

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

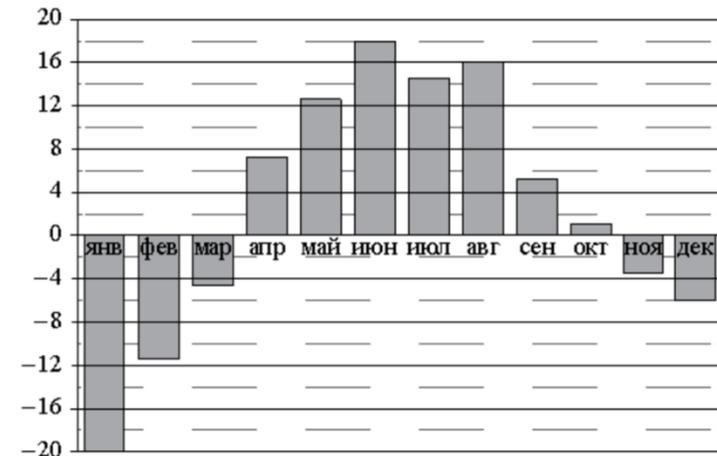
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Для покраски 1 кв. м потолка требуется 220 г краски. Краска продаётся в банках по 3 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 58 кв. м?

Ответ: _____.

- 2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура не превышала 6 градусов Цельсия.



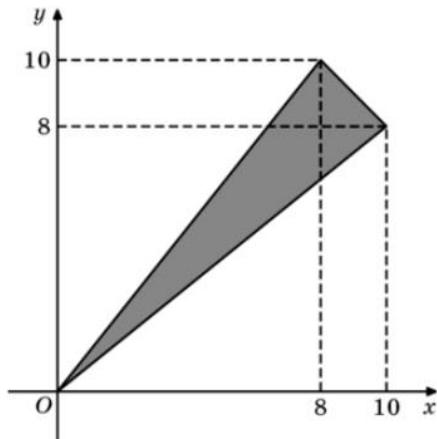
Ответ: _____.



ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 210412



3 Найдите площадь треугольника, изображённого на рисунке



Ответ: _____.

4 При изготовлении подшипников диаметром 68 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 67,99 мм, или больше, чем 68,01 мм.

Ответ: _____.

5 Найдите корень уравнения

$$x = \frac{6x - 15}{x - 2}.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

6 Углы треугольника относятся как 2:3:4. Найдите меньший из них. Ответ дайте в градусах.

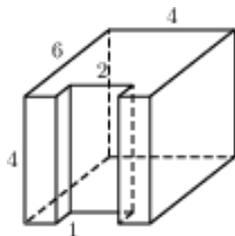
Ответ: _____.

7 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 27$, где x – расстояние от точки отсчёта в метрах, t – время в секундах, измеренное с момента начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

Ответ: _____.



- 8 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

- 9 Найдите значение выражения

$$(5^{\log_3 7})^{\log_7 3}$$

Ответ: _____.

- 10 Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω — частота вынуждающей силы (в с^{-1}), A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 360 \text{ с}^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на одну пятнадцатую. Ответ дайте в с^{-1} .

Ответ: _____.

- 11 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 50 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 72 секунды. Найдите длину поезда в метрах.

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции

$$y = \sqrt{-115 - 28x - x^2}$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\log_3(x^2 - 2x) = 1.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 0,2; \log_2 5]$.

- 14 Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

- а) Докажите, что прямая $B_1 D$ перпендикулярна плоскости $A_1 B C_1$.
б) Найдите угол между плоскостями $AB_1 C_1$ и $A_1 B_1 C$.

- 15 Решите неравенство

$$\log_7 \frac{3}{x} + \log_7(x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left(x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right).$$

- 16 В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

- а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.

- б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 13$, $BC = 7$ и $BK = \frac{7\sqrt{13}}{4}$.

- 17 15-го января в банке был взят кредит на 600 тысяч рублей на $(n + 1)$ месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по n -й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа n -го месяца долг составит 200 тысяч рублей;
- к 15-му числу $(n + 1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите n , если общая сумма выплат после погашения кредита составила 852 тысячи рублей.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y = \sqrt{5 + 4x - x^2} + 2, \\ y = \sqrt{9 - a^2 + 2ax - x^2} + a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19 На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых больше 58 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

- а) Приведите пример последовательных 5 ходов.
б) Можно ли сделать 10 ходов?
в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	5
2	7
3	18
4	0,032
5	5
6	40
7	6
8	132
9	5
10	90
11	1000
12	9
13	а) – 1; 3 б) – 1
14	60
15	$\left[2; \frac{7 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup [5; +\infty)$
16	$\frac{105\sqrt{3}}{4}$
17	20
18	$[-1; 2) \cup (2; 5]$
19	а) привели в решении б) нет в) 6

Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

- 13** а) Решите уравнение $\log_3(x^2 - 2x) = 1$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_2 0,2; \log_2 5]$.

