



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
Десятки		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

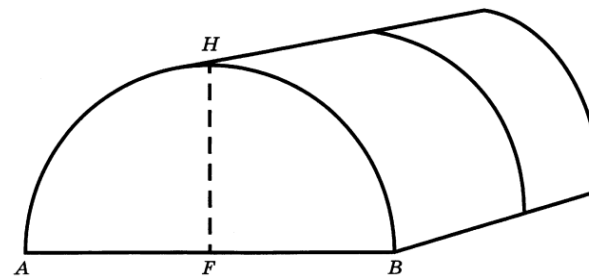
- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Сергей Петрович решил построить на дачном участке теплицу длиной 4 м. Для этого он сделал прямоугольный фундамент. Для каркаса теплицы Сергей Петрович заказал металлические дуги в форме полуокружностей длиной 5 м каждая и покрытие для обтяжки.



Отдельно требуется купить плёнку для передней и задней стенок теплицы. Внутри теплицы Сергей Петрович планирует сделать три грядки по длине теплицы — одну центральную широкую грядку и две узкие грядки по краям. Между грядками будут дорожки шириной 40 см, для которых необходимо купить тротуарную плитку размером 20 см × 20 см. Высота теплицы показана на рисунке отрезком HF .



1 Какое наименьшее количество дуг нужно заказать, чтобы расстояние между соседними дугами было не более 70 см?

Ответ: _____.

2 Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек между грядками, если она продаётся в упаковках по 12 штук?

Ответ: _____.

3 Найдите высоту теплицы. Ответ дайте в метрах с точностью до десятых.

Ответ: _____.

4 Найдите площадь участка, отведённого под теплицу. Ответ дайте в квадратных метрах. Результат округлите до целых.

Ответ: _____.

5 Сколько квадратных метров плёнки необходимо купить для передней и задней стенок, если с учётом крепежа её нужно брать с запасом 10%? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\frac{9,4}{4,1 + 5,3}$$

Ответ: _____.

7 На координатной прямой отмечены числа p , q и r .



Какая из разностей $q - p$, $q - r$, $r - p$ положительна?

- 1) $q - p$
- 2) $q - r$
- 3) $r - p$
- 4) ни одна из них

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6)$$

при $b = 2$.

Ответ: _____.

9 Найдите корень уравнения

$$(x + 3)^2 = (x + 8)^2$$

Ответ: _____.



- 10** В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

Ответ: _____.

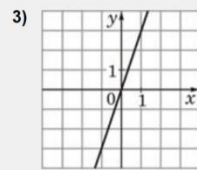
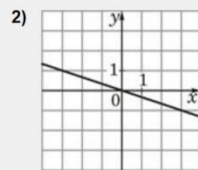
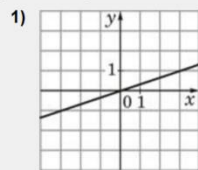
- 11** Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = 3x$

Б) $y = \frac{1}{3}x$

В) $y = -\frac{1}{3}x$

ГРАФИКИ

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 12** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле

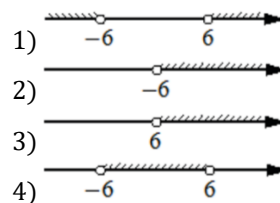
$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2},$$

где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 6$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, а $S = 19$.

Ответ: _____.

- 13** Укажите решение неравенства

$$x^2 > 36.$$



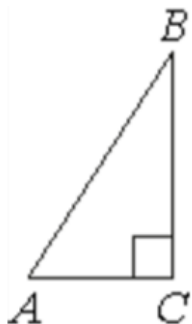
Ответ:

- 14** Лене надо подписать 972 открытки. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Лена подписала 20 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за седьмой день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Ответ: _____.

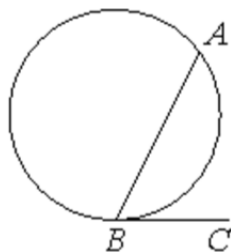


- 15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 6$, $AB = 10$. Найдите $\sin B$.



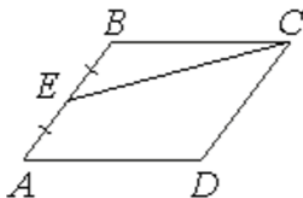
Ответ: _____.

- 16 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 92° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



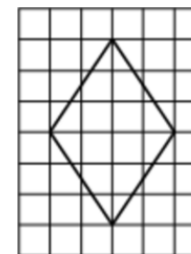
Ответ: _____.

- 17 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 132. Точка E — середина стороны AB . Найдите площадь треугольника CBE .



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- 3) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите неравенство

$$\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0.$$

- 21 Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные – 22%. Сколько сухих фруктов получится из 78 кг свежих фруктов?

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

- 23 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC .

- 24 Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

- 25 На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 49$, $MD = 42$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	7
2	7
3	1,6
4	13
5	8,7-8,9
6	1
7	2
8	-0,5
9	-5,5
10	0,4
11	312
12	19
13	1
14	44
15	0,6
16	46
17	33
18	12
19	2
20	$(1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$
21	22
22	-9; 0; 9
23	4
24	■
25	13

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите неравенство $\frac{-12}{(x-1)^2 - 2} \geq 0$.

131EDB

$$\frac{\text{Отриц.}}{?} \geq 0$$

→ знаменатель должен быть совершенно отрицательным

$$\begin{aligned} (x-1)^2 - 2 &< 0 \\ (x-1)^2 - \sqrt{2}^2 &< 0 \\ (x-1-\sqrt{2}) \cdot (x-1+\sqrt{2}) &< 0 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: $(1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные — 22%. Сколько сухих фруктов получится из 78 кг свежих фруктов?

