

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

К И М
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

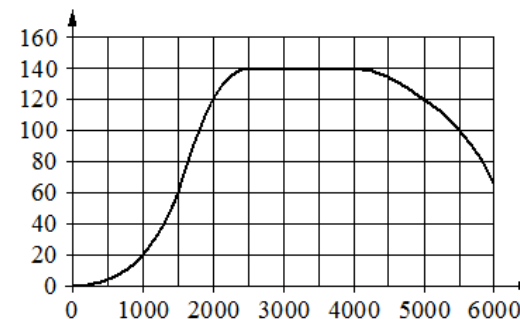
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** На счету Таниного мобильного телефона было 76 рублей, а после разговора с Вовой остался 31 рубль. Сколько минут длился разговор с Вовой, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек.

Ответ: _____.

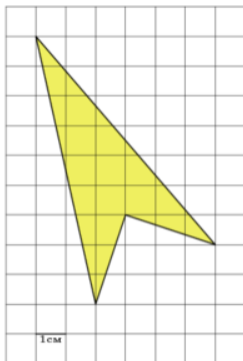
- 2** На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На горизонтальной оси отмечено число оборотов в минуту, на вертикальной оси – крутящий момент в Н·м. Определите по графику крутящий момент, если двигатель совершал 5000 оборотов в минуту. Ответ дайте в Н·м.



Ответ: _____.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображён четырёхугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

- 4 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна $0,18$. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

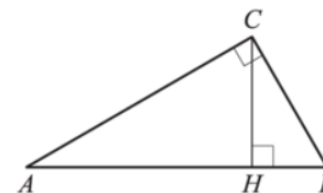
Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения

$$9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}.$$

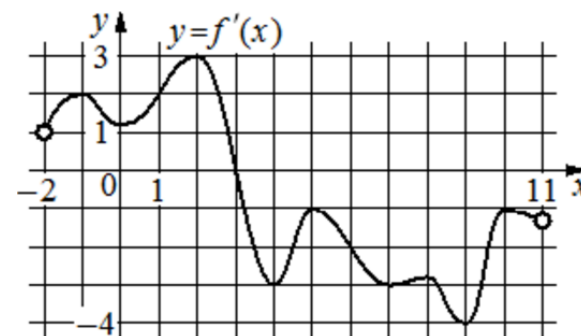
Ответ: _____.

- 6 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 27$, $\sin A = \frac{2}{3}$. Найдите AH .



Ответ: _____.

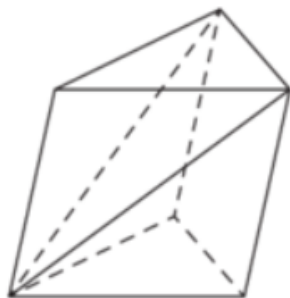
- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.



- 8 От треугольной призмы, объем которой равен 6, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения $q(b - 4) - q(b + 4)$, если $q(b) = -9b$.

Ответ: _____.

- 10 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 240^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -120^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

- 11 Первый насос наполняет бак за 1 час, второй — за 1 час 30 минут, а третий — за 1 час 48 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = (2x + 15) \cdot e^{2x+16}$ на отрезке $[-12; -2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8\left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3}\right) + 1.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-6; -4]$.

- 14 В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точка K – середина ребра A_1B_1 , а точка M делит ребро AC в отношении $AM:MC = 1:3$.

- а) Докажите, что $KM \perp AC$.
 б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

- 15 Решите неравенство

$$\log_{\frac{3x-1}{x+2}}(2x^2 + x - 1) \geq \log_{\frac{3x-1}{x+2}}(11x - 6 - 3x^2).$$

- 16 Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

- а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.
 б) Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 4$ и $AM:MC = 1:3$.

- 17 Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

- 18 При каждом значении параметра a решите неравенство

$$2xa^2 - (5x+2)a + 2x + 1 \geq 0.$$

- 19 После того, как учитель проверил контрольную работу, выяснилось, что первую задачу верно решила меньшая часть класса. На перемене один ученик доказал учителю, что его решение первого задания также является верным. Также известно, что в классе учится не более 30, но не менее 20 человек.