Источники:
 Основная волна (Резерв) 2017

а) $3^1 = x^2 - 2x$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $x_1 = -1 \quad x_2 = 3$

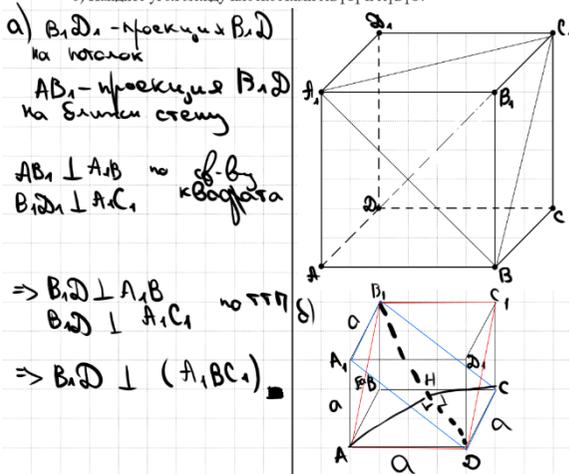
б) Сравним
 $\log_2 0,2 < -1 < \log_2 5$
 $\log_2 0,2 < \log_2 \frac{1}{2} < \log_2 5$
 $\Rightarrow -1 \in [\log_2 0,2; \log_2 5]$

Сравним
 $\log_2 0,2 < 3 > \log_2 5$
 $\log_2 0,2 < \log_2 8 > \log_2 5$
 $\Rightarrow 3 \notin [\log_2 0,2; \log_2 5]$

ОТВЕТ:	а) -1; 3	Баллы
	б) -1	
Содержание критерия		Баллы
Обосновано получены верные ответы в обоих пунктах		2
Обосновано получен верный ответ в пункте а ИЛИ		1
получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б		
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше		0
<i>Максимальный балл</i>		2

14 Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

- а) Докажите, что прямая $B_1 D$ перпендикулярна плоскости $A_1 B C_1$.
- б) Найдите угол между плоскостями $AB_1 C_1$ и $A_1 B_1 C$.



$B_1 D_1$ - проекция $B_1 D$ на основание

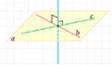
Рассмотрим $\triangle A B_1 D$. AH - высота $\triangle A B_1 D$

$\triangle A B_1 D \cong \triangle C B_1 D$ по 3 сторонам
 $\Rightarrow CH$ - высота $\triangle C B_1 D$
 $\Rightarrow \angle AHC$ - искомым

Источники:

Ященко 2020 (50 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Ященко 2018 (20 вар)

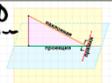
ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости

Если $\begin{cases} m \perp b \\ m \perp c \end{cases}$ то $m \perp \alpha$
 $b, c \in \alpha$

ТЕОРЕМА О ТРЕХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ



Прямая, проведенная в плоскости и перпендикулярная проекции наклонной на эту плоскость, перпендикулярна и самой наклонной (ТПП)

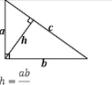
Прямая, проведенная в плоскости и перпендикулярная наклонной, перпендикулярна и проекции наклонной на эту плоскость (Теорема, обратная ТПП)

УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ (СПОСОБ №1)



Угол между плоскостями - это угол между перпендикулярами к линиям их пересечения, проведенными в этих плоскостях

ВЫСОТА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ



ТЕОРЕМА КОСУНУСОВ



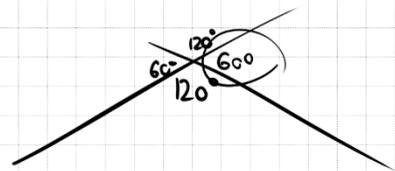
- 1 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
- 2 $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

ОТВЕТ: 60

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

$$\cos \angle AHC = \frac{\frac{2}{3}a^2 + \frac{2}{3}a^2 - 2a^2}{2 \cdot \frac{2}{3}a^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \angle AHC = 120^\circ$$



15 Решите неравенство

$$\log_7 \frac{3}{x} + \log_7 (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left(x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right)$$

$$\begin{cases} \log_7 \frac{3}{x} \cdot (x^2 - 7x + 11) \leq \log_7 \left(x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10 \right) \\ \frac{3}{x} > 0 \\ x^2 - 7x + 11 > 0 \end{cases}$$

1) $\frac{3}{x} \cdot (x^2 - 7x + 11) \leq x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10$

2) $\frac{3}{x} > 0$
 3) $x^2 - 7x + 11 > 0$

1) $3x - 21 + \frac{33}{x} \leq x^2 - 7x + \frac{3}{x} + 10$
 $x^2 - 10x - \frac{30}{x} + 31 \geq 0$
 $x^3 - 10x^2 + 31x - 30 \geq 0$