4AE0FB

Свежие фрукты (вишня)

78% вода
22% сух. вещ.

$$\begin{aligned} 78 \text{ кг} &= 100\% \\ x \text{ кг} &= 22\% \end{aligned}$$

$$x = \frac{78 \cdot 22}{100} = 17,16$$

Высушенные фрукты (изюм)

22% вода
78% сух. вещ.

$$\begin{aligned} 17,16 \text{ кг} &= 78\% \\ x \text{ кг} &= 100\% \end{aligned}$$

$$x = \frac{17,16 \cdot 100}{78} = 22$$

ОТВЕТ: 22

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

7AC574

Раскроем модуль:

① $x > 0$

Тогда $y = \frac{3x-1}{x-3x^2} = \frac{3x-1}{-x \cdot (3x-1)}$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases} \quad y = -\frac{1}{x}$$

$$y = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{при } x > 0 \\ \frac{1}{x} & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

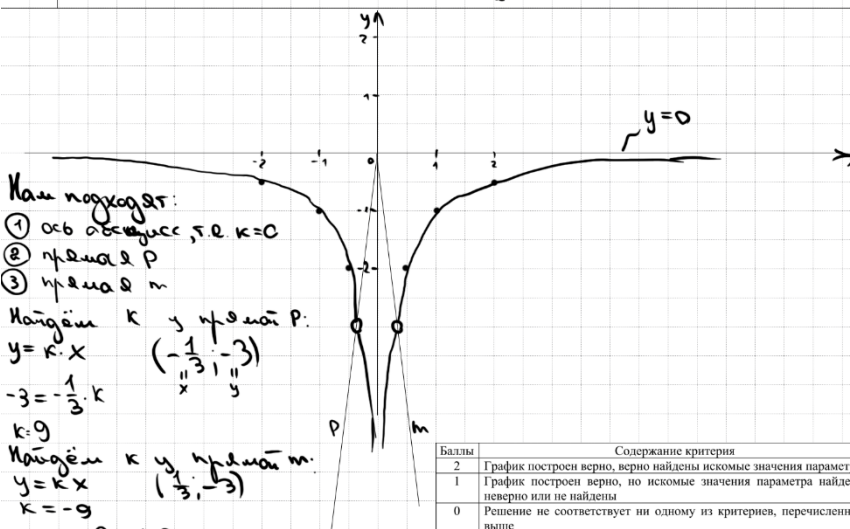
② $x < 0$

Тогда $y = \frac{-3x-1}{-x-3x^2} = \frac{-(3x+1)}{-x \cdot (3x+1)}$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \quad y = \frac{1}{x}$$

$$\text{Итого: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \frac{1}{3} \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

x	-2	-1	-0,5	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0,5	1	2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-3	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$

ОТВЕТ: 0; ± 9

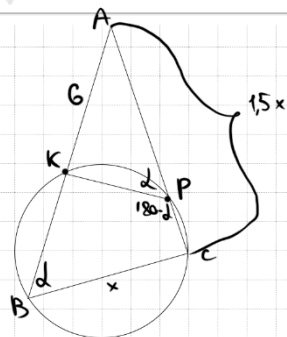
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



23

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC .

3A4E2D



① Пусть $\angle B = \alpha$
 Тогда $\angle KPC = 180 - \alpha$
 (т.к. $BKPC$ - вписанная в окр.)

② $\angle APK = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$

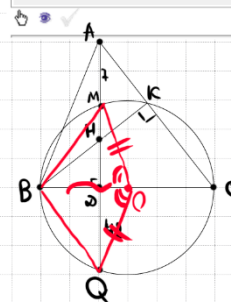
③ $\triangle AKP \sim \triangle ABC$ по 2 углам
 $\frac{6}{1.5x} = \frac{KP}{x}$ $KP = \frac{6 \cdot x}{1.5x} = 4$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 4

25

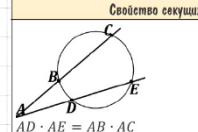
На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 49$, $MD = 42$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .



① К лежит на окружности, т.к. $\angle BKC = 90^\circ$
 и $\angle BKC$ - опирается на диаметр.

② AQ и AC - секущие
 $AM \cdot AQ = AK \cdot AC$
 $7 \cdot (49 + 42) = AK \cdot AC$
 $637 = AK \cdot AC$

③ $\triangle AKH \sim \triangle ACD$
 $\frac{AK}{AD} = \frac{AH}{AC}$
 $AD \cdot AK = AH \cdot AC$
 $749 \cdot AK = AH \cdot 91$
 $AK = 13$



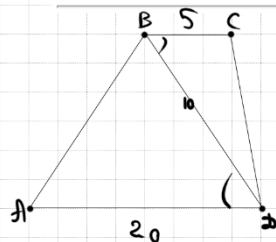
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 13

24

Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.

A810F6



① $\angle CBD = \angle ADB$ (накрест. лежащие)

② $\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{AD}$
 $\frac{5}{10} = \frac{10}{20}$
 $\Rightarrow \triangle CBD \sim \triangle BDA$ по 2 признакам

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ
1 По двум углам
2 По двум пропорциональным сторонам и углу между ними
3 По трём пропорциональным сторонам

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 20–25 с развёрнутым ответом.