- а) Могло ли получиться так, что теперь уже большая часть класса верно решила первую задачу?
 б) Могло ли получиться так, что исходно процент решивших первую задачу, выражался нецелым числом, а после перемены – целым числом?
 в) Какое наименьшее натуральное значение может после перемены принять процент учеников класса, верно решивших первую задачу?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	18
2	120
3	15
4	0,9676
5	-0,2
6	15
7	3
8	4
9	72
10	37,5
11	27
12	-1
13	а) $2; -5; \frac{-1 \pm \sqrt{65}}{2}$ б) $-5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$
14	$\arctg\left(\frac{\sqrt{530}}{53}\right)$
15	$\{1\} \cup (1,5; 3)$
16	7
17	9
18	При $a = 2$ нет решений. При $a = 0,5$ x – любое При $a \in (-\infty; 0,5) \cup (2; +\infty)$ $x \geq \frac{1}{a-2}$ При $a \in (0,5; 2)$ $x \leq \frac{1}{a-2}$
19	а) да б) да в) 4



Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 8 \left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} \right) + 1$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-6; -4]$

а) Пусть $\left(\frac{x+3}{5} - \frac{2}{x+3} \right) = t$

$$\frac{(x+3)^2}{25} - \frac{4}{5} + \frac{4}{(x+3)^2} = t^2 \cdot 5$$

$$\frac{(x+3)^2}{5} - 4 + \frac{20}{(x+3)^2} = 5t^2$$

$$\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{20}{(x+3)^2} = 5t^2 + 4$$

Вернёмся к уравнению:

$$5t^2 + 4 = 8t + 1$$

$$5t^2 - 8t + 3 = 0$$

$$D = 4$$

$$t = 1$$

$$t = 0,6$$

$$a) 2; -5; \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$b) -5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$c) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$d) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$e) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$f) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$g) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$h) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$i) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$j) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$k) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$l) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$n) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$o) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$p) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$q) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$r) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$s) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$t) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$u) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$v) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$w) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$y) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$z) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (50 вар)
Ященко 2019 (14 вар)

$$a) 2; -5; \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$b) -5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$c) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$d) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$e) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$f) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$g) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$h) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$i) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$j) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$k) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$l) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$n) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$o) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$p) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$q) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$r) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$s) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$t) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$u) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$v) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$w) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$y) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$z) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$a) 2; -5; \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$b) -5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$c) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$d) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$e) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$f) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$g) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$h) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$i) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$j) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$k) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$l) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$n) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$o) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$p) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$q) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$r) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$s) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$t) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$u) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$v) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$w) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$y) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$z) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$a) 2; -5; \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$b) -5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$c) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$d) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$e) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$f) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$g) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$h) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$i) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$j) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$k) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$l) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$n) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$o) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$p) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$q) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$r) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$s) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$t) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$u) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$v) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$w) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$y) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$z) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$a) 2; -5; \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$b) -5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$c) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$d) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$e) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$f) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$g) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$h) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$i) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$j) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$k) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$l) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$n) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$o) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$p) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$q) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$r) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$s) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$t) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$u) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$v) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$w) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$y) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$z) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$a) 2; -5; \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$b) -5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$c) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$d) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$e) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$f) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$g) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$h) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$i) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$j) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$k) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$l) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$n) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$o) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$p) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$q) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$r) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$s) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$t) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$u) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$v) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$w) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$x) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$y) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$z) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$a) 2; -5; \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$b) -5; \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$c) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$d) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$e) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$f) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$g) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$h) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$i) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$j) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$k) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$l) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$m) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$n) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$o) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$p) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$q) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$r) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$s) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$t) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

$$u) \frac{-1 + \sqrt{65}}{2}$$

$$v) \frac{-1 - \sqrt{65}}{2}$$

14

В основании прямой треугольной призмы $ABC A_1 B_1 C_1$ лежит равнобедренный ($AB = BC$) треугольник ABC . Точка K — середина ребра $A_1 B_1$, а точка M делит ребро AC в отношении $AM : MC = 1 : 3$.

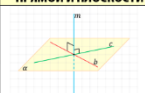
а) Докажите, что $KM \perp AC$.

б) Найдите угол между прямой KM и плоскостью ABB_1 , если $AB = 6$, $AC = 8$ и $AA_1 = 3$.