Заметим, что при подстановке $x=2$ мы обр в коль

$$\begin{array}{r} x^3 - 10x^2 + 31x - 30 \mid x-2 \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \\ -8x^2 + 31x - 30 \\ \underline{-8x^2 + 16x} \\ 15x - 30 \\ \underline{-15x + 30} \\ 0 \end{array}$$

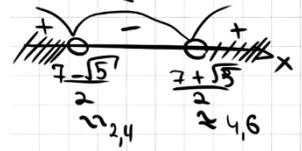
ОТВЕТ: $[2; \frac{7-\sqrt{5}}{2}] \cup [5; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек	1
ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

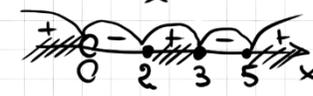
При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: « \leq » вместо « $<$ », или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

2) $\frac{3}{x} > 0$
 $x > 0$

3) $x^2 - 7x + 11 > 0$
 $D = 49 - 44 = 5$
 $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{5}}{2}$

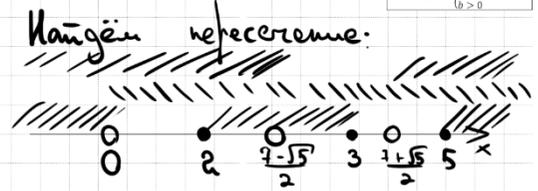


Лагранжем
 $(x-2) \cdot (x^2 - 8x + 15) \geq 0$



ОДЗ ЛОГАРИФМА

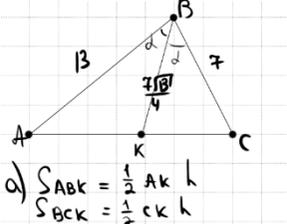
Для $\log_a b$	$a > 0$
	$a \neq 1$
	$b > 0$



16 В треугольнике ABC проведена биссектриса BK .

а) Докажите, что $\frac{AK}{AB} = \frac{CK}{BC}$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AB = 13$, $BC = 7$ и $BK = \frac{7\sqrt{3}}{4}$.



Источники:
Только решает
ТЕОРЕМА О БИСЕКТРИСЕ

а) $S_{ABK} = \frac{1}{2} AK \cdot h$
 $S_{BCK} = \frac{1}{2} CK \cdot h$

б) Возведем в квадрат $\frac{AK}{CK} = \frac{AB}{BC}$
 $AK \cdot BC = AB \cdot CK$
 $AK^2 \cdot BC^2 = AB^2 \cdot CK^2$
 $AK^2 = \frac{AB^2 \cdot CK^2}{BC^2}$
 $169 \cdot 49 = \frac{49^2 \cdot 13^2}{16} - 2 \cdot \frac{13 \cdot 7 \sqrt{3}}{4} \cdot \cos d$
 $169 \cdot 49 + \frac{49^2 \cdot 13^2}{16} - 2 \cdot \frac{13 \cdot 7 \sqrt{3}}{4} \cdot \cos d = 169 \cdot 49$
 $\frac{49^2 \cdot 13^2}{16} - \frac{49 \cdot 13^2}{16} = 2 \cdot \frac{13 \cdot 7 \sqrt{3}}{4} \cdot \cos d$
 $\frac{49 \cdot 13^2 (49 - 13^2)}{16 \cdot 4} = 2 \cdot \frac{13 \cdot 7 \sqrt{3}}{4} \cdot \cos d$
 $\frac{-120}{4} = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot (-6) \cdot \cos d$
 $30 = 12 \sqrt{3} \cdot \cos d$
 $\cos d = \frac{5}{2\sqrt{3}}$
 $\sin d = \sqrt{1 - \frac{25}{52}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$
 $\sin 2d = 2 \sin d \cos d = 2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{26}$
 $S = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 7 \cdot \frac{15\sqrt{3}}{26} = \frac{105\sqrt{3}}{4}$

а) $S_{ABK} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BK \cdot \sin d$
 $S_{BCK} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot BK \cdot \sin d$

$\frac{S_{ABK}}{S_{BCK}} = \frac{AK}{CK} = \frac{AB}{BC}$

ОТВЕТ: $\frac{105\sqrt{3}}{4}$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

17 Задание с развернутым ответом

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 600 тысяч рублей на $(n+1)$ месяцев. Условия его возврата таковы:
— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
— к 15-му числу $(n+1)$ -го месяца кредит должен быть полностью погашен.
Найдите n , если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 852 тысячи рублей.

