:

$$\textcircled{1} \text{ нпн } 4x + 3 \geq 0 \\ x \geq -\frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \text{ нпн } 4x + 3 < 0 \\ x < -\frac{3}{4}$$

$$y = x^2 - (4x + 3)$$

$$y = x^2 - 4x - 3$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

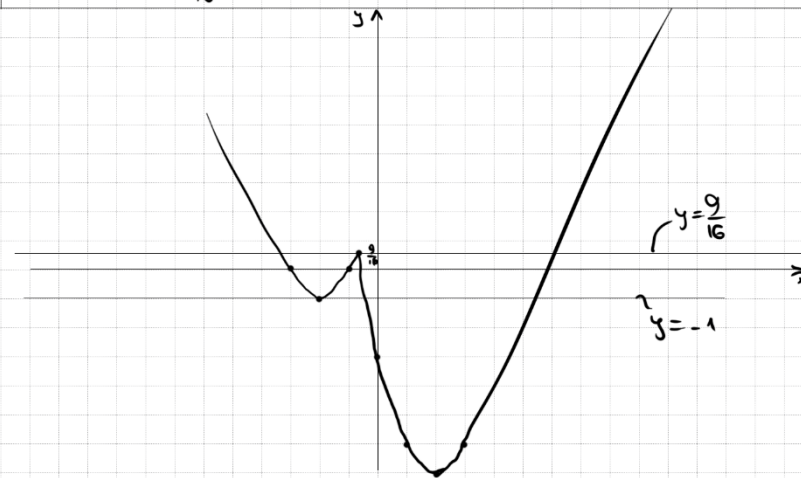
$$y = \begin{cases} x^2 - 4x - 3 \\ x^2 + 4x + 3 \end{cases}$$

$$y = x^2 - (-4x - 3)$$

$$y = x^2 + 4x + 3$$

$$x_0 = \frac{-4}{2} = -2$$

x	-3	-2	-1	$-\frac{3}{4}$	0	1	2	3
y	0	-1	0	$\frac{9}{16}$	-3	-6	-7	-6

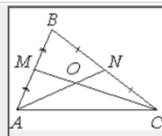
ОТВЕТ: $-1; \frac{9}{16}$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



23

Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 12$, $CM = 18$. Найдите AO .



СВОЙСТВО МЕДИАН



AN - медиана - CM - медиана

$$\Rightarrow \frac{AO}{ON} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow AO = \frac{2}{3} \cdot AN = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8$$

ОТВЕТ: 8

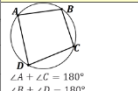
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.



ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



ПРИЗНАК ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА



Т.к. $\angle ACB = \angle BDA$ и они опираются на одну дугу отрезка AB , то можно вписать $ABCD$ в окружность

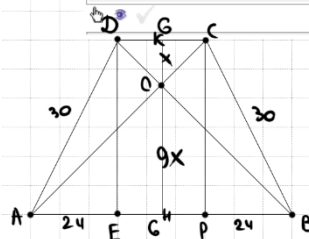
$\Rightarrow \angle ABD = \angle ACD$ (вписанные опирающиеся на одну дугу)

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

22C756



$$① S = \frac{AB+CD}{2} \cdot h \quad 540 = \frac{60}{2} \cdot h \quad h = 18$$

$$② \triangle PBC: PB = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$$

$$③ AB+CD = 60 \quad 24 \cdot 2 + 2CD = 60 \quad CD = 6$$

$$④ \triangle COD \sim \triangle AOB \text{ по 2 углам} \quad \frac{CD}{AB} = \frac{OK}{OM} \quad \frac{6}{54} = \frac{OK}{OM} \quad \frac{OK}{OM} = \frac{1}{9} \Rightarrow OK = \frac{1}{10} \cdot 18 = 1,8$$

ОТВЕТ: 1,8

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 20–25 с развёрнутым ответом.