Источники:

ГПР
Ященко 2020 (10 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2019 (14 вар)
Статград 2018

ПРИЗНАК
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ
ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



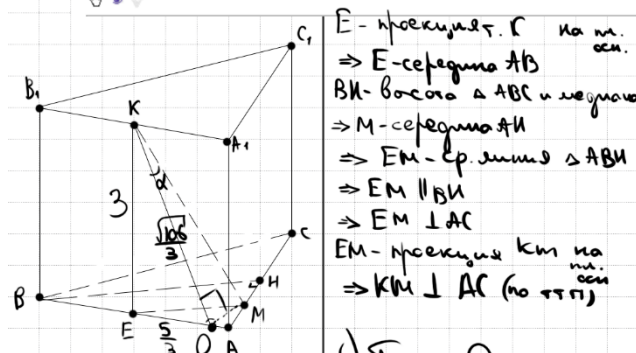
Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости

Если $\begin{cases} m \perp b \\ m \perp c, \text{ то } m \perp \alpha \end{cases}$ $\begin{cases} b \cap c \end{cases}$

УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И
ПЛОСКОСТЬЮ (СПОСОБ #1)



Угол между прямой и плоскостью — это угол между прямой и её проекцией на плоскость

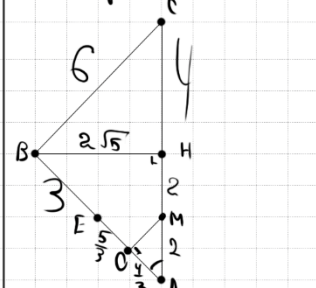


а) Рассмотрим $\triangle ABC$:
б) Пусть O — проекция $T. M$ на (ABB_1)
 $\Rightarrow \angle OKM$ — искомый

ОТВЕТ: $\alpha = \arctg\left(\frac{\sqrt{530}}{53}\right)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт б не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Рассмотрим $\triangle ABC$:



$$\sin A = \frac{OM}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{6}$$

$$OM = \frac{2\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos A = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{OA}{2}$$

$$OA = \frac{4}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{OM}{OA} = \frac{2\sqrt{5} \cdot 3}{\frac{4}{3} \cdot 106}$$

$$= \frac{2\sqrt{530}}{106} = \frac{\sqrt{530}}{53}$$

15

Решите неравенство

$$\log_{3x-1}(2x^2 + x - 1) \geq \log_{3x-1}(11x - 6 - 3x^2).$$

$$\log_{\frac{3x-1}{x+2}}(2x^2 + x - 1) - \log_{\frac{3x-1}{x+2}}(11x - 6 - 3x^2) \geq 0$$

$$\left(\frac{3x-1}{x+2} - 1 \right) \cdot (2x^2 + x - 1 - 11x + 6 + 3x^2) \geq 0$$

$$\frac{3x-1}{x+2} \neq 1$$

$$\frac{3x-1}{x+2} > 0$$

$$2x^2 + x - 1 > 0$$

$$11x - 6 - 3x^2 > 0$$

$$\frac{3x-1-x-2}{x+2} \cdot (5x^2 - 10x + 5) \geq 0 \quad | :5$$

$$\frac{2x-3}{x+2} \cdot (x^2 - 2x + 1) \geq 0$$

ОТВЕТ: $\{1\} \cup (1.5; 3)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек	1
ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018 (36 вар)
МЕТОД ЗАМЕНЫ
МНОЖИТЕЛЕЙ
Было Стало
 $\log_a f - \log_a g$ $(a-1)(f-g)$
 $a^f - a^g$ $(a-1)(f-g)$
 $|f| - |g|$ $(f-g)(f+g)$
 $\sqrt{f} - \sqrt{g}$ $(f-g)$

$$\frac{3x-1-x-2}{x+2} \neq 0$$

$$\frac{2x-3}{x+2} \neq 0$$

$$x \neq 1.5$$

$$x \neq -2$$

$$\frac{3x-1}{x+2} > 0$$

$$\frac{2x-3}{x+2} \cdot (x^2 - 2x + 1) \geq 0$$

$$\frac{2x-3}{x+2} \cdot (x-1)^2 \geq 0$$

$$\frac{2x-3}{x+2} \geq 0$$

$$x \in (1.5; 3)$$

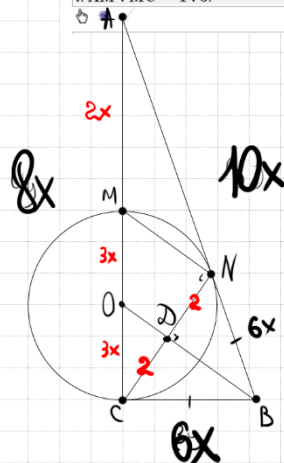


16

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 4$ и $AM : MC = 1 : 3$.



а) $MN \perp CN$

$BN = BC$ (по св.-вы кас.)

BO - биссектриса $\angle B$

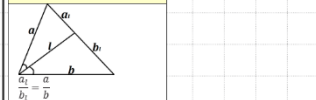
$\Rightarrow BO \perp MN$ (по св.-вы кас.)