Источники:
осфр
Основная волна 2018
Лещенко 2020 (36 вар)

Пусть 7 тысяч - сумма, на которую уменьшается долг

Дата Сумма долга

15 дек 600 тыс

15 ян $600 - 1 \cdot x$

15 фев $600 - 2 \cdot x$

15 мар $600 - 3 \cdot x$

15 апр $600 - 4 \cdot x$

15 мая $600 - 5 \cdot x$

15 июн $600 - 6 \cdot x$

15 июл $600 - 7 \cdot x$

15 авг $600 - 8 \cdot x$

15 сент $600 - 9 \cdot x$

15 окт $600 - 10 \cdot x$

15 ноя $600 - 11 \cdot x$

15 дек $600 - 12 \cdot x$

$600 - (n-1)x \Rightarrow 200 + x$
 $(200+x) \cdot 103$
 $200 + x = 400$
 $200 \cdot 103$
 $200 \cdot 103 - 200$
 $200 \cdot 103$
 $200 \cdot 103 - 200$

$S_n = \frac{a_1(n+1)}{2} \cdot h$
 $O.C.B. = 852$

$600 \cdot 103 - 600 + x + 200 \cdot 103 + 103x - 200$
 $18 + 6 + 203x \cdot h = 646$
 $12h + 1,015xh = 646$
 $406 + 12h = 646$
 $12h = 240$
 $h = 20$

ОТВЕТ: 20

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, заданному функции и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общеупотребим и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).



18 Найдите все значения a , при каждом из которых система

Источники:
 ЕГЭ
 Ященко 2018
 Пробный ЕГЭ 2015

① $y = \sqrt{5+4x-x^2} + 2$,
 ② $y = \sqrt{9-a^2+2ax-x^2} + a$

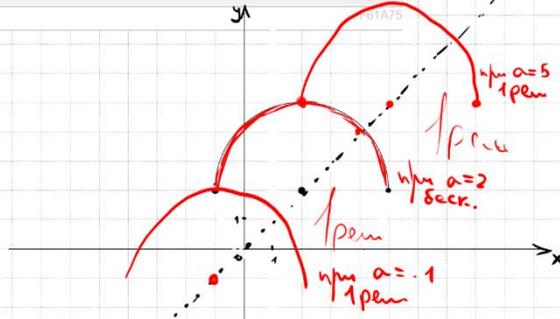
имеет единственное решение.

Упростим ①
 $y - 2 = \sqrt{5+4x-x^2}$
 $\begin{cases} y-2 \geq 0 \\ (y-2)^2 = 5+4x-x^2 \\ y \geq 2 \end{cases}$
 $\begin{cases} x^2 - 4x + 4 + (y-2)^2 = 5+4 \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 = 3^2 \end{cases}$

Упростим ②
 $y - a = \sqrt{9-a^2+2ax-x^2}$
 $\begin{cases} y-a \geq 0 \\ (y-a)^2 = 9-a^2+2ax-x^2 \\ y \geq a \end{cases}$
 $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-a)^2 = 3^2 \end{cases}$

ОТВЕТ: $[-1; 2) \cup (2; 5]$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4



19 На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых больше 58 и отлична от квадрата

Источники:
 ЕГЭ
 осбпр
 Основная волна 2016

- а) Приведите пример последовательных 5 ходов.
 б) Можно ли сделать 10 ходов?
 в) Каков наибольшее число ходов можно сделать?

а)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
30	20	14					64																						
29	21	13					63																						
28	22	12					62																						
27	23	11					61																						
26	24	10					60																						

б) Стереть все 30 чисел, т.е. сумма стёртых чисел $\frac{1+30}{2} \cdot 30 = 465$

в) Стереть 10 раз по трое, больших 58
 59 60 61 ... 68

\Rightarrow Стереть $\min \frac{59+68}{2} \cdot 10 = 635$

\Rightarrow Стереть больше, чем было, это невозможно

в) Попробуем сделать 6-ой ход для числа 25

ОТВЕТ: а) Привели
 б) Нет
 в) 6

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – некорректная оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

$\frac{25+19}{2} \cdot 7 = 6$ ходов может быть

Допустим 7 ходов есть тогда:

После 7 ходов осталось 9 чисел стёрли 21 число

$\frac{1+9}{2} \cdot 9 \leq \text{оставшиеся числа} \leq \frac{22+30}{2} \cdot 9$
 $45 \leq \text{оставшиеся числа} \leq 234$

$\frac{59+65}{2} \cdot 7 \leq \text{стёртое число} \leq \frac{81+87}{2} \cdot 7$
 $434 \leq \text{стёртое число} \leq 588$

Изначально сумма всех чисел была 465

$\Rightarrow 0 \leq \text{оставшиеся числа} \leq 31$

\Rightarrow 7 ходов нельзя сделать, т.е. останется меньше или может быть



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