$\Rightarrow BO \perp CN$ (т.к. $\angle BNC = 90^\circ$)

$\Rightarrow BO \perp MN$

$MN \parallel BO$ (т.к. $BO \perp CN$)

ТЕОРЕМА О БИСЕКТРИСЕ



Источники:

ГПР
осГР
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Ященко 2018

17

Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 20 млн рублей.

Источники:

ГПР
осГР
Ященко 2018
Досрочная волна 2016

Дата	Сумма вклада
1 янв 21	S
31 дек 21	$1,1 \cdot S$
31 дек 22	$1,1^2 \cdot S$
1 янв 23	$1,1^2 \cdot S + 3$
31 дек 23	$1,1^3 \cdot S + 3 \cdot 1,1$
1 янв 24	$1,1^3 \cdot S + 3 \cdot 1,1 + 3$
31 дек 24	$1,1^4 \cdot S + 3 \cdot 1,1^2 + 3 \cdot 1,1$

Сумма вклада > 20

$1,1^4 \cdot S + 3 \cdot 1,1^2 + 3 \cdot 1,1 > 20$

$1,4641 \cdot S + 3,63 + 3,3 > 20$

$1,4641 \cdot S > 20 - 6,93$

$1,4641 \cdot S > 13,07$

$S > \frac{13,07 \cdot 10000}{1,4641} = \frac{130700}{1,4641}$

$S > 8 \frac{13572}{14641}$

$\Rightarrow S_{\text{наим. цел.}} = 9$

$$\frac{130700}{1,4641} = \frac{130700}{1,4641} \approx 89950,7$$

ОТВЕТ: 9 млн

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы пытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

18 При каждом значении параметра a решите неравенство

$$2xa^2 - (5x+2)a + 2x+1 \geq 0.$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot x \cdot a^2 - 5 \cdot a \cdot x - 2 \cdot a + 2x + 1 &\geq 0 \\ x \cdot (2a^2 - 5a + 2) - 2a + 1 &\geq 0 \\ x \cdot (2a-1) \cdot (a-2) &\geq 2a-1 \end{aligned}$$

Если $a=2$, то $x \cdot 0 \geq 3$
нет реш.

Если $a=0,5$, то $x \cdot 0 \geq 0$
 x - любой

Если $0,5 < a < 2$, то $x \leq \frac{2a-1}{(2a-1)(a-2)}$
 $x \leq \frac{1}{a-2}$

Если $a < 0,5$ или $a > 2$, то $x \geq \frac{1}{a-2}$

ОТВЕТ:

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Источники:

Ященко 2018

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ

$$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

$$2a^2 - 5a + 2 = 0$$

$$D = 9$$

$$a = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$a = 2 \quad a = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot (a-2) \cdot (a-\frac{1}{2})$$

$$(a-2)(2a-1)$$

19

После того, как учитель проверил контрольную работу, выяснилось, что первую задачу верно решила меньшая часть класса. На перемене один ученик доказал учителю, что его решение первого задания также является верным. Также известно, что в классе учится не более 30, но не менее 20 человек.

- а) Могло ли получиться так, что теперь уже большая часть класса верно решила первую задачу?
б) Могло ли получиться так, что исходно процент решивших первую задачу, выражался нецелым числом, а после перемены – целым числом?
в) Какое наименьшее натуральное значение может после перемены принять процент учеников класса, верно решивших первую задачу?

а) Да, пример 21 чел. 10 верно, 11 неверно. Перемена: 10/21 верно, 11/21 неверно.

б) Да, пример 24 чел. 5 верно, 19 неверно. Перемена: 5/24 верно, 19/24 неверно.

ОТВЕТ:	а) Да б) Да в) 4
Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Источники:

Пробный ЕГЭ 2016

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

Если было 20 учеников: $\frac{1}{20} = 5\%$ - наим. доля, которая может дать целое число % после перемены.

Если было 21 ученик: $\frac{21}{21} = 100\%$ не подходит.

Если было 22 ученика: $\frac{11}{22} = 50\%$.

Если было 23 ученика: $\frac{23}{23} = 100\%$ не подходит.

Если было 24 ученика: $\frac{6}{24} = 25\%$.

Если было 25 учеников: $\frac{1}{25} = 4\%$.

Если было 26 уч. $\frac{13}{26} = 50\%$.

Если было 27 уч. $\frac{27}{27} = 100\%$ не подходит.

Если было 28 уч. $\frac{7}{28} = 25\%$.

Если было 29 уч. $\frac{29}{29} = 100\%$.

Если было 30 уч. $\frac{3}{30} = 10\%$.





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.